

Müsliriegel*

Aufgabennummer: 2_100

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: AG 2.2, AN 1.1, WS 3.1, WS 2.3, WS 3.2, WS 3.3

Ein neuer Müsliriegel steht vor der Markteinführung. Der Hersteller dieses Müsliriegels produziert 100 000 Stück davon.

Auf allen Verpackungen der Müsliriegel wird die Möglichkeit von Sofortgewinnen angekündigt. Die jeweilige Höhe des Sofortgewinns kann man nach dem Öffnen der Verpackung auf deren Innenseite ablesen. Der Hersteller des Müsliriegels gibt an:

Es werden

- 9 000 Sofortgewinne zu je € 2
- 900 Sofortgewinne zu je € 5
- 100 Sofortgewinne zu je € 65

ausgezahlt.

Alle produzierten Müsliriegel werden an Geschäfte geliefert. Die Verteilung der Müsliriegel erfolgt nach dem Zufallsprinzip.

Aufgabenstellung:

- a) Unter Berücksichtigung aller Produktionskosten kostet jeder der 100 000 Müsliriegel in der Produktion durchschnittlich € 1.

Der Verkaufspreis eines Müsliriegels soll so festgelegt werden, dass für den Hersteller ein Gewinn von mindestens € 80.000 erzielt wird, wenn nach dem Verkauf aller Müsliriegel alle Sofortgewinne ausgezahlt werden müssen.

Alle Müsliriegel haben den gleichen Verkaufspreis.

- 1) Ermitteln Sie den unter diesen Voraussetzungen kleinstmöglichen Verkaufspreis p des Müsliriegels.
- 2) Geben Sie an, um wie viel Prozent der kleinstmögliche Verkaufspreis p gesenkt werden kann, wenn man die Müsliriegel ohne Gewinnspiel verkauft und der Gewinn trotzdem mindestens € 80.000 ausmachen soll.

- b) Die Zufallsvariable X beschreibt die Höhe des ausgezahlten Sofortgewinns pro gekauften Müsliriegel.

1) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$.

Ein Kunde kauft 4 Müsliriegel.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der der Kunde mindestens einen Sofortgewinn erzielt.

- c) Aus Erfahrung weiß man, dass 95 % der Müsliriegel eine vorgegebene Mindestmasse haben.

Eine Zufallsstichprobe von 1 000 Müsliriegeln wird ausgewählt. Die binomialverteilte Zufallsvariable Y beschreibt dabei die Anzahl der Müsliriegel in dieser Zufallsstichprobe, die die vorgegebene Mindestmasse haben.

1) Ermitteln Sie die Standardabweichung $\sigma(Y)$ der Zufallsvariablen Y .

$$\sigma(Y) = \underline{\hspace{4cm}}$$

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Kontext.

$$P(Y \geq 933) \approx 0,99$$

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

a1) mögliche Vorgehensweise:

$G(x)$... Gewinn bei einer Produktion von x Müsliriegeln

$$G(100\,000) = p \cdot 100\,000 - 100\,000 - (9\,000 \cdot 2 + 900 \cdot 5 + 100 \cdot 65)$$

$$G(100\,000) = 80\,000 \Rightarrow p = \text{€ } 2,09$$

$$\text{a2) } p_1 \cdot 100\,000 - 100\,000 = 80\,000 \Rightarrow p_1 = \text{€ } 1,80$$

$$\frac{0,29}{2,09} = 0,1387... \approx 13,9 \%$$

b) Lösungserwartung:

$$\text{b1) } E(X) = 0,09 \cdot 2 + 0,009 \cdot 5 + 0,001 \cdot 65$$

$$E(X) = \text{€ } 0,29$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$1 - \frac{90\,000}{100\,000} \cdot \frac{89\,999}{99\,999} \cdot \frac{89\,998}{99\,998} \cdot \frac{89\,997}{99\,997} = 0,3439...$$

c) Lösungserwartung:

$$\text{c1) } \sigma(Y) = \sqrt{1\,000 \cdot 0,95 \cdot (1 - 0,95)} = 6,892...$$

c2) mögliche Interpretation:

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 933 Müsliriegel die vorgegebene Mindestmasse haben, beträgt ca. 99 %.

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „€“ nicht angegeben sein muss.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „€“ nicht angegeben sein muss.

b2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die näherungsweise Berechnung mit $1 - 0,9^4$ ebenfalls als richtig zu werten ist.

c1) Ein Punkt für die richtige Lösung.

c2) Ein Punkt für eine richtige Interpretation..