

Sicherheitskontrolle*

Aufgabennummer: 2_096

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: WS 2.3, WS 3.1, WS 3.2, FA 1.5, AN 4.3

Beim Einlass in ein bestimmtes Stadion findet bei einer Veranstaltung eine maximal dreistufige Sicherheitskontrolle bei Personen statt, um mitgeführte Gegenstände zu kontrollieren und unzulässige Gegenstände zu erfassen. Liefert die erste Stufe dieser Sicherheitskontrolle kein eindeutiges Ergebnis, dann wird die zweite Stufe der Sicherheitskontrolle durchgeführt. Liegt dann noch immer kein eindeutiges Ergebnis vor, kommt die dritte Stufe der Sicherheitskontrolle zum Einsatz.

Die erste und die zweite Stufe der Sicherheitskontrolle dauern jeweils 15 s, die dritte Stufe dauert 300 s. Ein eindeutiges Ergebnis liefert dabei die erste Stufe mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 %, die zweite Stufe mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 %.

Aufgabenstellung:

- a) Die Zufallsvariable X beschreibt die Dauer d (in s) der Sicherheitskontrolle bei einer Person. Wartezeiten, die eventuell auftreten können, werden nicht berücksichtigt.

- 1) Ergänzen Sie in der nachstehenden Tabelle die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X .

d			
$P(X = d)$			

- 2) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$.

- b) Der Wert p gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass eine Person einen unzulässigen Gegenstand mit sich führt. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 2 zufällig und unabhängig voneinander ausgewählten Personen beide einen unzulässigen Gegenstand mit sich führen, beträgt 10 %.

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p .

- 2) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 zufällig und unabhängig voneinander ausgewählten Personen mindestens 5 Personen einen unzulässigen Gegenstand mit sich führen.

* ehemalige Klausuraufgabe (adaptiert), Maturatermin: 16. September 2020

- c) Die momentane Änderungsrate der Anzahl der Personen im Stadion kann mithilfe der Funktion A mit $A(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $0 \leq t \leq 90$ in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden, wobei zum Zeitpunkt $t = 0$ der Einlass ins Stadion beginnt (t in Minuten, $A(t)$ in Personen pro Minute).

Zu Beginn des Einlasses ist die momentane Änderungsrate der Anzahl der Personen im Stadion gleich 0.

45 min nach Beginn des Einlasses ist die momentane Änderungsrate der Anzahl der Personen im Stadion maximal. Zu diesem Zeitpunkt beträgt sie 15 Personen pro Minute.

- 1) Berechnen Sie die Werte von a , b und c .
- 2) Geben Sie die Anzahl der Personen an, die insgesamt bis zum Zeitpunkt $t = 90$ ins Stadion gekommen sind.

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

a1)

d	15	30	330
$P(X = d)$	0,9	$0,1 \cdot 0,6 = 0,06$	$0,1 \cdot 0,4 = 0,04$

a2) $E(X) = 15 \cdot 0,9 + 30 \cdot 0,06 + 330 \cdot 0,04 = 28,5$

b) Lösungserwartung:

b1) $p^2 = 0,1 \Rightarrow p = 0,31622... \approx 0,3162$

b2) Y ... Anzahl der Personen, die einen unzulässigen Gegenstand mit sich führen
 Y ist binomialverteilt mit $n = 10$, $p = 0,31622...$

$P(Y \geq 5) = 0,1794... \approx 0,179$

c) Lösungserwartung:

c1) $A(0) = 0$, $A(45) = 15$, $A'(45) = 0$

$a = -\frac{1}{135}$, $b = \frac{2}{3}$, $c = 0$

c2) $\int_0^{90} A(t) dt = 900$

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für die Ergänzung der richtigen Werte in der Tabelle.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

b2) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

c1) Ein Punkt für die Angabe der drei richtigen Werte.

c2) Ein Punkt für die richtige Lösung.