

Benzinverbrauch*

Aufgabennummer: 2_075

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: AG 2.1, FA 1.7, FA 2.1, AN 1.1, AN 3.3

Der Benzinverbrauch eines bestimmten Kleinwagens kann in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit modellhaft durch die Funktion B beschrieben werden.

$$B(v) = 0,000483 \cdot v^2 - 0,0326 \cdot v + 2,1714 + \frac{66}{v} \quad \text{mit } 20 < v < 150$$

v ... Geschwindigkeit in km/h

$B(v)$... Benzinverbrauch in Litern pro 100 km (L/100 km) bei der Geschwindigkeit v

Aufgabenstellung:

- a) 1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Benzinverbrauch bei einer Geschwindigkeit von 90 km/h höher als bei einer Geschwindigkeit von 70 km/h ist.

_____ %

Der Benzinverbrauch bei einer Geschwindigkeit von 40 km/h ist um 25 % geringer als der Benzinverbrauch bei einer Geschwindigkeit v_1 mit $20 < v_1 < 40$.

- 2) Ermitteln Sie die Geschwindigkeit v_1 .

$v_1 =$ _____ km/h

- b) Für hohe Geschwindigkeiten soll die Funktion B durch eine lineare Funktion f mit $f(v) = k \cdot v + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ angenähert werden, sodass gilt:

$$f(100) = B(100)$$

$$f(130) = B(130)$$

- 1) ☐ A Ermitteln Sie einen Funktionsterm der Funktion f .

$f(v) =$ _____

Diese Näherung kann verwendet werden, wenn die Abweichung zwischen den Funktionswerten von f und B höchstens 0,3 L/100 km beträgt.

- 2) Geben Sie das größtmögliche Intervall für die Geschwindigkeit an, in dem die Funktion f als Näherung verwendet werden kann.

- c) 1) Ermitteln Sie mithilfe der Funktion B diejenige Geschwindigkeit $v_{\min}$, bei der der Benzinverbrauch am geringsten ist, sowie den zugehörigen Benzinverbrauch $B_{\min}$.

$$v_{\min} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km/h}$$

$$B_{\min} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L/100 km}$$

Der Benzinverbrauch hängt auch vom Reifendruck ab.

Die Funktion g beschreibt den Benzinverbrauch in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v bei einem etwas zu niedrigen Reifendruck.

Dabei gilt: $g(v) = 1,02 \cdot B(v)$

- 2) Berechnen Sie mithilfe der Funktion g , bei welchen beiden Geschwindigkeiten der Benzinverbrauch bei einem etwas zu niedrigen Reifendruck um 2 L/100 km höher als $B_{\min}$ ist.

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

$$\text{a1) } \frac{B(90) - B(70)}{B(70)} = 0,2138... \approx 21,4 \%$$

$$\text{a2) } B(v_1) \cdot 0,75 = B(40) \\ v_1 = 24,24... \text{ km/h}$$

b) Lösungserwartung:

b1) mögliche Vorgehensweise:

$$f(100) = B(100) = 4,40...$$

$$f(130) = B(130) = 6,60...$$

$$f(v) = 0,0734... \cdot v - 2,9399...$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$D(v) = B(v) - f(v)$$

$$D(v) = 0,3$$

$$(v_1 = -10,94...)$$

$$v_2 = 87,08...$$

$$v_3 = 143,34...$$

Da die Funktion D an der Stelle $v = 114,91... \text{ km/h}$ eine Minimumstelle mit dem Funktionswert $-0,1 > -0,3$ hat, erhält man das Intervall $[87,1 \text{ km/h}; 143,3 \text{ km/h}]$.

c) Lösungserwartung:

$$\text{c1) } v_{\min} = 55,73... \text{ km/h} \\ B_{\min} = 3,03... \text{ L/100 km}$$

$$\text{c2) } g(v) = B_{\min} + 2 \\ v_1 = 20,41... \text{ km/h} \\ v_2 = 108,67... \text{ km/h}$$

Bei Geschwindigkeiten von ca. 20,4 km/h und ca. 108,7 km/h ist der Benzinverbrauch bei einem etwas zu niedrigen Reifendruck um 2 L/100 km höher als $B_{\min}$.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für die richtige Lösung.
- a2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

- b1) Ein Punkt für einen richtigen Funktionsterm. Äquivalente Funktionsterme sind als richtig zu werten.
- b2) Ein Punkt für das richtige Intervall, wobei die Einheit „km/h“ nicht angeführt sein muss.

- c1) Ein Punkt für die beiden richtigen Werte.
- c2) Ein Punkt für die beiden richtigen Geschwindigkeiten, wobei die Einheit „km/h“ nicht angeführt sein muss.