

Wachstum von Holzbeständen

Aufgabennummer: 2_089

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: AG 2.1, FA 5.1, FA 5.2

- a) Bauer Waldner weiß, dass sich der Holzbestand seines Waldes um ca. 2,7 % pro Jahr bezogen auf das jeweilige Vorjahr vermehrt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt der Holzbestand $36\,000 \text{ m}^3$.
- 1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung für diejenige Funktion f auf, die den Holzbestand in Abhängigkeit von der Zeit in Jahren angibt.
- b) Der Holzbestand eines anderen Waldes kann näherungsweise mithilfe der Funktion g beschrieben werden:
- $$g(t) = 31\,800 \cdot 1,025^t$$
- t ... Zeit in Jahren
 $g(t)$... Holzbestand zum Zeitpunkt t in Kubikmetern (m^3)
- Wenn der Holzbestand auf $33\,000 \text{ m}^3$ angewachsen ist, wird so viel geschlägert, dass wieder der Holzbestand zum Zeitpunkt $t = 0$ vorliegt.
- Für den Verkauf dieses geschlägerten Holzes betragen die Einnahmen € 96.000.
- 1) Berechnen Sie den durchschnittlichen Verkaufspreis für 1 m^3 Holz.
 - 2) Berechnen Sie, nach welcher Zeit der Holzbestand auf $33\,000 \text{ m}^3$ angewachsen ist.
- c) Ein Student behauptet: „Um die relative Änderung r des Holzbestandes von einem Zeitpunkt t_1 bis zu einem späteren Zeitpunkt t_2 zu berechnen, subtrahiere ich vom Holzbestand zum Zeitpunkt t_2 den Holzbestand zum Zeitpunkt t_1 und dividiere die Differenz durch den Holzbestand zum Zeitpunkt t_1 .“
- 1) Übersetzen Sie die Rechenanleitung des Studenten in eine Formel.

Lösungserwartung

a1) $f(t) = 36\,000 \cdot 1,027^t$

t ... Zeit in Jahren

$f(t)$... Holzbestand zum Zeitpunkt t in m^3

b1) Verkauft wurden $1\,200 \text{ m}^3$, daher betrug der durchschnittliche Preis pro Kubikmeter € 80.

b2) $33\,000 = 31\,800 \cdot 1,025^t$

$$t = \frac{\ln(33\,000) - \ln(31\,800)}{\ln(1,025)} = 1,50\dots$$

Nach etwa 1,5 Jahren beträgt der Holzbestand $33\,000 \text{ m}^3$.

c1) $r = \frac{h(t_2) - h(t_1)}{h(t_1)}$

r ... relative Änderung

t_1, t_2 ... Zeitpunkte

$h(t_1), h(t_2)$... Holzbestand zum Zeitpunkt t_1 bzw. t_2