

Glücksrad

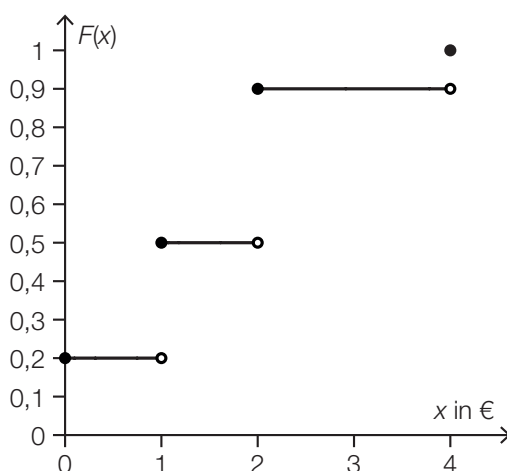
Aufgabennummer: 2_007

Typ 1 ☐ Typ 2 ☒ technologiefrei ☐

Bei einem Glücksspiel werden nach dem Drehen eines Glücksrads € 0, € 1, € 2 oder € 4 ausbezahlt. Jedes Mal, bevor das Rad gedreht wird, ist eine Spielgebühr von € e zu bezahlen.

Die Zufallsvariable X gibt die Höhe des ausbezahlten Betrags an.

Nachstehend ist der Graph der Verteilungsfunktion F in Abhängigkeit vom ausbezahlten Betrag x (in €) mit $F(x) = P(X \leq x)$ angegeben.



Aufgabenstellung:

- a) 1) Tragen Sie die entsprechenden Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in die nachstehende Tabelle ein.

ausbezahlter Betrag x in €	0	1	2	4
$P(X = x)$				

- 2) Begründen Sie, warum jede Verteilungsfunktion monoton steigend ist und warum das Maximum jeder Verteilungsfunktion 1 sein muss.

- b) 1) Berechnen Sie den Erwartungswert von X .
- 2) Interpretieren Sie den Erwartungswert von X für den Spielbetreiber in Bezug auf die Spielgebühr e .
- c) Die Zufallsvariable Y gibt die Höhe des (tatsächlichen) Gewinns aus der Sicht der Spielerin/des Spielers an.

Gewinn y in €				
$P(Y = y)$				

- 1) Tragen Sie die Werte für den Gewinn y in Abhängigkeit von der Spielgebühr e in die obige Tabelle ein.
- 2) Tragen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y in Abhängigkeit von e in die obige Tabelle ein.

Lösungserwartung

a1)

ausbezahlter Betrag x in €	0	1	2	4
$P(X = x)$	0,2	0,3	0,4	0,1

a2) Die Verteilungsfunktion entsteht durch Summenbildung der Einzelwahrscheinlichkeiten. Da diese stets größer oder gleich 0 sind, ist jede Verteilungsfunktion monoton steigend. Da die Summe aller Einzelwahrscheinlichkeiten einer Verteilungsfunktion 1 ist, muss ihr Maximum ebenfalls 1 sein.

b1) $E(X) = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,1 = 1,5$

b2) Der Mindestbetrag der Spielgebühr e muss mehr als € 1,50 betragen, um langfristig Gewinn zu machen.

c1 und c2)

Gewinn y in €	$0 - e$	$1 - e$	$2 - e$	$4 - e$
$P(Y = y)$	0,2	0,3	0,4	0,1

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Werte.

a2) Ein Punkt für das richtige Begründen.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Wertes.

b2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren.

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Werte.

c2) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Werte.