

Fallschirmsprung*

Aufgabennummer: 2_061

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: FA 1.4, FA 1.7, AN 1.1, AN 1.3, AN 4.3

Bei einem Fallschirmsprung aus einer Höhe von 4 000 m über Grund wird 30 s nach dem Absprung der Fallschirm geöffnet.

Für $t \in [0; 30]$ gibt die Funktion v_1 mit $v_1(t) = 56 - 56 \cdot e^{-\frac{t}{4}}$ (unter Berücksichtigung des Luftwiderstands) die Fallgeschwindigkeit des Fallschirmspringers zum Zeitpunkt t an (t in s nach dem Absprung, $v_1(t)$ in m/s).

Für $t \geq 30$ gibt die Funktion v_2 mit $v_2(t) = \frac{51}{(t-29)^2} + 5 - 56 \cdot e^{-7,5}$ die Fallgeschwindigkeit des Fallschirmspringers zum Zeitpunkt t bis zum Zeitpunkt der Landung an (t in s nach dem Absprung, $v_2(t)$ in m/s).

Modellhaft wird angenommen, dass der Fallschirmsprung lotrecht ist.

Aufgabenstellung:

a) 1) Deuten Sie $w = \frac{v_1(10) - v_1(5)}{10 - 5}$ im gegebenen Kontext.

Für ein $t_1 \in [0; 30]$ gilt: $v_1'(t_1) = w$.

2) Deuten Sie t_1 im gegebenen Kontext.

b) 1) Berechnen Sie mithilfe der Funktion v_1 , in welcher Höhe der Fallschirm geöffnet wird.

2) Berechnen Sie die Zeitdauer des gesamten Fallschirmsprungs vom Absprung bis zur Landung.

* ehemalige Klausuraufgabe, Maturatermin: 28. Mai 2020

- c) Ohne Berücksichtigung des Luftwiderstands hätte der Fallschirmspringer eine Anfangsgeschwindigkeit von 0 m/s und im Zeitintervall $[0; 30]$ eine konstante Beschleunigung von $9,81 \text{ m/s}^2$. Die Fallgeschwindigkeit 9 s nach dem Absprung beträgt dann v^* .
- 1) Berechnen Sie, um wie viel $v_1(9)$ kleiner ist als v^* .
 - 2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent 9 s nach dem Absprung die Beschleunigung des Fallschirmspringers geringer ist als bei einem Sprung ohne Berücksichtigung des Luftwiderstands.

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

a1) mögliche Deutungen:

Im Zeitintervall $[5; 10]$ nimmt die Fallgeschwindigkeit (in m/s) des Fallschirmspringers pro Sekunde durchschnittlich um w zu.

oder:

Die mittlere Beschleunigung des Fallschirmspringers im Zeitintervall $[5; 10]$ beträgt w (in m/s^2).

a2) mögliche Deutung:

Zum Zeitpunkt t_1 ist die Momentanbeschleunigung genauso hoch wie die mittlere Beschleunigung im Zeitintervall $[5; 10]$.

b) Lösungserwartung:

$$\text{b1)} \quad 4000 - \int_0^{30} v_1(t) dt = 2543,8... \approx 2544$$

Der Fallschirm wird in einer Höhe von ca. 2544 m geöffnet.

$$\text{b2)} \quad \int_{30}^x v_2(t) dt = 2543,8... \\ x = 531,7... \approx 532$$

Die Zeitdauer des gesamten Fallschirmsprungs beträgt ca. 532 s.

c) Lösungserwartung:

c1) mögliche Vorgehensweise:

$$9,81 \cdot 9 - v_1(9) = 38,192... \approx 38,19$$

$v_1(9)$ ist um ca. 38,19 m/s kleiner als v^* .

c2) mögliche Vorgehensweise:

$$\frac{9,81 - v_1'(9)}{9,81} = 0,84958... \approx 0,8496$$

Die Beschleunigung unter Berücksichtigung des Luftwiderstands ist um ca. 84,96 % geringer als jene ohne Berücksichtigung des Luftwiderstands.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für eine richtige Deutung.
- a2) Ein Punkt für eine richtige Deutung.

- b1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss.
- b2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „s“ nicht angegeben sein muss.

- c1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m/s“ nicht angegeben sein muss.
- c2) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.