

Rosenstöcke*	
Aufgabennummer: 1_612	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 3.2
Ein bestimmter Prozentsatz der Stöcke einer Rosensorte bringt gelbe Blüten hervor. In einem Beet wird eine gewisse Anzahl an Rosenstöcken dieser Sorte gepflanzt. Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt und gibt die Anzahl der gelbblühenden Rosenstöcke an. Dabei beträgt der Erwartungswert für die Anzahl X der gelbblühenden Rosenstöcke 32, und die Standardabweichung hat den Wert 4. Es wird folgender Vergleich angestellt: „Die Wahrscheinlichkeit, dass sich in diesem Beet mindestens 28 und höchstens 36 gelbblühende Rosenstöcke befinden, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 32 gelbblühende Rosenstöcke vorhanden sind.“ Aufgabenstellung: Geben Sie an, ob dieser Vergleich zutrifft, und begründen Sie Ihre Entscheidung!	

* ehemalige Klausuraufgabe, Maturatermin: 16. Jänner 2018

Lösungserwartung

Der Vergleich trifft zu.

Mögliche Begründung:

Erwartungswert: $\mu = 32$, Standardabweichung: $\sigma = 4$

unter Einbeziehung der Wahrscheinlichkeiten für σ -Umgebungen (bei Approximation durch die normalverteilte Zufallsvariable Y):

$$P(28 \leq X \leq 36) \approx P(\mu - \sigma \leq Y \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$$

$$P(X > 32) \approx P(Y > \mu) = 0,5 \quad \Rightarrow \quad P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$$

Weitere Begründungsvarianten:

n ... Anzahl der Rosenstöcke

p ... Wahrscheinlichkeit für einen gelbblühenden Rosenstock

$$\mu = 32 = n \cdot p, \quad \sigma^2 = 16 = n \cdot p \cdot (1 - p) \quad \Rightarrow \quad n = 64, \quad p = 0,5$$

- mittels Binomialverteilung:

$$P(28 \leq X \leq 36) \approx 0,7396$$

$$P(X > 32) \approx 0,4503 \quad \Rightarrow \quad P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$$

- mittels Approximation mit Stetigkeitskorrektur durch die normalverteilte Zufallsvariable Y :

$$P(28 \leq X \leq 36) \approx P(27,5 \leq Y \leq 36,5) \approx 0,7394$$

$$P(X > 32) \approx P(Y > 32,5) \approx 0,4503 \quad \Rightarrow \quad P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$$

- mittels Approximation ohne Stetigkeitskorrektur durch die normalverteilte Zufallsvariable Y :

$$P(28 \leq X \leq 36) \approx P(28 \leq Y \leq 36) \approx 0,6827$$

$$P(X > 32) \approx P(Y > 32) = 0,5 \quad \Rightarrow \quad P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$$

Lösungsschlüssel

Ein Punkt für die Angabe, dass der Vergleich zutrifft, und eine korrekte Begründung.