

Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm*

Aufgabennummer: 2_103

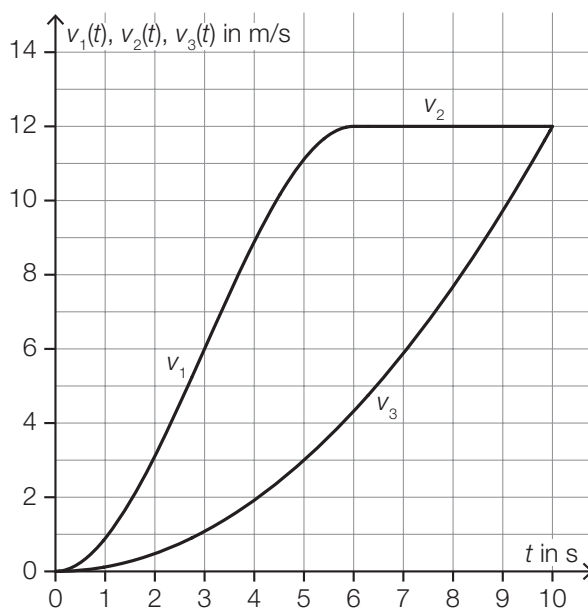
Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Die Geschwindigkeiten von 2 PKWs (PKW A und PKW B) werden als Funktionen in Abhängigkeit von der Zeit modelliert. Im unten stehenden Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm sind die zugehörigen Graphen dargestellt. Die Zeit t wird in Sekunden angegeben, die Geschwindigkeiten werden in m/s angegeben.

PKW A und PKW B starten zum Zeitpunkt $t = 0$ aus dem Stillstand. Sie haben beide zum Zeitpunkt $t = 10$ eine Geschwindigkeit von 12 m/s.

PKW A bewegt sich für $t \in [0; 6]$ mit der Geschwindigkeit $v_1(t)$ und für $t \in [6; 10]$ mit der konstanten Geschwindigkeit $v_2(t)$.

PKW B bewegt sich für $t \in [0; 10]$ mit der Geschwindigkeit $v_3(t) = 0,12 \cdot t^2$.



Aufgabenstellung:

- a) Im Zeitintervall $[0; 6]$ legt PKW A eine Strecke von 36 m zurück.
Im Zeitintervall $[0; t_1]$ mit $6 \leq t_1 \leq 10$ legt PKW A eine Strecke mit der Länge d zurück (d in m).

1) Geben Sie d in Abhängigkeit von t_1 an.

$$d = \underline{\hspace{5cm}}$$

Im Zeitintervall $[0; 10]$ legt PKW A eine längere Strecke als PKW B zurück.

2) Berechnen Sie, um wie viele Meter diese Strecke länger ist.

b) Für PKW A gilt:

- Zum Zeitpunkt $t = 6$ beträgt die Geschwindigkeit 12 m/s .
- Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt die Beschleunigung 0 m/s^2 .
- Zum Zeitpunkt $t = 3$ hat die Beschleunigung ihren maximalen Wert.

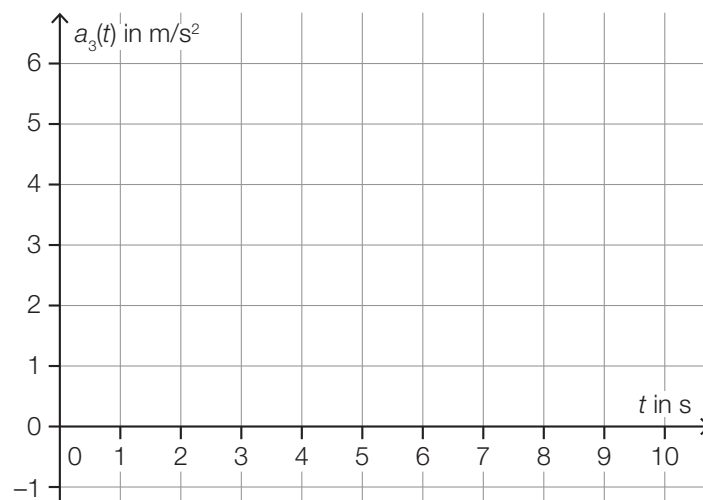
Für die Funktion $v_1: [0; 6] \rightarrow \mathbb{R}$ gilt:

$$v_1(t) = p \cdot t^3 + q \cdot t^2 + r \cdot t \text{ für alle } t \in [0; 6] \text{ mit } p, q, r \in \mathbb{R}$$

1) Stellen Sie ein Gleichungssystem mit 3 Gleichungen auf, mit dem die Koeffizienten p , q und r berechnet werden können.

c) Die Beschleunigung von PKW B wird im Zeitintervall $[0; 10]$ durch die Funktion a_3 in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben (t in s, $a_3(t)$ in m/s^2).

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Beschleunigungsfunktion a_3 ein.



Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

$$\text{a1) } d = 36 + \int_6^{t_1} v_2(t) dt$$

oder:

$$d = 36 + 12 \cdot (t_1 - 6)$$

$$\text{a2) } 36 + 12 \cdot 4 - \int_0^{10} 0,12 \cdot t^2 dt = 44$$

Die Strecke ist um 44 m länger.

b) Lösungserwartung:

$$\text{I: } v_1(6) = 12$$

$$\text{II: } v_1'(0) = 0$$

$$\text{III: } v_1'''(3) = 0$$

oder:

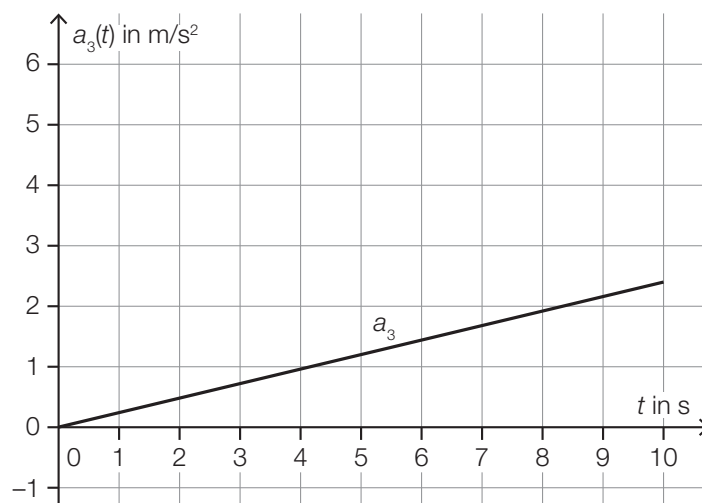
$$\text{I: } 216 \cdot p + 36 \cdot q + 6 \cdot r = 12$$

$$\text{II: } r = 0$$

$$\text{III: } 18 \cdot p + 2 \cdot q = 0$$

c) Lösungserwartung:

c1)



Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Formel.
- a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen.

- b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen des Gleichungssystems mit drei Gleichungen, ein halber Punkt für nur zwei richtige Gleichungen.

- c1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen.