

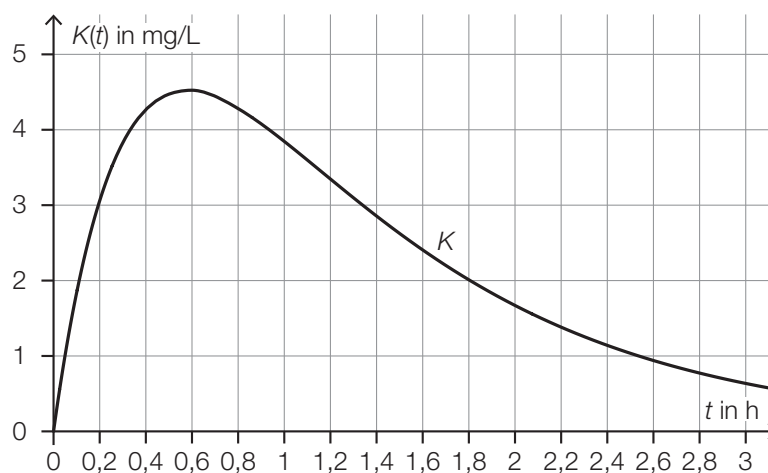
Koffein*

Aufgabennummer: 2_101

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Aufgabenstellung:

- a) Lea trinkt eine Tasse Kaffee. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion K dargestellt, die modellhaft die Konzentration $K(t)$ von Koffein in Leas Blut in Abhängigkeit von der Zeit t nach dem Trinken des Kaffees beschreibt (t in h, $K(t)$ in mg/L).



- 1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung, wie viele Minuten nach dem Trinken des Kaffees die maximale Konzentration von Koffein im Blut auftritt.

_____ min

- 2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Funktion K hat im Intervall $(0; 0,8)$ ① _____ und in diesem Intervall ändert sich das Vorzeichen der ② _____.

①	
eine Wendestelle	☐
eine Extremstelle	☐
eine Nullstelle	☐

②	
Krümmung	☐
Steigung	☐
Funktionswerte	☐

- b) Die Löslichkeit von Koffein in Wasser gibt an, wie viel Gramm Koffein pro Liter (g/L) maximal gelöst werden können. Die Löslichkeit ist temperaturabhängig. Sie lässt sich näherungsweise durch die Funktion f beschreiben.

$$f(T) = 6,42 \cdot e^{0,05 \cdot T} \quad \text{mit} \quad 0 \leq T \leq 90$$

T ... Temperatur in °C

$f(T)$... Löslichkeit von Koffein in Wasser bei der Temperatur T in g/L

Jemand behauptet:

„Bei einem Anstieg der Temperatur um 10 °C nimmt die Löslichkeit von Koffein in Wasser etwa auf das 1,65-Fache zu.“

- 1) Überprüfen Sie rechnerisch, ob diese Behauptung richtig ist.

Folgende Gleichung wird aufgestellt:

$$2 \cdot 6,42 = 6,42 \cdot e^{0,05 \cdot T}$$

- 2) Interpretieren Sie die Lösung dieser Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

a1) 36 min

a2)

①	
eine Extremstelle	☒

②	
Steigung	☒

b) Lösungserwartung:

b1) $f(T + 10) = 6,42 \cdot e^{0,05 \cdot (T+10)} = 6,42 \cdot e^{0,05 \cdot T} \cdot e^{0,05 \cdot 10} = 6,42 \cdot e^{0,05 \cdot T} \cdot 1,648... = f(T) \cdot 1,648...$

⇒ Die Behauptung ist richtig.

b2) Die Lösung der Gleichung ist die Temperaturerhöhung, bei der sich die Löslichkeit von Koffein in Wasser jeweils verdoppelt („Verdoppelungstemperatur“).

oder:

Die Lösung der Gleichung ist diejenige Temperatur, bei der die Löslichkeit von Koffein in Wasser doppelt so hoch ist wie bei einer Temperatur von 0 °C.

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Wertes.

Toleranzintervall: [33 min; 39 min]

a2) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile, ein halber Punkt, wenn nur ein richtiger Satzteil angekreuzt ist.

b1) Ein Punkt für das richtige rechnerische Überprüfen. Auch ein Nachweis mit konkreten Zahlen ist als richtig zu werten.

b2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.