

Aufzugsfahrt*

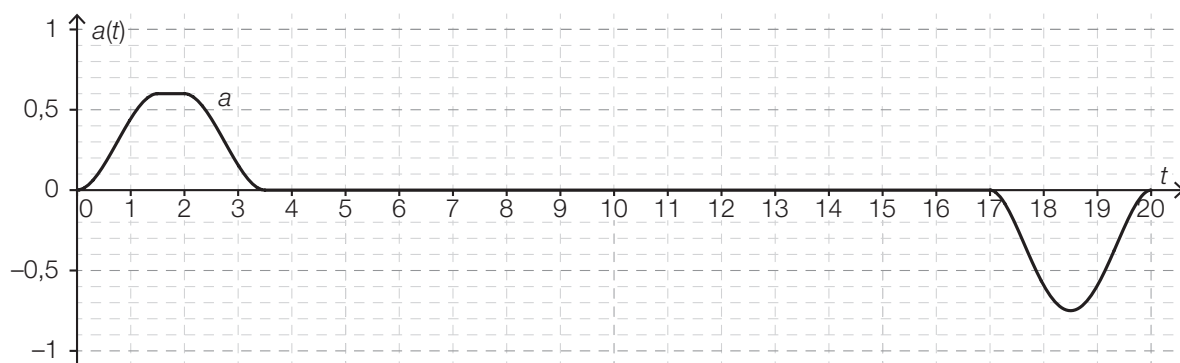
Aufgabennummer: 2_059

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: FA 1.7, AN 1.3, AN 4.3

Die Geschwindigkeiten von Personenaufzügen können sich je nach Bauart und Gebäudehöhe sehr stark unterscheiden.

Die nachstehende Abbildung zeigt das Zeit-Beschleunigung-Diagramm für eine 20 s dauernde Aufzugsfahrt. Zu Beginn und am Ende der Fahrt steht der Aufzug still. Die Zeit t wird in Sekunden, die Beschleunigung $a(t)$ in m/s^2 angegeben. Die Beschleunigungswerte wurden mithilfe eines Sensors ermittelt und der Verlauf der Beschleunigung wurde mit einer differenzierbaren Funktion a modelliert.



Aufgabenstellung:

- a) 1) Geben Sie für jeden im Folgenden genannten Abschnitt der dargestellten Aufzugsfahrt das entsprechende Zeitintervall an.

Aufzug bremst ab: _____

Aufzug fährt mit konstanter Geschwindigkeit: _____

Kim behauptet, dass die Geschwindigkeit des Aufzugs im Zeitintervall $[1,5 \text{ s}; 2 \text{ s}]$ konstant bleibt.

- 2) Geben Sie an, ob Kim recht hat, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

- b) 1) Ermitteln Sie anhand der gegebenen Abbildung näherungsweise die Höchstgeschwindigkeit $v_{\max}$ während der dargestellten Aufzugsfahrt.

Der Graph der Funktion a schließt mit der t -Achse in den Zeitintervallen $[0; 3,5]$ und $[17; 20]$ jeweils ein Flächenstück ein.

- 2) Begründen Sie, warum im gegebenen Kontext die Inhalte dieser beiden Flächenstücke gleich groß sein müssen.

- c) Ein Produzent von Aufzugsanlagen plant die Herstellung eines neuen Aufzugs. Die Beschleunigung dieses Aufzugs wird in den ersten 3 Sekunden durch die differenzierbare Funktion $a_1: [0; 3] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$a_1(t) = \begin{cases} 0,6 \cdot t^2 \cdot (3 - 2 \cdot t) & \text{für } 0 \leq t < 1 \\ 0,6 & \text{für } 1 \leq t < 2 \\ 0,6 \cdot (t - 3)^2 \cdot (2 \cdot t - 3) & \text{für } 2 \leq t \leq 3 \end{cases}$$

beschrieben (t in s, $a_1(t)$ in m/s^2).

- 1) Berechnen Sie die Geschwindigkeitszunahme dieses Aufzugs im Zeitintervall $[0; 3]$.

Für den Verlauf der Fahrt müssen bestimmte Bedingungen für die Beschleunigung eingehalten werden. Der sogenannte *Ruck*, die momentane Änderungsrate der Beschleunigung, soll bei einer Fahrt mit einem Aufzug Werte zwischen -1 m/s^3 und 1 m/s^3 annehmen.

- 2) Überprüfen Sie, ob dieser Aufzug bei $t = 1$ die angeführten Bedingungen für den Ruck einhält.

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

a1) Aufzug bremst ab: [17 s; 20 s]

Aufzug fährt mit konstanter Geschwindigkeit: [3,5 s; 17 s]

a2) Kim hat nicht recht, da die Beschleunigung in diesem Zeitintervall konstant und positiv ist und somit die Geschwindigkeit gleichmäßig (linear) zunimmt.

b) Lösungserwartung:

b1) $\frac{3,5 + 0,5}{2} \cdot 0,6 = 1,2 \Rightarrow v_{\max} \approx 1,2 \text{ m/s}$

b2) Die Inhalte der beiden Flächenstücke müssen gleich groß sein, da die Geschwindigkeitszunahme während der Beschleunigungsphase gleich groß wie die Geschwindigkeitsabnahme während des Abbremsvorgangs sein muss.

c) Lösungserwartung:

c1) $\int_0^1 0,6 \cdot t^2 \cdot (3 - 2 \cdot t) dt + \int_1^2 0,6 dt + \int_2^3 0,6 \cdot (t - 3)^2 \cdot (2 \cdot t - 3) dt = 1,2$
Im Zeitintervall [0; 3] beträgt die Geschwindigkeitszunahme 1,2 m/s.

c2) mögliche Vorgehensweise:

$$a_1'(t) = 0 \text{ für alle } t \in [1; 2) \Rightarrow a_1'(1) = 0$$

Zum Zeitpunkt $t = 1$ beträgt die momentane Änderungsrate der Beschleunigung 0 m/s^3 . Die angeführten Bedingungen sind bei $t = 1$ eingehalten.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Zeitintervalle.
Abweichungen von bis zu $\pm 0,3$ s bei den Intervallgrenzen sind als richtig zu werten.
- a2) Ein Punkt für eine richtige Beschreibung.
- b1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m/s“ nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [1 m/s; 1,4 m/s]
- b2) Ein Punkt für eine richtige Begründung.
- c1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m/s“ nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [1,1; 1,3]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
- c2) Ein Punkt für einen richtigen rechnerischen Nachweis.