

Erderwärmung*

Aufgabennummer: 2_098

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: FA 1.4, FA 1.5, FA 2.2, FA 5.2, AN 1.3, AN 3.3

Unter *globaler Mitteltemperatur* versteht man die über die gesamte Erdoberfläche gemittelte Temperatur in einem bestimmten Zeitraum unter bestimmten Bedingungen.

Die Entwicklung der globalen Mitteltemperatur kann mithilfe von Klimamodellen prognostiziert werden.

Nachstehend sind für einzelne Jahre die globalen Mitteltemperaturen angeführt.

Jahr	1900	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980
globale Mitteltemperatur (in °C)	13,80	13,87	13,89	14,01	13,90	14,02	13,94	14,16

Jahr	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
globale Mitteltemperatur (in °C)	14,03	14,37	14,37	14,31	14,51	14,55	14,72

Die Funktion T beschreibt modellhaft die globale Mitteltemperatur in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Jahren ab dem Jahr 1900, $T(t)$ in °C). Es gilt:

$$T(t) = a \cdot e^{0,008 \cdot t} - 0,03 \cdot t + 11,1 \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}^+$$

Aufgabenstellung:

- a) Bei einem bestimmten Klimamodell wird $a = 2,7$ angenommen.
Die Funktion T hat an der Stelle $t = t_0$ eine lokale Extremstelle.

- 1) Ermitteln Sie t_0 .
- 2) Begründen Sie mathematisch, warum gemäß diesem Modell die globale Mitteltemperatur ab der Stelle t_0 immer schneller ansteigt.

* ehemalige Klausuraufgabe (adaptiert), Maturatermin: 12. Jänner 2021

- b) Verschiedene Studien nehmen an, dass die globale Mitteltemperatur im Jahr 2100 im Vergleich zur globalen Mitteltemperatur im Jahr 2000 (also $14,31\text{ }^{\circ}\text{C}$) um mindestens $1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$, aber um höchstens $4,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ höher sein wird.

1) Weisen Sie nach, dass die Funktion T mit $a = 2,7$ diese Studien mit der Annahme für das Jahr 2100 bestätigt.

2) Geben Sie den kleinstmöglichen Wert $a_{\min}$ und den größtmöglichen Wert $a_{\max}$ so an, dass die Funktion T diese Studien bestätigt.

$$a_{\min} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$a_{\max} = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) Bei der UN-Klimakonferenz in Paris im Jahr 2015 wurde eine neue internationale Klimaschutz-Vereinbarung getroffen, die die Begrenzung der Zunahme der globalen Mitteltemperatur vorsieht. Demnach dürfte die globale Mitteltemperatur im Jahr 2100 höchstens $15,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ betragen.

Um diese Klimaschutz-Vereinbarung zu erfüllen, darf ab dem Jahr 2015 die mittlere Änderungsrate der globalen Mitteltemperatur höchstens einen bestimmten Wert k betragen (k in $^{\circ}\text{C}$ pro Jahr).

1) Ermitteln Sie k .

Es wird angenommen, dass die globale Mitteltemperatur ab dem Jahr 2015 linear zunimmt und die mittlere Änderungsrate der globalen Mitteltemperatur tatsächlich k entspricht.

2) Geben Sie unter dieser Annahme eine Gleichung derjenigen linearen Funktion M an, die die jährliche globale Mitteltemperatur (in $^{\circ}\text{C}$) t Jahre nach 2015 modellhaft beschreibt.

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

a1) $T'(t_0) = 0 \Rightarrow t_0 = 41,06...$
($T''(t_0) > 0$)

a2) mögliche Begründung:

Die globale Mitteltemperatur steigt ab t_0 immer schneller an, weil für alle $t > t_0$ der Graph von T linksgekrümmt ist.

b) Lösungserwartung:

b1) mögliche Vorgehensweise:

$$T(200) = 18,473... \approx 18,47$$

$$14,31 + 1,5 \leq 18,47 \leq 14,31 + 4,5$$

Die Funktion T mit $a = 2,7$ bestätigt diese Studien.

b2) Zunahme um $1,5^\circ\text{C}$: $T(200) = 15,81$

Zunahme um $4,5^\circ\text{C}$: $T(200) = 18,81$

$$a_{\min} = 2,162...$$

$$a_{\max} = 2,768...$$

c) Lösungserwartung:

c1) $k = \frac{15,3 - 14,72}{2100 - 2015} = 0,00682...$
 $k \approx 0,0068^\circ\text{C/Jahr}$

c2) $M(t) = 0,0068 \cdot t + 14,72$

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei ein Nachweis, dass t_0 eine lokale Minimumstelle ist, nicht erbracht werden muss.
- a2) Ein Punkt für eine richtige Begründung.
- b1) Ein Punkt für einen richtigen Nachweis.
- b2) Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.
- c1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „°C/Jahr“ nicht angegeben sein muss.
- c2) Ein Punkt für eine richtige Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.