

Gewinnfunktion

Aufgabennummer: 2_009

Typ 1 ☐ Typ 2 ☒ technologiefrei ☐

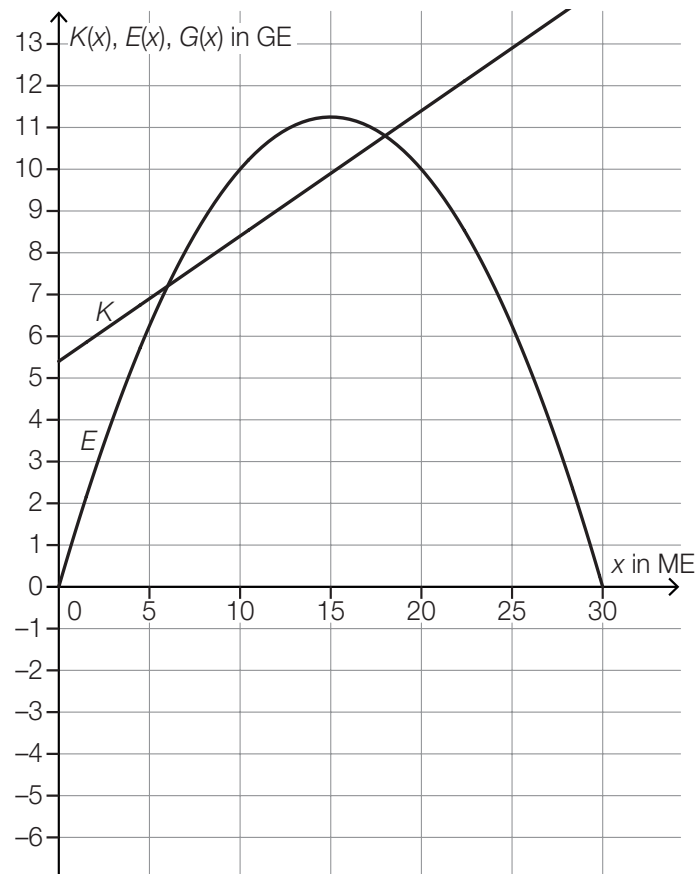
In einem bestimmten Unternehmen werden die Entwicklungen der Kosten K und des Erlöses E in Abhängigkeit von der produzierten Menge x eines bestimmten Produkts beobachtet.

Die Erlösfunktion E mit $E(x) = -0,05 \cdot x^2 + 1,5 \cdot x$ und die Kostenfunktion K mit $K(x) = 0,3 \cdot x + 5,4$ beschreiben modellhaft diese Entwicklungen (x in Mengeneinheiten ME und $E(x)$, $K(x)$ in Geldeinheiten GE). Alle produzierten Mengeneinheiten werden vom Unternehmen verkauft.

Aufgabenstellung:

- a) 1) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der Funktionsgraphen von E und K .
- 2) Interpretieren Sie die Koordinaten dieser Schnittpunkte im Hinblick auf den Gewinn des Unternehmens.

- b) Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der Erlösfunktion E und der Kostenfunktion K .



- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Gewinnfunktion G ein.
- 2) Lesen Sie aus der obigen Abbildung ab, wie hoch der Gewinn bei maximalem Erlös ist.

Gewinn bei maximalem Erlös: rund _____ GE

- c) 1) Berechnen Sie den zu erwartenden Gewinn, wenn 13 ME produziert und verkauft werden.

Die Gewinnzone entspricht dem Abstand zwischen den beiden Nullstellen der Gewinnfunktion.

- 2) Argumentieren Sie, dass eine Senkung der Fixkosten eine breitere Gewinnzone bewirkt.
- 3) Erklären Sie, warum eine Veränderung der Fixkosten keine Auswirkung auf diejenige Stückzahl hat, bei der der höchste Gewinn erzielt wird.

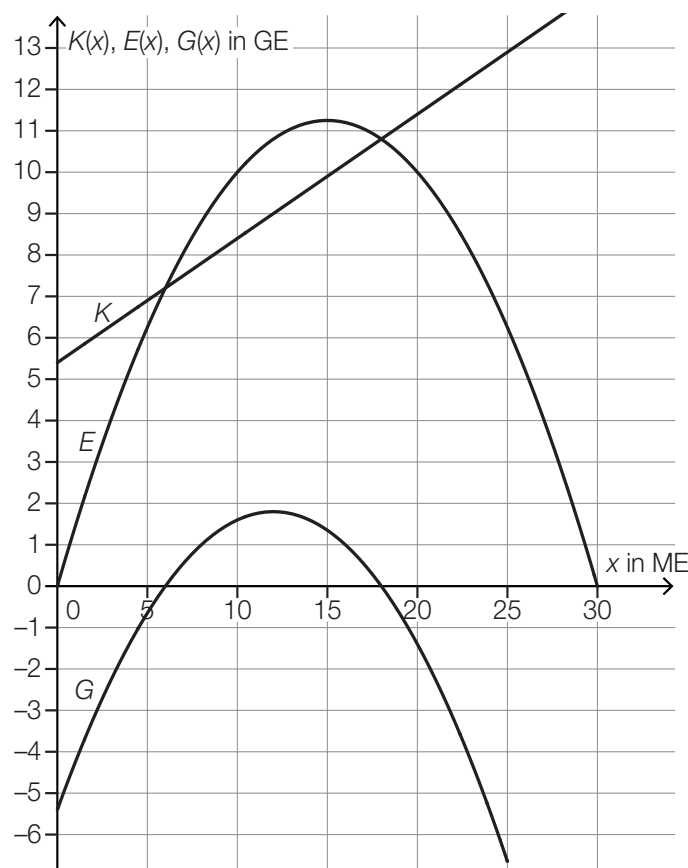
Lösungserwartung

a1) $E(x) = K(x)$

$\Rightarrow S_1 = (6 \mid 7,2), S_2 = (18 \mid 10,8)$

a2) Bei 6 ME und einem Erlös von 7,2 GE bzw. bei 18 ME und einem Erlös von 10,8 GE macht dieses Unternehmen keinen Gewinn.

b1)



b2) Gewinn bei maximalem Erlös: rund 1,3 GE

c1) $G(13) = 1,75$ GE

c2) Eine Senkung der Fixkosten bewirkt einen höheren Gewinn für jede Stückzahl. Dadurch verschiebt sich die Gewinnfunktion senkrecht „nach oben“, was einen größeren Abstand der Nullstellen und damit eine breitere Gewinnzone zur Folge hat.

c3) Eine Veränderung der Fixkosten bewirkt eine senkrechte Verschiebung der Gewinnfunktion. Dies verändert jedoch nicht die Stelle, an der der Gewinn maximal ist.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koordinaten.
- a2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren.

- b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen.
- b2) Ein Punkt für das richtige Ablesen.
Toleranzintervall: $[1,2; 1,5]$

- c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Wertes.
- c2) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.
- c3) Ein Punkt für das richtige Erklären.