

Kostenfunktion

Aufgabennummer: 2_012

Typ 1 ☐ Typ 2 ☒ technologiefrei ☐

Bei einem bestimmten Unternehmen werden die Produktionskosten untersucht. Im ersten Jahr gilt modellhaft für dieses Unternehmen:

$$K(x) = 0,01 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 350 \cdot x + 20\,000$$

x ... Produktionsmenge in ME ($x \in \mathbb{R}_0^+$)

$K(x)$... Produktionskosten in GE

Aufgabenstellung:

- a) 1) Berechnen Sie, um wie viel sich die Grenzkosten bei einem Produktionsumfang von $x = 50$ ME vom tatsächlichen Zuwachs der Kosten (das heißt bei Erhöhung des Produktionsumfangs von 50 ME auf 51 ME) bei diesem Unternehmen unterscheidet.

Für $K(x)$ gilt die Aussage: „Die Grenzkosten sind stets positiv.“

- 2) Begründen Sie, warum diese Aussage richtig ist.

- b) Für die Festlegung des Produktionsplans ist es erforderlich, die durchschnittlichen Kosten pro erzeugter ME in Abhängigkeit von der Produktionsmenge zu kennen. Die Stückkostenfunktion gibt die durchschnittlichen Kosten pro erzeugter ME an.

- 1) Stellen Sie die Stückkostenfunktion $\bar{K}(x)$ dieses Unternehmens auf.

- 2) Berechnen Sie, bei welcher Produktionsmenge die durchschnittlichen Stückkosten für dieses Unternehmen am geringsten sind.

c) Im zweiten Jahr können die Produktionskosten dieses Unternehmens durch eine Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + 100 \cdot x + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0, x \in \mathbb{R}_0^+$ modellhaft beschrieben werden.

1) Ermitteln Sie alle Werte für a so, dass ein progressiver Verlauf der Produktionskosten vorliegt.

Für diese Produktionskosten gilt:

- Die Fixkosten der Produktion betragen 15 000 GE.
- Die Produktionskosten für 100 ME betragen 30 000 GE.

2) Bestimmen Sie die Werte von a und c .

$a =$ _____

$c =$ _____

Lösungserwartung

a1) $K'(50) = 125$

$$K(51) - K(50) = 123,51$$

Unterschied: 1,49 GE

a2) $K(x)$ ist im angegebenen Bereich monoton steigend, deshalb ist $K'(x)$ stets positiv.

b1) $\bar{K}(x) = 0,01 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 350 + \frac{20000}{x}$

b2) $\bar{K}'(x) = 0$

$$\Rightarrow x = 180,64\dots$$

Bei einer Produktion von rund 181 ME sind die durchschnittlichen Stückkosten am geringsten.

c1) $a > 0$

c2) $a = 0,5$

$$c = 15000$$

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Unterschieds.

a2) Ein Punkt für das richtige Begründen.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Stückkostenfunktion.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Produktionsmenge.

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Werte.

c2) Ein Punkt für das Bestimmen der beiden richtigen Werte.