

Kondensator*

Aufgabennummer: 2_042

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Grundkompetenz: AG 2.1, FA 2.1, FA 1.5, AN 4.3

Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauelement, mit dem elektrische Ladung und die daraus resultierende elektrische Energie gespeichert werden kann.

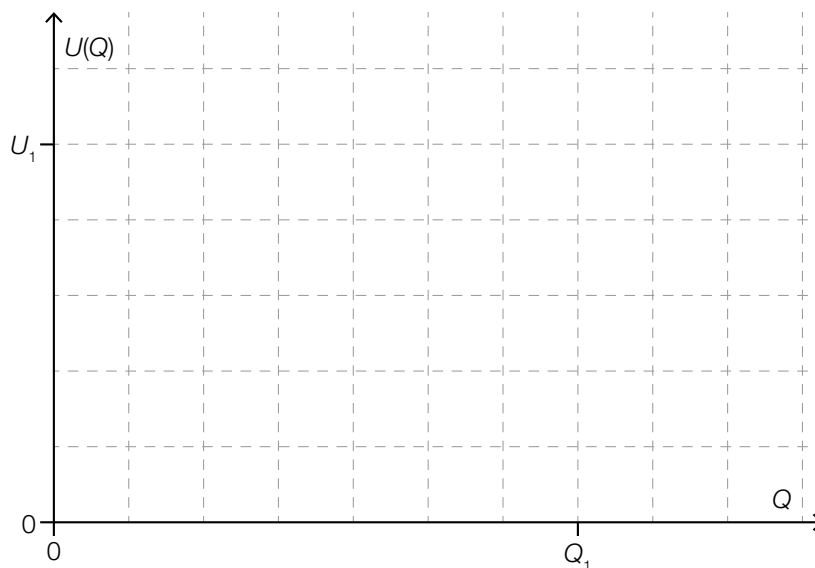
Eine einfache Form des Kondensators ist der sogenannte *Plattenkondensator*. Er besteht aus zwei einander gegenüberliegenden elektrisch leitfähigen Flächen, die als *Kondensatorplatten* bezeichnet werden.

Das Verhältnis zwischen der gespeicherten Ladung Q und der an die Kondensatorplatten angelegten (Gleich-)Spannung U wird als Kapazität C bezeichnet.

Es gilt $C = \frac{Q}{U}$, wobei C in der Einheit Farad angegeben wird.

Aufgabenstellung:

- a) Ein Kondensator mit einer bestimmten Kapazität C wird bis zur Ladungsmenge Q_1 aufgeladen, die gemessene Spannung $U(Q_1)$ hat dann den Wert U_1 . Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung die Spannung U beim Ladevorgang am Kondensator in Abhängigkeit von der Ladung Q !



Die in diesem Kondensator gespeicherte Energie W kann mithilfe der Formel

$$W = \int_0^{Q_1} U(Q) dQ \text{ berechnet werden.}$$

Geben Sie eine Formel für die gespeicherte Energie W in Abhängigkeit von U_1 und C an!

- b) Bei einem Ladevorgang kann die Spannung zwischen den Kondensatorplatten als Funktion U in Abhängigkeit von der Zeit t durch $U(t) = U^* \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ beschrieben werden. Dabei ist $U^* > 0$ die an den Kondensator angelegte Spannung und $\tau > 0$ eine für den Ladevorgang charakteristische Konstante. Der Ladevorgang beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$.

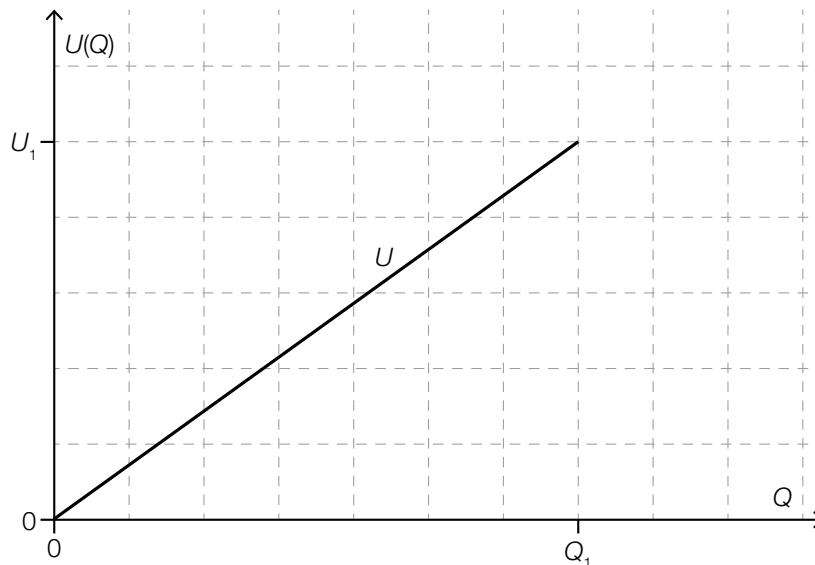
Die Zeit, nach der die Spannung $U(t)$ zwischen den Kondensatorplatten 99 % der angelegten Spannung U^* beträgt, wird als *Ladezeit* bezeichnet.

Bestimmen Sie die Ladezeit eines Kondensators in Abhängigkeit von τ !

Geben Sie eine Formel für die momentane Änderungsrate der Spannung zwischen den Kondensatorplatten in Abhängigkeit von t an und zeigen Sie mithilfe dieser Formel, dass die Spannung während des Ladevorgangs ständig steigt!

Lösungserwartung

a)



$$W = \int_0^{Q_1} U(Q) dQ = \frac{1}{2} \cdot U_1 \cdot Q_1 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_1^2$$

b) Mögliche Vorgehensweise:

$$0,99 \cdot U^* = U^* \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$0,01 = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{Ladezeit: } t = -\tau \cdot \ln(0,01) \quad \text{bzw.} \quad t = \tau \cdot \ln(100)$$

Mögliche Vorgehensweise:

$$U'(t) = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot U^*}{\tau}$$

Es gilt: $U^* > 0$, $\tau > 0$, $e^{-\frac{t}{\tau}} > 0 \Rightarrow U'(t) > 0$ für alle $t \geq 0$.

Da $U'(t) > 0$ für alle $t \geq 0$ gilt, ist U während des Ladevorgangs streng monoton steigend.

Lösungsschlüssel

- a) – Ein Punkt für eine richtige Skizze.
 – Ein Punkt für eine richtige Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.
- b) – Ein Punkt für die richtige Lösung. Äquivalente Schreibweisen der Lösung sind als richtig zu werten.
 – Ein Punkt für eine richtige Formel und eine (sinngemäß) korrekte Begründung. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.