

Ozonmessungen*

Aufgabennummer: 2_064

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: AG 2.1, FA 2.2, FA 3.4, FA 4.3, AN 4.3

Das Gas Ozon hat Auswirkungen auf unsere Gesundheit. Aus diesem Grund werden in Messstationen und mithilfe von Wetterballons die jeweiligen Ozonkonzentrationen in unterschiedlichen Atmosphärenschichten gemessen.

Aufgabenstellung:

- a) Auf der Hohen Warte in Wien befindet sich in 220 m Seehöhe eine Wetterstation. Hier wird für eine Messreihe ein Wetterballon mit einem Ozonmessgerät gestartet. Das Ozonmessgerät beginnt mit seinen Aufzeichnungen, wenn der Wetterballon eine Seehöhe von 2 km erreicht hat.

Nehmen Sie an, dass der Wetterballon (mit der Anfangsgeschwindigkeit 0 m/s) lotrecht in die Höhe steigt und dabei gleichmäßig mit $0,125 \text{ m/s}^2$ beschleunigt, bis er zu einem Zeitpunkt t_1 eine Geschwindigkeit von 6 m/s erreicht. Die Zeit wird dabei in Sekunden und die Seehöhe in Metern gemessen.

- 1) Ermitteln Sie die Höhe des Wetterballons über der Wetterstation zum Zeitpunkt t_1 .

Ab dem Zeitpunkt t_1 steigt der Wetterballon mit der konstanten Geschwindigkeit von 6 m/s lotrecht weiter.

- 2) Ermitteln Sie, wie viele Sekunden nach dem Start das Messgerät mit seinen Aufzeichnungen beginnt.

* ehemalige Klausuraufgabe, Maturatermin: 28. Mai 2020

- b) Ein Wetterballon hat bei einem Luftdruck von 1 013,25 hPa ein Volumen von 6,3 m³. Durch die Abnahme des Luftdrucks während des Aufstiegs dehnt sich der Wetterballon immer weiter aus und wird näherungsweise kugelförmig. Bei einem Durchmesser von d Metern zerplatzt er.

Der Luftdruck kann in Abhängigkeit von der Seehöhe h durch eine Funktion p modelliert werden. Dabei ordnet die Funktion p der Seehöhe h den Luftdruck $p(h)$ zu.

Es gilt: $p(h) = 1\,013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065 \cdot h}{288,15}\right)^{5,255}$ mit h in m, $p(h)$ in hPa

Gehen Sie davon aus, dass der Luftdruck $p(h)$ und das Volumen $V(h)$ des Wetterballons indirekt proportional zueinander sind. Dabei ist $V(h)$ das Volumen des Wetterballons in der Seehöhe h .

- 1) Drücken Sie das Volumen $V(h)$ durch die Seehöhe h aus.

$V(h) =$ _____ mit h in m, $V(h)$ in m³

Der Wetterballon zerplatzt in einer Seehöhe von $h = 27\,873,6$ m.

- 2) Berechnen Sie den Durchmesser d des Wetterballons in Metern, bei dem dieser zerplatzt.

- c) Das sogenannte *Gesamtozon* ist ein Maß für die Dicke der Ozonschicht und wird in sogenannten *Dobson-Einheiten* (DU) angegeben.

Die von einem Wetterballon aufgezeichneten Messdaten können modellhaft durch eine quadratische Funktion f beschrieben werden. Dabei ordnet f der Höhe h die Gesamt-ozondichte $f(h)$ zu (h in km, $f(h)$ in DU/km).

Der höchste Wert von 36 DU/km wird in einer Seehöhe von 22 km gemessen. In einer Seehöhe von 37 km beträgt der gemessene Wert 1 DU/km.

- 1) Ermitteln Sie $f(h)$.

$$f(h) = \underline{\hspace{10cm}}$$

In der Erdatmosphäre entspricht 1 DU einer 0,01 mm dicken Schicht reinen Ozons an der Erdoberfläche. Die Dicke derjenigen Schicht reinen Ozons an der Erdoberfläche, die dem Gesamtozon zwischen 7 km und 37 km Seehöhe entspricht, ist $\int_7^{37} f(h) dh$.

- 2) Berechnen Sie die Dicke dieser Schicht.

Dicke dieser Schicht: $\underline{\hspace{10cm}}$ mm

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

a1) mögliche Vorgehensweise:

$$v(t) = 0,125 \cdot t$$

t ... Zeit in s

$v(t)$... Geschwindigkeit des Wetterballons in m/s zum Zeitpunkt t

$$v(t_1) = 6 \Rightarrow t_1 = \frac{6}{0,125} = 48$$

$$\int_0^{48} v(t) dt = 144$$

Die Höhe des Wetterballons über der Wetterstation zum Zeitpunkt t_1 beträgt 144 m.

a2) mögliche Vorgehensweise:

verbleibende senkrechte Strecke bis zum Start der Messung:

$$2000 - 220 - 144 = 1636$$

$$\frac{1636}{6} + 48 = 320,6$$

Das Messgerät beginnt seine Aufzeichnungen ca. 321 s nach dem Start.

b) Lösungserwartung:

$$\text{b1) } V(h) = \frac{6,3}{\left(1 - \frac{0,0065 \cdot h}{288,15}\right)^{5,255}} \text{ mit } h \text{ in m, } V(h) \text{ in m}^3$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$V(27873,6) = 1150,351...$$

$$\frac{4 \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3 \cdot \pi}{3} = 1150,351... \Rightarrow d = 13,0... \approx 13$$

Der Durchmesser des Wetterballons, bei dem dieser zerplatzt, beträgt ca. 13 m.

c) Lösungserwartung:**c1)** mögliche Vorgehensweise:

$$f(h) = a \cdot h^2 + b \cdot h + c$$

$$f(37) = 1$$

$$f(22) = 36$$

$$f'(22) = 0$$

$$f(h) = -\frac{7}{45} \cdot h^2 + \frac{308}{45} \cdot h - \frac{1768}{45}$$

c2) $\int_7^{37} f(h) dh = 730$

$$730 \cdot 0,01 = 7,3$$

Dicke dieser Schicht: 7,3 mm

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss.**a2)** Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „s“ nicht angegeben sein muss.**b1)** Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.**b2)** Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss.**c1)** Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.**c2)** Ein Punkt für die richtige Lösung.