

Wachstum einer Pflanze

Aufgabennummer: 2_004

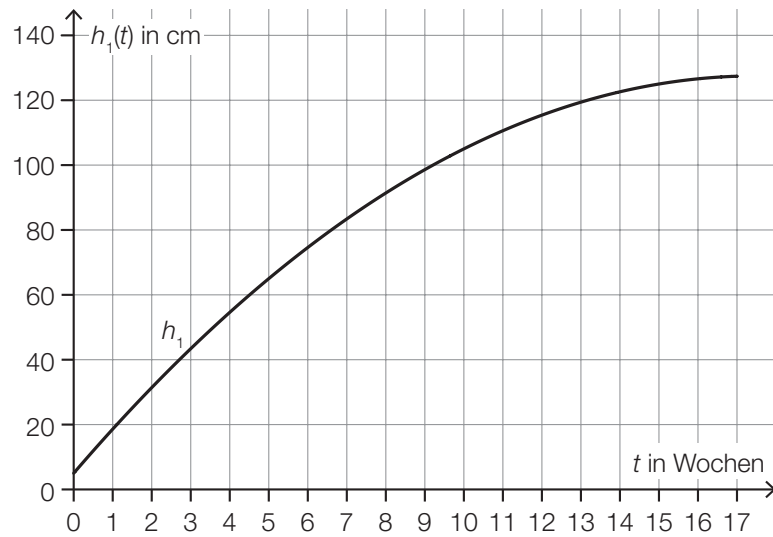
Typ 1 ☐ Typ 2 ☒ technologiefrei ☐

Das Wachstum einer Pflanze wurde über einen Zeitraum von 17 Wochen beobachtet und ihre Höhe gemessen. Die Höhe dieser Pflanze kann in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine Funktion h mit $h(t) = \frac{1}{24} \cdot (-t^3 + 27 \cdot t^2 + 120)$ modelliert werden (t in Wochen seit Beobachtungsbeginn, $h(t)$ in cm).

Aufgabenstellung:

- a) 1) Interpretieren Sie $\frac{h(13) - h(9)}{4} = 9,47\dots$ im gegebenen Sachzusammenhang.
2) Interpretieren Sie $h'(9)$ unter Angabe des konkreten Wertes im gegebenen Sachzusammenhang.
- b) 1) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Funktion h im Beobachtungszeitraum kein lokales Maximum hat.
- c) Für ein schnelleres Wachstum wird die Pflanze gedüngt. Zwei Wochen später erreicht sie ihr stärkstes Wachstum.
- 1) Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Pflanze gedüngt wurde.

- d) Im selben Zeitraum wurde das Wachstum einer anderen Pflanze beobachtet und modelliert. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der entsprechenden Funktion h_1 .



- 1) Interpretieren Sie das Krümmungsverhalten von h_1 im Intervall $[0; 17]$ im Hinblick auf das Wachstum dieser Pflanze.

Lösungserwartung

- a1) Die Wachstumsgeschwindigkeit der Pflanze im Zeitintervall $[9; 13]$ beträgt durchschnittlich $9,47 \dots$ cm pro Woche.
- a2) $h'(9) = 10,125$
Die momentane Wachstumsgeschwindigkeit der Pflanze zum Zeitpunkt $t = 9$ beträgt rund $10,1$ cm pro Woche.
- b1) $h'(t) = 0$
 $t_1 = 0, t_2 = 18$
An der Stelle $t_1 = 0$ hat die Funktion ein lokales Minimum. Die Stelle $t_2 = 18$ befindet sich außerhalb des Beobachtungszeitraums. D. h., die Funktion hat im Beobachtungszeitraum kein lokales Maximum.
- c1) Zeitpunkt des stärksten Wachstums: $h''(t) = 0 \Rightarrow t = 9$
Die Pflanze wurde zum Zeitpunkt $t = 7$ gedüngt.
- d1) Die Wachstumsgeschwindigkeit dieser Pflanze nimmt im Beobachtungszeitraum ab, d. h., sie wächst immer langsamer.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren.
- a2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren unter Angabe des richtigen Wertes.
- b1) Ein Punkt für das richtige rechnerische Nachweisen.
- c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Zeitpunkts.
- d1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren.