# Ejercicios resueltos de Selectividad

Física. Física Moderna

mentoor.es

# Índice de contenido

**Madrid, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)** **3**

**Madrid, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)** **5**

**Madrid, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)** **7**

**Madrid, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria)** **11**

**Madrid, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)** **13**

**Madrid, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria)** **16**

**Madrid, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)** **19**

**Madrid, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria)** **23**

**Madrid, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria)** **27**

**Madrid, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)** **30**

**Andalucía, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)** **33**

**Andalucía, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)** **38**

**Andalucía, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)** **43**

**Andalucía, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria)** **48**

**Andalucía, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)** **52**

**Andalucía, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria)** **56**

**Andalucía, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)** **61**

**Andalucía, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria)** **65**

**Andalucía, Junio 2020 (Convocatoria ordinaria)** **69**

**Andalucía, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)** **73**

**Comunidad Valenciana, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)** **77**

**Comunidad Valenciana, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)** **81**

**Comunidad Valenciana, Junio 2023 (Convocatoria aordinaria)** **84**

**Comunidad Valenciana, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria) 88**

**Comunidad Valenciana, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria) 91**

**Comunidad Valenciana, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria) 95**

**Comunidad Valenciana, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria) 99**

**Comunidad Valenciana, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria) 105**

**Comunidad Valenciana, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria) 107**

**Comunidad Valenciana, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria) 111**

**Cataluña, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria) 114**

**Cataluña, Septiembre 2024 (Convocatoria extraordinaria) 118**

**Cataluña, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria) 120**

**Cataluña, Septiembre 2023 (Convocatoria extraordinaria) 125**

**Cataluña, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria) 130**

**Cataluña, Septiembre 2022 (Convocatoria extraordinaria) 135**

**Cataluña, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria) 141**

**Cataluña, Septiembre 2021 (Convocatoria extraordinaria) 147**

**Cataluña, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria) 151**

**Cataluña, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria) 155**

# Madrid, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**Una placa de cobalto se expone a luz de una determinada intensidad y de frecuencia igual a 1,2 veces la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico en ese material. En estas condiciones, se registra un cierto potencial de frenado $\mathbf{V_1}$.**

a) **Si se duplica la frecuencia de la luz incidente, se registra un nuevo potencial de frenado $\mathbf{V_2}$, que es 6 V mayor que $\mathbf{V_1}$. Obtenga el trabajo de extracción para el cobalto y el valor de la frecuencia umbral.**

b) **Si se mantiene la frecuencia inicial y se duplica la intensidad de la luz incidente, ¿cómo se modificará el potencial de frenado?**

**Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $\mathbf{e = 1,6 \cdot 10^{-19}}$ C; Constante de Planck, $\mathbf{h = 6,63 \cdot 10^{-34}}$ J s.**

**Solución:**

a) **Si se duplica la frecuencia de la luz incidente, se registra un nuevo potencial de frenado $\mathbf{V_2}$, que es 6 V mayor que $\mathbf{V_1}$. Obtenga el trabajo de extracción para el cobalto y el valor de la frecuencia umbral.**

La relación que describe el efecto fotoeléctrico es:

$$hf = W_{\text{ext}} + E_c = W_{\text{ext}} + eV.$$

Para las frecuencias mencionadas en el enunciado, podemos expresar lo siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} hf_1 = W_{\text{ext}} + eV_1 \\ hf_2 = W_{\text{ext}} + eV_2 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad h(f_2 - f_1) = e(V_2 - V_1).$$

Utilizando los datos dados y recordando la relación entre el trabajo de extracción y la frecuencia umbral, $W_{\text{ext}} = hf_0$, podemos reescribir:

$$h(f_2 - f_1) = hf_1 = 1,2hf_0 = 1,2W_{\text{ext}} = e(V_2 - V_1).$$

De este modo, el trabajo de extracción se calcula como:

$$W_{\text{ext}} = \frac{e(6\,\text{V})}{1,2} = 5\,\text{eV} = 8 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Finalmente, la frecuencia umbral se determina mediante:

$$f_0 = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = \frac{8 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,21 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}.$$

**Por lo tanto, el trabajo de extracción para el cobalto es $\mathbf{8 \cdot 10^{-19}}$ J y la frecuencia umbral es $\mathbf{1,21 \cdot 10^{15}}$ Hz.**

b) **Si se mantiene la frecuencia inicial y se duplica la intensidad de la luz incidente, ¿cómo se modificará el potencial de frenado?**

La energía cinética máxima de los fotoelectrones liberados, así como el potencial de frenado, no están influenciados por la intensidad de la luz incidente. En cambio, dependen únicamente de la frecuencia de la luz.

**Por ende, en este caso, el potencial de frenado seguiría siendo $\mathbf{V_1}$.**

## Pregunta 5. Opción B

**Dos muestras, cada una de un radioisótopo distinto (radioisótopo 1 y radioisótopo 2) contienen en el momento de su preparación la misma masa del radioisótopo correspondiente. Las medidas de actividad de las muestras 1 y 2 para el instante inicial (t = 0) y al cabo de un día arrojan los siguientes valores:**

| | **A1 (kBq)** | **A2 (kBq)** |
|---|---|---|
| **t = 0** | **10,00** | **11,70** |
| **t = 1 d** | **8,90** | **10,77** |

**a) Calcule el período de semidesintegración de cada radioisótopo.**
**b) Si $\mathbf{M_1}$ y $\mathbf{M_2}$ denotan las respectivas masas atómicas de los radioisótopos, determine el cociente $\mathbf{M_2/M_1}$.**

**Solución:**

**a) Calcule el período de semidesintegración de cada radioisótopo.**

Utilizando la ley exponencial de desintegración, la actividad de la muestra del radioisótopo 1 se expresa como:

$$A_1(\Delta t) = A_{10}e^{-\lambda_1 \Delta t} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{\ln 2}{T_1} = \frac{1}{\Delta t}\ln\frac{A_{10}}{A_1(\Delta t)}$$

$$\Rightarrow \quad T_1 = \Delta t \frac{\ln 2}{\ln \frac{A_{10}}{A_1(\Delta t)}} = 1\frac{\ln 2}{\ln \frac{10}{8{,}90}} = 5,95\,\mathrm{d}.$$

Aplicando un procedimiento similar a la muestra del radioisótopo 2, obtenemos:

$$T_2 = \Delta t \frac{\ln 2}{\ln \frac{A_{20}}{A_2(\Delta t)}} = 1\frac{\ln 2}{\ln \frac{11{,}70}{10{,}77}} = 8,37\,\mathrm{d}$$

**Por lo tanto, el período de semidesintegración del radiosiótopo 1 es 5,95 días, mientras que el del segundo es 8,37 días.**

**b) Si $\mathbf{M_1}$ y $\mathbf{M_2}$ denotan las respectivas masas atómicas de los radioisótopos, determine el cociente $\mathbf{M_2/M_1}$.**

Utilizando el hecho de que las masas iniciales de los radioisótopos son iguales en ambas muestras, tenemos:

$$A_{10} = \lambda_1 \frac{m}{M_1} N_A \quad \text{y} \quad A_{20} = \lambda_2 \frac{m}{M_2} N_A.$$

De ambas expresiones se deduce que

$$\frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{M_2}{M_1}$$

Por lo tanto, podemos expresar el cociente de las masas atómicas como

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{5,95}{8,37} \cdot \frac{10}{11,7} = 0,61.$$

**Por ende, el el cociente $\mathbf{M_2/M_1}$ es 0,61.**

# Madrid, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**Para una prueba diagnóstica se utiliza una cierta cantidad del isótopo 99 del tecnecio ($^{99}$Tc) cuyo tiempo de semidesintegración es de 6 h. Sabiendo que la actividad de la dosis que hay que inocular al paciente es de $5 \cdot 10^8$ Bq, determine:**

a) **La masa de isótopo que hay que inyectar al paciente.**
b) **El tiempo que debe transcurrir para que la actividad sea de $1 \cdot 10^4$ Bq.**

**Datos: Masa atómica del $^{99}$Tc, $M_{^{99}\mathrm{Tc}} = 98,9\,\mathrm{u}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.**

**Solución:**

a) **La masa de isótopo que hay que inyectar al paciente.**

Para determinar la masa inicial requerida, primero calculamos el número de núcleos iniciales $N_0$:

$$A_0 = \lambda N_0 \quad \Rightarrow \quad N_0 = \frac{A_0}{\lambda},$$

donde $\lambda$ es la constante de desintegración, que se obtiene mediante la relación:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 0.116\,\mathrm{h^{-1}} = 3.21 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s^{-1}}.$$

Sustituyendo los valores, encontramos:

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = 1.56 \cdot 10^{13}\,\text{núcleos}.$$

Para calcular la masa inicial $m_0$, utilizamos la masa atómica del isótopo y el número de Avogadro:

$$m_0 = \frac{N_0 \cdot M_{99Tc}}{N_A} = 2.56 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{g}.$$

**Por lo tanto, la masa de isótopo que hay que inyectar al paciente es $2.56 \cdot 10^{-9}$ g.**

b) **El tiempo que debe transcurrir para que la actividad sea de $1 \cdot 10^4$ Bq.**

Para determinar el tiempo que transcurrirá hasta que la actividad alcance $A = 1 \cdot 10^4\,\mathrm{Bq}$, utilizamos la ley de desintegración:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

Al sustituir los valores, obtenemos:

$$t = 3.37 \cdot 10^5\,\mathrm{s} \approx 3.9\,\text{días}.$$

**Por ende, han de transcurrir 3.9 días para que la actividad sea de $1 \cdot 10^4$ Bq.**

## Pregunta 5. Opción B

**Cuando se hace incidir un haz de fotones de frecuencia variable sobre la superficie de un material se emiten fotoelectrones de distintas energías cinéticas máximas. Si se representan los potenciales de frenado de los fotoelectrones, $V$, en función de la frecuencia de los fotones incidentes, $f$, se obtiene una recta de ecuación:**

$$\boldsymbol{V(\mathrm{V}) = 4,16 \cdot 10^{-15} f(\mathrm{Hz}) - 2,16}$$

**Obtenga de la expresión anterior:**

a) **La frecuencia umbral y el potencial de extracción en eV.**
b) **La constante de Planck.**

**Dato: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.**

**Solución:**

a) **La frecuencia umbral y el potencial de extracción en eV.**

La frecuencia umbral, $f_{\text{umbral}}$, es aquella a partir de la cual los fotoelectrones comienzan a emitirse, es decir, cuando el potencial de frenado es nulo ($V = 0$). Podemos hallar esta frecuencia sustituyendo en la ecuación de la recta:

$$V = 0 = 4,16 \cdot 10^{-15} f_{\text{umbral}} - 2,16.$$

Despejando $f_{\text{umbral}}$:

$$4,16 \cdot 10^{-15} f = 2,16 \quad \Rightarrow \quad f_{\text{umbral}} = \frac{2,16}{4,16 \cdot 10^{-15}} = 5,2 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}.$$

El trabajo de extracción ($W_{\text{extracción}}$) corresponde a la energía mínima que se requiere para liberar un electrón del material, y está dado por el término independiente en la ecuación, es decir, $W_{\text{extracción}} = 2,16\,\text{eV}$.

**Por lo tanto, la frecuencia umbral es $f_{\text{umbral}} = 5,2 \cdot 10^{14}$ Hz y el trabajo de extracción es 2,16 eV.**

b) **La constante de Planck.**

Sabemos que la pendiente de la recta, $4,16 \cdot 10^{-15}$ V s, representa el cociente entre la constante de Planck $h$ y la carga del electrón $e$:

$$\frac{h}{e} = 4,16 \cdot 10^{-15}\,\text{V s}.$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación por $e$ (donde $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C), obtenemos $h$:

$$h = 4,16 \cdot 10^{-15} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 6,66 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}.$$

Así, la constante de Planck es $h = 6,66 \cdot 10^{-34}$ J s.

**Por ende, la constante de Planck es $6,66 \cdot 10^{-34}$ J s.**

# Madrid, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**Se sospecha que un acuífero recibe aportes intermitentes de radón ($^{222}$Rn). Para comprobarlo, se toman semanalmente medidas de la actividad radiactiva de muestras de agua. Una de esas medidas arroja un valor de 14 Bq para una muestra de un litro. Determine el valor de la medida de la siguiente semana, para otra muestra de un litro, en cada una de las siguientes condiciones:**

a) **Si no hubiese ningún aporte de $^{222}$Rn en el transcurso de esa semana.**
b) **Si el cuarto día de esa semana la concentración de $^{222}$Rn en el acuífero experimentase un aumento súbito de $2 \cdot 10^{-16}$ g por cada litro de agua.**

**Datos: Período de semidesintegración del $^{222}$Rn, $T_{1/2} = 3,8$ días; Masa atómica del $^{222}$Rn, $M_{^{222}\mathrm{Rn}} = 222$ u; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol$^{-1}$.**

**Solución:**

a) **Si no hubiese ningún aporte de $^{222}$Rn en el transcurso de esa semana.**

La actividad radiactiva de una sustancia decae exponencialmente con el tiempo. La expresión para la actividad en función del tiempo es:

$$A(t) = A_0\, e^{-\lambda t},$$

donde $A_0 = 14$ Bq es la actividad inicial de la muestra, $t = 7$ días es el tiempo transcurrido (una semana) y $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{3{,}8} = 0,1823$ días$^{-1}$ es la constante de desintegración del $^{222}$Rn. Sustituyendo estos valores en la fórmula del decaimiento exponencial:

$$A(7) = 14\, e^{-0{,}1823\cdot 7} = 14\, e^{-1{,}2761} = 14 \cdot 0,2795 = 3,91\,\mathrm{Bq}.$$

**Por lo tanto, la actividad esperada sin aportes adicionales de $^{222}$Rn al cabo de una semana es aproximadamente 3,91 Bq.**

b) **Si el cuarto día de esa semana la concentración de $^{222}$Rn en el acuífero experimentase un aumento súbito de $2 \cdot 10^{-16}$ g por cada litro de agua.**

El aumento de la concentración de radón en el acuífero ocurre el cuarto día de la semana y produce un aumento súbito de $2 \cdot 10^{-16}$ g por cada litro de agua. Para calcular el aumento en la actividad, primero debemos determinar el número de átomos adicionales de $^{222}$Rn, utilizando la relación entre la masa, el número de Avogadro y la masa atómica:

$$N_{\mathrm{Rn}} = \frac{C_{\mathrm{Rn}} \cdot N_A}{M_{\mathrm{Rn}}},$$

donde $C_{\mathrm{Rn}} = 2 \cdot 10^{-16}$ g es el incremento en la concentración de radón, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ es el número de Avogadro y $M_{\mathrm{Rn}} = 222\,\mathrm{u}$ es la masa atómica del $^{222}$Rn, que es equivalente a 222 g/mol. Sustituyendo los valores:

$$N_{\mathrm{Rn}} = \frac{2 \cdot 10^{-16} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{222} = 5,43 \cdot 10^5 \text{ átomos}.$$

La actividad adicional generada por este incremento de átomos es:

$$\Delta A = N_{\mathrm{Rn}} \cdot \lambda = 5,43 \cdot 10^5 \cdot 0,1823 = 0,66\,\mathrm{Bq}.$$

Así, la actividad total al final de la semana, considerando el aporte adicional de radón, será la suma de la actividad esperada sin aportes y la actividad generada por el aumento de concentración:

$$A_{\text{total}} = A(7) + \Delta A = 3,91 + 0,66 = 4,57\,\text{Bq}.$$

**Por lo tanto, si hay un aumento súbito en la concentración de radón, la actividad al final de la semana sería de 4,57 Bq.**

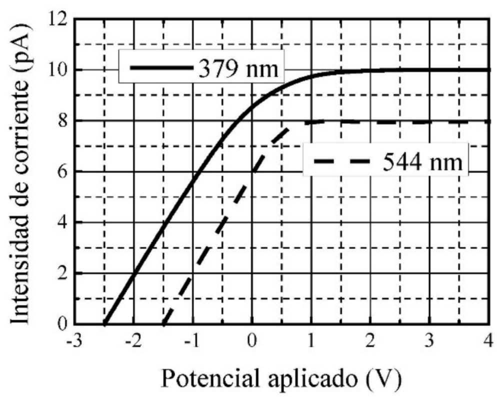
## Pregunta 5. Opción B

**Para estudiar el efecto fotoeléctrico se registra la intensidad de corriente entre un cierto metal emisor de fotoelectrones y una placa en función del potencial eléctrico aplicado entre ambos, mientras se ilumina el metal fotoemisor con un cierto haz de luz. La gráfica adjunta muestra los datos para luz de 379 nm y 544 nm, donde se observan potenciales de frenado de 2,5 V y de 1,5 V, respectivamente.**

a) **A partir de los potenciales de frenado, obtenga el valor de la constante de Planck.**

b) **Indique cuáles serían los valores del potencial de frenado y de la intensidad de corriente máxima para el haz de luz de 379 nm si se disminuyese a la mitad la intensidad del haz.**

**Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3{\cdot}10^8$ m s$^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6{\cdot}10^{-19}$ C.**




**Solución:**

a) **A partir de los potenciales de frenado, obtenga el valor de la constante de Planck.**

Para calcular la constante de Planck en esta situación, debemos basarnos en el efecto fotoeléctrico:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda_1} = W_{\text{ext}} + e \cdot \phi_1 \quad \text{y} \quad \frac{h \cdot c}{\lambda_2} = W_{\text{ext}} + e \cdot \phi_2.$$

Dado que el trabajo de extracción es desconocido, pero por definición debe ser el mismo en ambos casos debido a que no se modifica el material, es posible restar las ecuaciones para eliminar esta variable:

$$hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = e \cdot (\phi_1 - \phi_2) \quad \Rightarrow \quad h = \frac{e \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (\phi_1 - \phi_2)}{\lambda_1 + \lambda_2}.$$

Sustituyendo los valores:

$$h = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 379 \cdot 10^{-9} \cdot 544 \cdot 10^{-9} \cdot (2.5 - 1.5)}{(3 \cdot 10^8) \cdot (544 \cdot 10^{-9} - 379 \cdot 10^{-9})} = 6.66 \cdot 10^{34}\ J \cdot s.$$

**Por lo tanto, el valor de la constante de Planck es $\boldsymbol{6.66 \cdot 10^{34}\ J \cdot s}$.**

b) **Indique cuáles serían los valores del potencial de frenado y de la intensidad de corriente máxima para el haz de luz de 379 nm si se disminuyese a la mitad la intensidad del haz.**

El potencial de frenado solo depende de la energía de los fotones incidentes y del trabajo de extracción. Entonces, si se disminuye a la mitad la intensidad de luz de 379 nm, el potencial de frenado no cambia,

ya que sigue siendo de 2.5 V (esto se debe a que solo depende de la frecuencia de la luz y del trabajo de extracción del metal).
Si reducimos la intensidad a la mitad, el número de fotones incidentes también se reduce a la mitad, pero la longitud de onda y la energía de cada uno de ellos no varían. Así, el potencial de frenado permanece constante y no se ve afectado por una variación en la intensidad del haz de fotones incidentes.
Por otro lado, la intensidad de corriente sí se vería afectada; al tener la mitad de fotones, las interacciones también se reducirán a la mitad. Esto implica que habría la mitad de fotoelectrones generados por el efecto fotoeléctrico, suponiendo una eficiencia del 100%. Entonces, la intensidad de corriente registrada disminuiría a la mitad, alcanzando un valor máximo de 5 pA.

**Por lo tanto, el potencial de frenado no cambia y la intensidad de corriente registrada disminuiría a la mitad, alcanzando un valor máximo de 5 pA.**

# Madrid, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**En un laboratorio de preparación de radiofármacos se rompe accidentalmente una ampolla de una solución que contenía $^{18}$F con una actividad de 18,5 MBq.**

a) **Calcule la masa de $^{18}$F derramada.**
b) **Determine el tiempo que ha de transcurrir hasta que la actividad se reduzca a 37 kBq.**

**Datos: Vida media del $^{18}$F, $\tau = 109,7\,\text{min}$; Masa molar del $^{18}$F, $M_F = 18\,\text{g mol}^{-1}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$.**

**Solución:**

a) **Calcule la masa de $^{18}$F derramada.**

A partir de la actividad se puede calcular el número de núcleos utilizando la relación:

$$A = \lambda \cdot N = \frac{1}{\tau} \cdot N \quad \Rightarrow \quad N = A \cdot \tau,$$

donde $A = 18,5 \cdot 10^6\,\text{Bq}$ y $\tau = 109,7\,\text{min}$. Al sustituir estos valores, tenemos:

$$N = 18,5 \cdot 10^6 \cdot 109,7 \cdot 60 = 1,22 \cdot 10^{11}\,\text{núcleos}.$$

La masa de $^{18}$F se obtiene mediante el siguiente factor de conversión:

$$m = 1,22 \cdot 10^{11}\,\text{núcleos} \cdot \frac{1\,\text{mol}}{6,02 \cdot 10^{23}\,\text{núcleos}} \cdot \frac{18\,\text{g}}{1\,\text{mol}} = 3,64 \cdot 10^{-12}\,\text{g}.$$

**Por lo tanto, la masa de $^{18}$F derramada es $3,64 \cdot 10^{-12}$ g.**

b) **Determine el tiempo que ha de transcurrir hasta que la actividad se reduzca a 37 kBq.**

Para calcular el tiempo, utilizamos la ecuación de decaimiento:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

De aquí, despejamos para $t$:

$$e^{-\lambda t} = \frac{A}{A_0} \quad \Rightarrow \quad -\lambda t = \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) \quad \Rightarrow \quad t = -\tau \ln\left(\frac{A}{A_0}\right),$$

donde usamos que $\lambda = \frac{1}{\tau}$. Sustituyendo los valores $A = 37 \cdot 10^3\,\text{Bq}$ y $A_0 = 18,5 \cdot 10^6\,\text{Bq}$:

$$t = -109,7 \cdot \ln\left(\frac{37 \cdot 10^3}{18,5 \cdot 10^6}\right) = 681,74\,\text{min} = 11,36\,\text{h}.$$

**Por lo tanto, el tiempo que ha de transcurrir hasta que la actividad se reduzca a 37 kBq es aproximadamente 11,36 h.**

## Pregunta 5. Opción B

**Una placa metálica es irradiada con luz de 400 nm de longitud de onda. La máxima corriente eléctrica que llega a obtenerse con ello, debido al efecto fotoeléctrico, es de 15 nA.**

a) **Si el potencial de frenado que anula la corriente anterior es de 1 V, obtenga el trabajo de extracción del metal.**
b) **Asumiendo que cada fotón incidente genera un fotoelectrón, calcule la energía que recibe la placa en el transcurso de 1 hora.**

**Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot 10^{8}$ m s$^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6\cdot 10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6,63\cdot 10^{-34}$ J s.**

**Solución:**

a) **Si el potencial de frenado que anula la corriente anterior es de 1 V, obtenga el trabajo de extracción del metal.**

El trabajo de extracción del metal, $W_{ext}$, se calcula a partir del potencial de frenado y la energía del fotón:

$$W_{ext} = W - E_c.$$

donde $W$ es la energía del fotón, y $E_c$ es la energía cinética máxima de los electrones que salen del metal. La energía del fotón se calcula como:

$$W = \frac{hc}{\lambda}.$$

Sustituyendo los valores:

$$W = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{400\cdot 10^{-9}} = 4,9725\cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Ahora, calculamos la energía cinética máxima de los electrones:

$$E_c = eV = 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 1 = 1,6\cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Sustituyendo en la ecuación del trabajo de extracción:

$$W_{ext} = 4,9725\cdot 10^{-19} - 1,6\cdot 10^{-19} = 3,3725\cdot 10^{-19}\,\text{J} = 2,11\,\text{eV}.$$

**Por lo tanto, el trabajo de extracción del metal es 2,11 eV.**

b) **Asumiendo que cada fotón incidente genera un fotoelectrón, calcule la energía que recibe la placa en el transcurso de 1 hora.**

Para calcular la energía que recibe la placa, primero encontramos el número de fotones que inciden sobre la placa. La relación entre la corriente, el número de electrones y la carga del electrón es:

$$I = ne \quad \Rightarrow \quad n = \frac{I}{e} = \frac{15\cdot 10^{-9}}{1,6\cdot 10^{-19}} = 9,375\cdot 10^{10}\,\text{fotones}.$$

Ahora, la energía que recibe la placa en una hora se calcula multiplicando el número de fotones por la energía de un fotón y por el tiempo en segundos:

$$E_T = n\cdot W\cdot t,$$

donde $t = 3600\,\text{s}$ (1 hora). Sustituyendo los valores:

$$E_T = 9,375\cdot 10^{10}\cdot 4,9725\cdot 10^{-19}\cdot 3600 = 1,68\cdot 10^{-4}\,\text{J}.$$

**Por lo tanto, la energía que recibe la placa en el transcurso de 1 hora es $1,68\cdot 10^{-4}$ J.**

# Madrid, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**Una muestra contiene inicialmente una masa de 30 mg de $^{210}$Po. Sabiendo que su período de semidesintegración es de 138,38 días, determine:**

a) **La vida media del isótopo y la actividad inicial de la muestra.**
b) **El tiempo que debe transcurrir para que el contenido de $^{210}$Po de la muestra se reduzca a 5 mg.**

**Datos: Masa atómica del $^{210}$Po, $M_{Po} = 210\,\mathrm{u}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.**

**Solución:**

a) **La vida media del isótopo y la actividad inicial de la muestra.**

La constante de desintegración radiactiva ($\lambda$) se relaciona con el período de semidesintegración $T_{1/2}$ mediante la ecuación:

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}.$$

Despejando $\lambda$:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}.$$

Dado que el período de semidesintegración del $^{210}$Po es $T_{1/2} = 138,38\,\text{días}$, primero lo convertimos a segundos, ya que $\lambda$ suele expresarse en unidades de $\mathrm{s^{-1}}$:

$$T_{1/2} = 138,38\,\text{días} = 138,38 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s} = 1,20 \cdot 10^7\,\mathrm{s}.$$

Sustituyendo en la ecuación de $\lambda$:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{1,20 \cdot 10^7\,\mathrm{s}} = 5,79 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s^{-1}}.$$

Para expresar $\lambda$ en $\text{días}^{-1}$, utilizamos que $1\,\text{día} = 86400\,\mathrm{s}$:

$$\lambda = 5,79 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s^{-1}} \cdot 86400\,\mathrm{s/día} = 5,01 \cdot 10^{-3}\,\text{días}^{-1}.$$

La vida media $\tau$ es el inverso de la constante de desintegración:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Sustituyendo el valor de $\lambda$ en $\text{días}^{-1}$:

$$\tau = \frac{1}{5,01 \cdot 10^{-3}\,\text{días}^{-1}} = 199,64\,\text{días}.$$

En segundos:

$$\tau = \frac{1}{5,79 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s^{-1}}} = 1,72 \cdot 10^7\,\mathrm{s}.$$

La actividad de una muestra radiactiva está dada por la relación:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{d(N_0 \cdot e^{-\lambda t})}{dt} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda \cdot N(t),$$

donde $N(t)$ es el número de átomos radiactivos presentes en el tiempo $t$. La actividad inicial $A_0$ se calcula cuando $t = 0$, es decir, cuando la cantidad de átomos es $N_0$, el número inicial de átomos en la muestra:

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Para calcular $A_0$, necesitamos conocer $N_0$, el número inicial de átomos. La cantidad de átomos iniciales $N_0$ está relacionada con la masa inicial de la muestra. Dado que la masa atómica del $^{210}$Po es $M_{Po} = 210\,\text{u}$, y que un mol de cualquier sustancia contiene el número de Avogadro de átomos $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$, podemos calcular el número inicial de átomos en la muestra de 30 mg. Primero, convertimos la masa de la muestra a gramos:

$$m = 30\,\text{mg} = 0,03\,\text{g}.$$

Ahora, el número de moles de polonio en la muestra es:

$$n = \frac{m}{M_{Po}} = \frac{0,03\,\text{g}}{210\,\text{g/mol}} = 1,43 \cdot 10^{-4}\,\text{mol}.$$

El número inicial de átomos es:

$$N_0 = n \cdot N_A = 1,43 \cdot 10^{-4}\,\text{mol} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1} = 8,61 \cdot 10^{19}\,\text{átomos}.$$

Finalmente, calculamos la actividad inicial sustituyendo los valores de $\lambda$ y $N_0$:

$$A_0 = \lambda N_0 = 5,79 \cdot 10^{-8}\,\text{s}^{-1} \cdot 8,61 \cdot 10^{19}\,\text{átomos} = 4,99 \cdot 10^{12}\,\text{Bq}.$$

**Por lo tanto, la vida media del isótopo es 199,64 días y la actividad inicial de la muestra es $4,99 \cdot 10^{12}$ Bq.**

**b) El tiempo que debe transcurrir para que el contenido de $^{210}$Po de la muestra se reduzca a 5 mg.**

Sabemos que el número de átomos de una muestra radiactiva es directamente proporcional a la masa que contiene en cada instante. La masa de la muestra, al ser proporcional al número de átomos, también sigue una relación similar:

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t}.$$

En nuestro caso, queremos determinar el tiempo $t$ necesario para que la masa inicial de 30 mg ($m_0 = 0,03\,\text{g}$) se reduzca a 5 mg ($m(t) = 0,005\,\text{g}$). Despejando el tiempo de la ecuación anterior, tenemos:

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right)}{\lambda}.$$

Sustituimos los valores de $m(t)$, $m_0$ y la constante de desintegración $\lambda = 5,79 \cdot 10^{-8}\,\text{s}^{-1}$ obtenida previamente:

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{0{,}005\,\text{g}}{0{,}03\,\text{g}}\right)}{5,79 \cdot 10^{-8}\,\text{s}^{-1}} = 3,09 \cdot 10^{7}\,\text{s} = 357,63\,\text{días}.$$

**Por lo tanto, el tiempo necesario para que la masa de la muestra se reduzca a 5 mg es aproximadamente 357 días.**

## Pregunta 5. Opción B

**Un electrón relativista ha llegado a adquirir una energía cinética equivalente a la energía de un fotón de $5 \cdot 10^{-12}$ m de longitud de onda en el vacío. Calcule:**

a) **La energía cinética del electrón, en eV.**
b) **La velocidad del electrón.**

**Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s$^{-1}$; Masa del electrón en reposo, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.**

**Solución:**

a) **La energía cinética del electrón, en eV.**

La energía asociada a un fotón puede ser expresada como:

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Sustituyendo la longitud de onda de $5 \cdot 10^{-12}$ m:

$$E_\gamma = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{5 \cdot 10^{-12}} = 3,978 \cdot 10^{-14}\,\text{J} = 248652\,\text{eV}.$$

**Por lo tanto, la energía cinética del electrón es 248652 eV.**

b) **La velocidad del electrón.**

Sabemos que la energía en reposo de una partícula está dada por $E_0 = m_e c^2$ y la energía total es $E_T = \gamma m_e c^2$. Por tanto, la energía cinética se puede calcular como:

$$E_T = E_0 + E_c \quad \Rightarrow \quad E_c = E_T - E_0 \quad \Rightarrow \quad E_c = (\gamma - 1) m_e c^2.$$

Para encontrar la velocidad, primero despejamos $\gamma$:

$$\gamma = 1 + \frac{E_c}{m_e c^2}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\gamma = 1 + \frac{3,978 \cdot 10^{-14}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^{8})^2} = 1,485.$$

Usando la relación entre $\gamma$ y la velocidad $v$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Despejando $v$:

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}.$$

Así, la velocidad del electrón se determina como:

$$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{(1,485)^2}} = 0,739c = 2,218 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad del electrón es $2,218 \cdot 10^{8}$ m/s.**

# Madrid, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**En el acelerador de partículas del CERN se tiene un protón moviéndose con una velocidad un 90% de la velocidad de la luz, siendo su masa relativista de $3,83 \cdot 10^{-27}$ kg. Determine:**

a) **La masa en reposo del protón.**
b) **La energía cinética que posee el protón, expresada en eV.**

**Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3{\cdot}10^{8}$ m s$^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6{\cdot}10^{-19}$ C.**

**Solución:**

a) **La masa en reposo del protón.**

La masa relativista $m$ está relacionada con la masa en reposo $m_0$ mediante la ecuación de la relatividad especial:

$$m = \gamma m_0,$$

donde $\gamma$ es el factor de Lorentz, definido como:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}.$$

Dado que el protón se mueve al 90% de la velocidad de la luz ($v = 0{,}9c$), calculamos $\gamma$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (0{,}9c)^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}81}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}19}} = 2{,}29.$$

Ahora, despejamos la masa en reposo $m_0$ de la relación inicial:

$$m_0 = \frac{m}{\gamma} = \frac{3{,}83 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}}{2{,}29} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}.$$

**Por lo tanto, la masa en reposo del protón es aproximadamente $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.**

b) **La energía cinética que posee el protón, expresada en eV.**

La energía cinética relativista se calcula mediante:

$$E_c = (\gamma - 1)m_0c^2.$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$E_c = (2{,}29 - 1)(1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg})(3{,}0 \cdot 10^{8}\,\text{m/s})^2 = 1{,}94 \cdot 10^{-10}\,\text{J}.$$

Para convertir la energía a electronvoltios (eV), utilizamos que $1\,\text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J:

$$E_c = \frac{1{,}94 \cdot 10^{-10}\,\text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J/eV}} = 1{,}21 \cdot 10^{9}\,\text{eV}.$$

**Por lo tanto, la energía cinética del protón es aproximadamente $1{,}21 \cdot 10^{9}$ eV.**

## Pregunta 5. Opción B

**El isótopo de americio, $^{241}Am$, se ha utilizado para la fabricación de detectores de humo. Si la cantidad de americio $^{241}Am$ en un detector de humo en el momento de su fabricación es de 0,2 miligramos y su tiempo de vida media, $\tau$, es de 432 años, determine:**

a) **El tiempo de semidesintegración del $^{241}Am$ y la actividad inicial del detector de humo.**
b) **La cantidad de $^{241}Am$ en el detector de humo cuando su actividad haya disminuido un 80% respecto de su valor inicial y el tiempo transcurrido.**

**Datos: Masa atómica del $^{241}Am$, $M_{Am} = 241$ u; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol$^{-1}$.**

**Solución:**

a) **El tiempo de semidesintegración del $^{241}Am$ y la actividad inicial del detector de humo.**

El tiempo de vida media $\tau$ está relacionado con la constante de desintegración $\lambda$ mediante:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{1}{\tau}.$$

Primero, convertimos el tiempo de vida media a segundos:

$$\tau = 432\,\text{años} \cdot 365\,\frac{\text{días}}{\text{año}} \cdot 24\,\frac{\text{horas}}{\text{día}} \cdot 3600\,\frac{\text{s}}{\text{hora}} = 1{,}36 \cdot 10^{10}\,\text{s}.$$

Entonces, la constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{1{,}36 \cdot 10^{10}\,\text{s}} = 7{,}35 \cdot 10^{-11}\,\text{s}^{-1}.$$

El tiempo de semidesintegración $T_{1/2}$ se relaciona con $\lambda$ mediante:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}6931}{7{,}35 \cdot 10^{-11}\,\text{s}^{-1}} = 9{,}44 \cdot 10^{9}\,\text{s} \approx 300\,\text{años}.$$

Para calcular la actividad inicial $A_0$, necesitamos conocer el número inicial de núcleos radiactivos $N_0$. Primero, convertimos la masa inicial a moles:

$$n = \frac{m}{M_{\text{Am}}} = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-3}\,\text{g}}{241\,\text{g/mol}} = 8{,}30 \cdot 10^{-7}\,\text{mol}.$$

Luego, calculamos $N_0$ utilizando el número de Avogadro:

$$N_0 = nN_A = (8{,}30 \cdot 10^{-7}\,\text{mol}) \cdot (6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}) = 5{,}00 \cdot 10^{17}\,\text{núcleos}.$$

Ahora, la actividad inicial es:

$$A_0 = \lambda N_0 = (7{,}35 \cdot 10^{-11}\,\text{s}^{-1}) \cdot (5{,}00 \cdot 10^{17}) = 3{,}67 \cdot 10^{7}\,\text{Bq}.$$

**El tiempo de semidesintegración es aproximadamente 300 años y la actividad inicial del detector es $3{,}67 \cdot 10^7$ Bq.**

b) **La cantidad de $^{241}Am$ en el detector de humo cuando su actividad haya disminuido un 80% respecto de su valor inicial y el tiempo transcurrido.**

Si la actividad ha disminuido un 80%, esto significa que la actividad actual $A$ es el 20% de la inicial:

$$A = 0{,}2\,A_0.$$

La actividad en función del tiempo está dada por:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Igualando y despejando $t$:

$$0{,}2\, A_0 = A_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad 0{,}2 = e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \ln(0{,}2) = -\lambda t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln(0{,}2)}{\lambda}.$$

Calculamos $t$:

$$t = -\frac{\ln(0{,}2)}{7{,}35 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{s}^{-1}} = \frac{1{,}6094}{7{,}35 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{s}^{-1}} = 2{,}19 \cdot 10^{10}\,\mathrm{s} \approx 700\,\text{años}.$$

La cantidad de americio restante se calcula con:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 \cdot 0{,}2 = 0{,}2\, N_0 = 1{,}00 \cdot 10^{17}\,\text{núcleos}.$$

**Por lo tanto, han transcurrido aproximadamente 700 años, y la cantidad de $^{241}$Am en el detector es $1{,}00 \cdot 10^{17}$ núcleos.**

# Madrid, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**Un material posee un sistema de tres niveles energéticos electrónicos (nivel fundamental, primer nivel, y segundo nivel). Para que un electrón pase desde el nivel fundamental al segundo nivel, el material absorbe radiación de 450 nm; tras lo cual el material emite radiación de 600 nm debido al decaimiento del primer nivel hasta el fundamental.**

a) **Determine las diferencias de energía entre el primer nivel y el nivel fundamental, y entre el segundo nivel y el nivel fundamental, expresadas en electrón-voltios.**

b) **Calcule la energía por unidad de tiempo que produce la emisión si el material emite $4 \cdot 10^{15}$ fotones $s^{-1}$.**

**Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s$^{-1}$.**

**Solución:**

a) **Determine las diferencias de energía entre el primer nivel y el nivel fundamental, y entre el segundo nivel y el nivel fundamental, expresadas en electrón-voltios.**

Asignamos las siguientes denominaciones a los niveles energéticos:
- Nivel fundamental: $E_0$
- Primer nivel excitado: $E_1$
- Segundo nivel excitado: $E_2$

Para el salto desde el nivel fundamental al segundo nivel ($E_0 \to E_2$), el electrón absorbe fotones de longitud de onda $\lambda_{0\to 2} = 450\,\text{nm}$. La energía asociada a este salto es:

$$E_2 - E_0 = h\nu_{0\to 2} = h\frac{c}{\lambda_{0\to 2}}.$$

De manera similar, para el salto desde el primer nivel al nivel fundamental ($E_1 \to E_0$), el electrón emite fotones de longitud de onda $\lambda_{1\to 0} = 600\,\text{nm}$. La energía asociada a este salto es:

$$E_1 - E_0 = h\nu_{1\to 0} = h\frac{c}{\lambda_{1\to 0}}.$$

Calculamos las energías:
- Para $E_2 - E_0$:

$$\lambda_{0\to 2} = 450\,\text{nm} = 450 \cdot 10^{-9}\,\text{m},$$

$$E_2 - E_0 = \frac{(6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}) \cdot (3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s})}{450 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} = \frac{1{,}989 \cdot 10^{-25}\,\text{J m}}{450 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} = 4{,}42 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Convertimos a electrón-voltios:

$$E_2 - E_0 = \frac{4{,}42 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J/eV}} = 2{,}76\,\text{eV}.$$

- Para $E_1 - E_0$:

$$\lambda_{1\to 0} = 600\,\text{nm} = 600 \cdot 10^{-9}\,\text{m},$$

$$E_1 - E_0 = \frac{(6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}) \cdot (3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s})}{600 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} = \frac{1{,}989 \cdot 10^{-25}\,\text{J m}}{600 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} = 3{,}32 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Convertimos a electrón-voltios:

$$E_1 - E_0 = \frac{3{,}32 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J/eV}} = 2{,}07\,\text{eV}.$$

**Por lo tanto, las diferencias de energía son:**
– $\boldsymbol{E_1 - E_0 = 2{,}07\,\mathrm{eV}}$**,**
– $\boldsymbol{E_2 - E_0 = 2{,}76\,\mathrm{eV}}$**.**

b) **Calcule la energía por unidad de tiempo que produce la emisión si el material emite $\boldsymbol{4 \cdot 10^{15}}$ fotones $\boldsymbol{\mathrm{s}^{-1}}$.**

El material emite $n = 4 \cdot 10^{15}$ fotones por segundo de longitud de onda $\lambda = 600\,\mathrm{nm}$ (transición de $E_1$ a $E_0$). La energía de cada fotón emitido es:

$$E_{\text{fotón}} = h\frac{c}{\lambda} = \frac{(6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\ s}) \cdot (3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s})}{600 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}} = 3{,}32 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

La energía total emitida por segundo (potencia $P$) es:

$$P = n \cdot E_{\text{fotón}} = (4 \cdot 10^{15}\,\text{fotones/s}) \cdot (3{,}32 \cdot 10^{-19}\,\text{J/fotón}) = 1{,}328 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W}.$$

**Por lo tanto, la energía emitida por unidad de tiempo es $\boldsymbol{1{,}33 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W}}$.**

## Pregunta 5. Opción B

**Un isótopo de una muestra radiactiva posee un periodo de semidesintegración de 5730 años. Calcule:**

a) **Obtenga la vida media y la constante radiactiva del isótopo.**
b) **Si una muestra tiene $5 \cdot 10^{20}$ átomos radiactivos en el momento inicial, calcule la actividad inicial y el tiempo que debe trascurrir para que dicha actividad se reduzca a la décima parte.**

**Solución:**

a) **Obtenga la vida media y la constante radiactiva del isótopo.**

La constante radiactiva $\lambda$ se relaciona con el periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ mediante

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Sustituyendo el valor de $T_{1/2} = 5730\,\text{años}$:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{5730\,\text{años}} = \frac{0{,}6931}{5730\,\text{años}} = 1{,}2097 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}.$$

La vida media $\tau$ está dada por:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1{,}2097 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}} = 8267{,}1\,\text{años}.$$

**Por lo tanto, la vida media del isótopo es aproximadamente 8267 años y la constante radiactiva es $1{,}2097 \cdot 10^{-4}$ años$^{-1}$.**

b) **Si una muestra tiene $5 \cdot 10^{20}$ átomos radiactivos en el momento inicial, calcule la actividad inicial y el tiempo que debe trascurrir para que dicha actividad se reduzca a la décima parte.**

Comenzamos calculando la actividad inicial $A_0$. La actividad en un momento dado viene dada por:

$$A = \lambda N,$$

donde $N$ es el número de átomos radiactivos presentes (en el momento inicial, $N = N_0 = 5 \cdot 10^{20}$ átomos). convertimos la constante radiactiva $\lambda$ a unidades de $\text{s}^{-1}$ para obtener la actividad en becquerelios (Bq). Sabemos que:

$$1\,\text{año} = 365{,}25\,\text{días} \cdot 24\,\text{horas/día} \cdot 3600\,\text{s/hora} = 31\,557\,600\,\text{s}.$$

Entonces,

$$\lambda = 1{,}2097 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1} = \frac{1{,}2097 \cdot 10^{-4}}{31\,557\,600\,\text{s/año}} = 3{,}835 \cdot 10^{-12}\,\text{s}^{-1}.$$

Ahora, calculamos la actividad inicial:

$$A_0 = \lambda N_0 = (3{,}835 \cdot 10^{-12}\,\text{s}^{-1}) \cdot (5 \cdot 10^{20}\,\text{átomos}) = 1{,}9175 \cdot 10^{9}\,\text{Bq}.$$

Seguidamente, hallamos el tiempo $t$ para que la actividad se reduzca a una décima parte. La actividad en función del tiempo es:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Queremos encontrar $t$ tal que:

$$A(t) = \frac{A_0}{10} \quad \Rightarrow \quad \frac{A_0}{10} = A_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{10} = e^{-\lambda t}.$$

Tomamos logaritmo natural en ambos lados:

$$\ln\left(\frac{1}{10}\right) = -\lambda t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\ln 10}{\lambda}.$$

Calculamos $t$ usando $\lambda$ en años$^{-1}$:

$$t = \frac{\ln 10}{1{,}2097 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}} \approx 19\,044\,\text{años}.$$

**Por lo tanto, la actividad inicial es $\mathbf{1{,}9175 \cdot 10^9}$ Bq y el tiempo necesario para que la actividad se reduzca a una décima parte es aproximadamente 19 044 años.**

# Madrid, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**En un experimento realizado en un acelerador de partículas se han originado un electrón relativista de velocidad $0,75c$, siendo $c$ la velocidad de la luz, y un fotón de 15 MeV de energía.**

a) **Calcule la masa relativista y la energía cinética del electrón.**
b) **Determine la longitud de onda del fotón y la longitud de de Broglie del electrón.**

**Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Masa del electrón en reposo, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m s$^{-1}$.**

**Solución:**

a) **Calcule la masa relativista y la energía cinética del electrón.**

La masa relativista ($m$) de una partícula se calcula mediante la fórmula:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

donde:
- $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg es la masa en reposo del electrón,
- $v = 0{,}75c$ es la velocidad del electrón,
- $c = 3 \cdot 10^8$ m/s es la velocidad de la luz.

Sustituyendo los valores:

$$m = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}{\sqrt{1 - (0{,}75)^2}} = 1{,}38 \cdot 10^{-30}\,\text{kg}.$$

La energía cinética ($E_c$) de una partícula relativista se calcula como:

$$E_c = (\gamma - 1)m_0c^2,$$

donde $\gamma$ es el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}75^2}} = 1{,}5119.$$

Sustituyendo los valores:

$$E_c = (1{,}5119 - 1) \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\,\text{m/s})^2 = 4{,}19 \cdot 10^{-14}\,\text{J}.$$

**Por lo tanto, la masa relativista del electrón es $1{,}38 \cdot 10^{-30}$ kg y su energía cinética es $4{,}19 \cdot 10^{-14}$ J.**

b) **Determine la longitud de onda del fotón y la longitud de de Broglie del electrón.**

La longitud de onda de un fotón ($\lambda_f$) se relaciona con su energía ($E$) mediante la fórmula:

$$\lambda_f = \frac{hc}{E},$$

donde:
- $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s es la constante de Planck,
- $c = 3 \cdot 10^8$ m/s es la velocidad de la luz,

– $E = 15\,\text{MeV} = 15 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 2{,}4 \cdot 10^{-12}\,\text{J}$ es la energía del fotón.

Sustituyendo los valores:

$$\lambda_f = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2{,}4 \cdot 10^{-12}} = 8{,}29 \cdot 10^{-14}\,\text{m}.$$

La longitud de onda de de Broglie ($\lambda_c$) de una partícula se calcula como:

$$\lambda_c = \frac{h}{p},$$

donde $p$ es el momento lineal de la partícula. Para una partícula relativista:

$$p = \gamma m_0 v.$$

Tenemos que

$$\gamma = 1{,}5119, \quad m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}, \quad v = 0{,}75c = 0{,}75 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2{,}25 \cdot 10^8\,\text{m/s}.$$

Calculamos $p$:

$$p = 1{,}5119 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2{,}25 \cdot 10^8 = 3{,}08 \cdot 10^{-22}\,\text{kg m/s}.$$

Ahora, hallamos $\lambda_c$:

$$\lambda_c = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{3{,}08 \cdot 10^{-22}} = 2{,}15 \cdot 10^{-12}\,\text{m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda del fotón es $\mathbf{8{,}29 \cdot 10^{-14}}$ m y la longitud de de Broglie del electrón es $\mathbf{2{,}15 \cdot 10^{-12}}$ m.**

## Pregunta 5. Opción B

**El patrón del kilogramo es un cilindro hecho con una aleación de platino-iridio (90 % en masa de Pt) que se encuentra en un museo de París. El platino está formado por diversos isótopos, uno de ellos, el $^{190}$Pt, es radiactivo siendo su tiempo de semidesintegración de $6,5 \cdot 10^{11}$ años. El porcentaje del isótopo $^{190}$Pt en una muestra de platino es del $0,012\%$ en masa.**

a) **Calcule la actividad inicial del patrón del kilogramo.**
b) **¿Cuál será la masa final del platino $^{190}$Pt que queda en el patrón del kilogramo transcurridos mil millones de años?**

**Datos: Masa atómica del isótopo $^{190}$Pt; $M = 189,96\,\text{u}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$.**

**Solución:**

a) **Calcule la actividad inicial del patrón del kilogramo.**

La actividad inicial ($A$) de una muestra radiactiva está dada por:

$$A = \lambda N,$$

donde:
- $\lambda$ es la constante de desintegración,
- $N$ es el número de átomos del isótopo radiactivo.

La relación entre el tiempo de semidesintegración ($T_{1/2}$) y la constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Dado que

$$T_{1/2} = 6{,}5 \cdot 10^{11}\text{ años},$$

convertimos $T_{1/2}$ a segundos:

$$T_{1/2} = 6{,}5 \cdot 10^{11}\text{ años} \cdot 365{,}25\,\text{días/año} \cdot 24\,\text{horas/día} \cdot 3600\,\text{segundos/hora} = 2{,}05 \cdot 10^{19}\,\text{s}.$$

Entonces,

$$\lambda = \frac{\ln 2}{2{,}05 \cdot 10^{19}\,\text{s}} = 3{,}38 \cdot 10^{-20}\,\text{s}^{-1}.$$

Dado que en el patrón del kilogramo hay 0,9 kg de Pt y el porcentaje del isótopo $^{190}$Pt es del 0,012% en masa, la masa de $^{190}$Pt es:

$$m_{^{190}\text{Pt}} = 0{,}9\,\text{kg} \cdot 0{,}012 \cdot 10^{-2} = 0{,}9 \cdot 0{,}00012\,\text{kg} = 1{,}08 \cdot 10^{-4}\,\text{kg}.$$

Ahora, calculamos el número de moles ($n$) y luego el número de átomos ($N$):

$$n = \frac{m_{^{190}\text{Pt}}}{M} = \frac{1{,}08 \cdot 10^{-4}\,\text{kg}}{189{,}96 \cdot 10^{-3}\,\text{kg/mol}} = 5{,}69 \cdot 10^{-4}\,\text{mol},$$

$$N = n \cdot N_A = 5{,}69 \cdot 10^{-4}\,\text{mol} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{átomos/mol} = 3{,}42 \cdot 10^{20}\,\text{átomos}.$$

Así, la actividad incial es:

$$A = \lambda N = 3{,}38 \cdot 10^{-20}\,\text{s}^{-1} \cdot 3{,}42 \cdot 10^{20}\,\text{átomos} = 11{,}57\,\text{Bq}.$$

**Por lo tanto, la actividad inicial del patrón del kilogramo es aproximadamente 11,57 Bq.**

**b) ¿Cuál será la masa final del platino $^{190}$Pt que queda en el patrón del kilogramo transcurridos mil millones de años?**

Dado que:

$$t = 1{,}0 \cdot 10^9\,\text{años},$$

convertimos a segundos:

$$t = 1{,}0 \cdot 10^9\,\text{años} \cdot 365{,}25\,\text{días/año} \cdot 24\,\text{horas/día} \cdot 3600\,\text{segundos/hora} = 3{,}16 \cdot 10^{16}\,\text{s}.$$

Como en el apartado a):

$$m_0 = 1{,}08 \cdot 10^{-4}\,\text{kg}.$$

La masa restante después de un tiempo $t$ está dada por:

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t}.$$

Sustituyendo los valores:

$$m(t) = 1{,}08 \cdot 10^{-4}\,\text{kg} \cdot e^{-3{,}38 \cdot 10^{-20}\,\text{s}^{-1} \cdot 3{,}16 \cdot 10^{16}\,\text{s}} = 1{,}08 \cdot 10^{-4}\,\text{kg}.$$

Debido a que $\lambda t$ es muy pequeño ($\lambda t = 1{,}07 \cdot 10^{-3}$), la disminución en la masa es insignificante en comparación con la masa inicial.

**Por lo tanto, la masa final del platino $^{190}$Pt que queda en el patrón del kilogramo transcurridos mil millones de años es aproximadamente $1{,}08 \cdot 10^{-4}$ kg.**

# Madrid, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**Se tienen dos fuentes radiactivas cuya actividad a día de hoy es la misma. Se sabe que dentro de 10 años la actividad de la primera fuente será el doble que la de la segunda. Determine:**

a) **La diferencia, $\lambda_2 - \lambda_1$, que existe entre las constantes de desintegración de ambas fuentes.**
b) **La relación entre las actividades de dichas fuentes dentro de 20 años.**

**Solución:**

a) **La diferencia, $\lambda_2 - \lambda_1$, que existe entre las constantes de desintegración de ambas fuentes.**

La constante de desintegración ($\lambda$) representa la probabilidad de desintegración de un núclido por unidad de tiempo. Cuanto mayor es su valor, más rápido se desintegrará una muestra de núclidos. Además, la desintegración radiactiva sigue una cinética de primer orden. La actividad de una fuente radiactiva en función del tiempo se describe por la siguiente ecuación:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Dado que para $t = 0$, $A_1 = A_2 = A_0$, y para $t = 10\,\text{años}$, $A_1 = 2A_2$, podemos establecer la siguiente relación:

$$\frac{A_1(10)}{A_2(10)} = \frac{A_0 \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}}{A_0 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}} = \frac{e^{-\lambda_1 \cdot t}}{e^{-\lambda_2 \cdot t}} = e^{(\lambda_2 - \lambda_1)\cdot t} = 2.$$

Tomando el logaritmo natural en ambos lados:

$$\ln(2) = (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot t.$$

Despejando la diferencia de las constantes de desintegración:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\ln(2)}{t}.$$

Convertimos $t = 10\,\text{años}$ a segundos:

$$t = 10\,\text{años} \cdot 365\,\text{días/año} \cdot 24\,\text{horas/día} \cdot 3600\,\text{segundos/hora} = 315360000\,\text{s}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\ln(2)}{315360000\,\text{s}} = 2{,}20 \cdot 10^{-9}\,\text{s}^{-1}.$$

**Por lo tanto, la diferencia entre las constantes de desintegración es $\boldsymbol{\lambda_2 - \lambda_1 = 2{,}20 \cdot 10^{-9}\,\text{s}^{-1}}$.**

b) **La relación entre las actividades de dichas fuentes dentro de 20 años.**

Conociendo la diferencia entre las constantes de desintegración de ambas fuentes, podemos calcular la relación de sus actividades después de 20 años. Utilizamos nuevamente la relación:

$$\frac{A_1(t)}{A_2(t)} = e^{(\lambda_2 - \lambda_1)\cdot t}.$$

Dado que $t = 20\,\text{años}$, convertimos a segundos:

$$t = 20\,\text{años} \cdot 365\,\text{días/año} \cdot 24\,\text{horas/día} \cdot 3600\,\text{segundos/hora} = 630{,}720{,}000\,\text{s}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\frac{A_1(20)}{A_2(20)} = e^{(2{,}20 \cdot 10^{-9}\,\text{s}^{-1}) \cdot 630{,}720{,}000\,\text{s}} = e^{1{,}387} = 4.$$

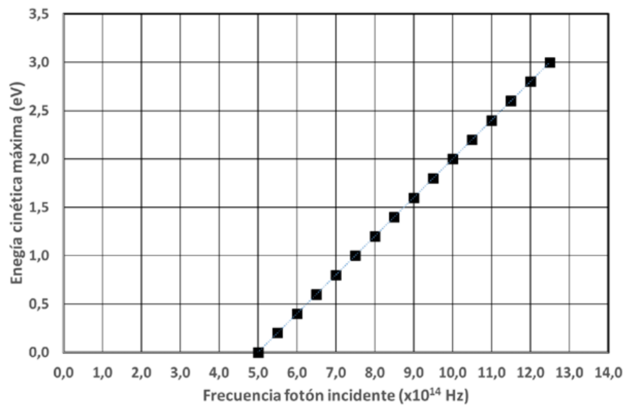
**Por lo tanto, la relación entre las actividades de las fuentes en 20 años será $\boldsymbol{A_1/A_2 = 4}$.**

## Pregunta 5. Opción B

**Se hace incidir un haz de fotones de frecuencia variable sobre una lámina de material metálico, de manera que se emiten electrones cuya energía cinética máxima se mide, obteniendo la gráfica que se adjunta. Determine:**

a) **El trabajo de extracción del metal en eV.**
b) **La longitud de onda de de Broglie asociada a los electrones que se emiten, con máxima energía cinética, cuando la frecuencia de los fotones incidentes es de $10 \cdot 10^{14}$ Hz.**

**Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s.**




**Solución:**

a) **El trabajo de extracción del metal en eV.**

Para determinar el trabajo de extracción, utilizamos la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$h \cdot f = W_{\text{extracción}} + E_{\text{cinética max}},$$

donde:
- $h$ es la constante de Planck,
- $f$ es la frecuencia de los fotones incidentes,
- $W_{\text{extracción}}$ es el trabajo de extracción del metal,
- $E_{\text{cinética max}}$ es la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

Convertimos la energía cinética máxima a Julios:

$$E_{\text{cinética max}} = 2\,\text{eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\frac{\text{J}}{\text{eV}} = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Calculamos la energía del fotón incidente:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s} \cdot 10 \cdot 10^{14}\,\text{Hz} = 6{,}63 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Determinamos el trabajo de extracción:

$$W_{\text{extracción}} = E_{\text{fotón}} - E_{\text{cinética max}} = 6{,}63 \cdot 10^{-19}\,\text{J} - 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 3{,}43 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Convertimos el trabajo de extracción a electronvoltios (eV):

$$W_{\text{extracción}} = \frac{3{,}43 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\frac{\text{J}}{\text{eV}}} = 2{,}14\,\text{eV}.$$

**Por lo tanto, el trabajo de extracción del metal es de aproximadamente 2,14 eV.**

b) **La longitud de onda de de Broglie asociada a los electrones que se emiten, con máxima energía cinética, cuando la frecuencia de los fotones incidentes es de $\mathbf{10 \cdot 10^{14}}$ Hz.**

El principio de de Broglie establece que toda partícula con movimiento posee una onda asociada cuya longitud de onda se calcula mediante:

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

donde $p$ es el momento lineal de la partícula, dado por:

$$p = m_e \cdot v.$$

Sin embargo, sabemos que la energía cinética máxima de los electrones emitidos es:

$$E_{\text{cinética max}} = \frac{1}{2} m_e v^2.$$

Despejando la velocidad $v$:

$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{cinética max}}}{m_e}}.$$

Hallamos la longitud de onda de de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{\text{cinética max}}}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\ s}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}} = 8{,}69 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de de Broglie asociada a los electrones emitidos es de $\mathbf{8{,}69 \cdot 10^{-10}}$ m.**

# Madrid, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)

## Pregunta 5. Opción A

**Para obtener imágenes del corazón se utiliza el isótopo $^{201}$Tl del talio, que emite rayos gamma tras su desintegración, con un período de semidesintegración de 3,04 días. Para una correcta visualización de los tejidos cardíacos se recomienda inyectar una dosis de $0,9\,\mathrm{MBq\ kg^{-1}}$.**

a) **Obtenga la constante de desintegración radiactiva del isótopo. Determine la cantidad de $^{201}$Tl, expresada en gramos, recomendada para diagnosticar a un paciente de 75 kg.**
b) **Calcule el tiempo necesario para que el nivel de actividad se reduzca a un 1% respecto a la actividad inicial.**

**Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$; Masa atómica del $^{201}$Tl, $M_A = 201\,\mathrm{u}$.**

**Solución:**

a) **Obtenga la constante de desintegración radiactiva del isótopo. Determine la cantidad de $^{201}$Tl, expresada en gramos, recomendada para diagnosticar a un paciente de 75 kg.**

La constante de desintegración radiactiva ($\lambda$) está relacionada con el período de semidesintegración ($T_{1/2}$) mediante la fórmula:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Dado que $T_{1/2} = 3{,}04$ días, primero convertimos este tiempo a segundos:

$$T_{1/2} = 3{,}04\,\text{días} \cdot 24\,\frac{\text{horas}}{\text{día}} \cdot 3600\,\frac{\text{segundos}}{\text{hora}} = 262656\,\text{segundos}.$$

Luego, calculamos $\lambda$:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{262656\,\mathrm{s}} = \frac{0{,}6931}{262656} = 2{,}64 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s^{-1}}.$$

Ahora, para determinar la cantidad de $^{201}$Tl recomendada para un paciente de 75 kg, utilizamos la fórmula de la actividad inicial ($A_0$):

$$A_0 = \lambda N_0,$$

donde $N_0$ es el número inicial de núcleos radiactivos. Primero, necesitamos encontrar $N_0$ a partir de la masa dada.

Convertimos la masa de $^{201}$Tl a moles:

$$n = \frac{m}{M_A} = \frac{0{,}2\,\mathrm{mg}}{201\,\mathrm{g/mol}} = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{g}}{201\,\mathrm{g/mol}} = 9{,}95 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{mol}.$$

Luego, calculamos $N_0$ utilizando el número de Avogadro:

$$N_0 = n \cdot N_A = (9{,}95 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{mol}) \cdot (6{,}02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}) = 5{,}99 \cdot 10^{17}\,\text{núcleos}.$$

Ahora, determinamos la actividad inicial:

$$A_0 = \lambda N_0 = (2{,}64 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s^{-1}}) \cdot (5{,}99 \cdot 10^{17}) = 1{,}58 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Bq}.$$

Sin embargo, dado que se recomienda una dosis de $0{,}9\,\mathrm{MBq\ kg^{-1}}$ para un paciente de 75 kg, la actividad total recomendada es:

$$A_{\text{total}} = 0{,}9\,\mathrm{MBq\ kg^{-1}} \cdot 75\,\mathrm{kg} = 67{,}5\,\mathrm{MBq}.$$

Para encontrar la cantidad de $^{201}$Tl necesaria, usamos la relación:

$$A_{\text{total}} = \lambda N,$$

donde $N$ es el número de núcleos necesarios para alcanzar la actividad recomendada:

$$N = \frac{A_{\text{total}}}{\lambda} = \frac{67{,}5 \cdot 10^6\,\text{Bq}}{2{,}64 \cdot 10^{-6}\,\text{s}^{-1}} = 2{,}56 \cdot 10^{13}\,\text{núcleos}.$$

Convertimos $N$ a gramos:

$$m = \frac{N \cdot M_A}{N_A} = \frac{(2{,}56 \cdot 10^{10}\,\text{núcleos}) \cdot 201\,\text{g/mol}}{6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}} = 8{,}55 \cdot 10^{-9}\,\text{g}.$$

**Por lo tanto, la constante de desintegración radiactiva del $^{201}$Tl es $\boldsymbol{\lambda = 2{,}64 \cdot 10^{-6}\,\text{s}^{-1}}$ y la cantidad recomendada de $^{201}$Tl para un paciente de 75 kg es $\boldsymbol{8{,}55 \cdot 10^{-9}}$ gramos.**

b) **Calcule el tiempo necesario para que el nivel de actividad se reduzca a un 1% respecto a la actividad inicial.**

Sabemos que la actividad en función del tiempo está dada por:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Queremos que la actividad final $A(t)$ sea el 1% de la actividad inicial $A_0$:

$$A(t) = 0{,}01\,A_0.$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$0{,}01\,A_0 = A_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad 0{,}01 = e^{-\lambda t}.$$

Aplicando el logaritmo natural a ambos lados:

$$\ln(0{,}01) = -\lambda t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln(0{,}01)}{\lambda}.$$

Calculamos el tiempo $t$:

$$t = -\frac{\ln(0{,}01)}{2{,}64 \cdot 10^{-6}\,\text{s}^{-1}} = 1{,}745 \cdot 10^6\,\text{s}.$$

Convertimos el tiempo a días:

$$t = \frac{1{,}745 \cdot 10^6\,\text{s}}{86400\,\frac{\text{s}}{\text{día}}} = 20{,}2\,\text{días}.$$

**Por lo tanto, se requieren aproximadamente 20,2 días para que la actividad del $^{201}$Tl se reduzca al 1% de su valor inicial.**

## Pregunta 5. Opción B

**Un sistema atómico que consta de tres niveles energéticos se utiliza para obtener radiación láser. Con respecto al primer nivel (nivel fundamental), el segundo y el tercer nivel se sitúan a 2,07 eV y 2,76 eV, respectivamente. La absorción se produce desde el primer nivel al tercero, mientras que la emisión láser se produce por la transición entre el segundo nivel y el fundamental.**

a) **Halle la longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para que se produzca la absorción (transición 1 → 3).**

b) **Calcule la longitud de onda de la radiación emitida (transición 2 → 1) y la potencia del láser si se emiten $2 \cdot 10^{16}$ fotones/s.**

**Datos: Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s$^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.**

**Solución:**

a) **Halle la longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para que se produzca la absorción (transición 1 → 3).**

Hallamos la frecuencia ($f$) usando la relación $\Delta E = hf$:

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{2{,}76\,\text{eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}} = 6{,}66 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}.$$

Obtenemos la longitud de onda ($\lambda$) usando la relación $\lambda = \frac{c}{f}$:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{6{,}66 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}} = 450\,\text{nm}.$$

**Por lo tanto, para la absorción de un electrón desde el nivel 1 al 3, el fotón necesario tiene una frecuencia de $6{,}66 \cdot 10^{14}$ Hz y una longitud de onda de 450 nm.**

b) **Calcule la longitud de onda de la radiación emitida (transición 2 → 1) y la potencia del láser si se emiten $2 \cdot 10^{16}$ fotones/s.**

En primer lugar, calculamos la diferencia de energía ($\Delta E$) en $J$:

$$\Delta E = -2{,}07\,\text{eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{C} = 3{,}312 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Hallamos la frecuencia ($f$) usando la relación $|\Delta E| = hf$:

$$f = \frac{|\Delta E|}{h} = \frac{3{,}312 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}} = 5{,}00 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}.$$

Obtenemos la longitud de onda ($\lambda$) usando la relación $\lambda = \frac{c}{f}$:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{5{,}00 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}} = 6 \cdot 10^{-7}\,\text{m} = 600\,\text{nm}.$$

Además,

$$E_f = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s} \cdot 5{,}00 \cdot 10^{14}\,\text{Hz} = 3{,}315 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Entonces, la potencia del láser es:

$$P = \frac{E_f \cdot n_f}{t} = \frac{3{,}315 \cdot 10^{-19}\,\text{J} \cdot 2 \cdot 10^{16}\,\text{fotones/s}}{1\,\text{s}} = 6{,}63 \cdot 10^{-3}\,\text{W}.$$

**Por lo tanto, para la emisión de radiación láser por la transición 2 → 1, la radiación emitida tiene una longitud de onda de 600 nm y la potencia del láser es de $6{,}63 \cdot 10^{-3}$ W.**

# Andalucía, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta D. Opción 1

a) **Justifique, indicando los principios que aplica, cuál de las reacciones nucleares propuestas no produce los productos mencionados:**
   **i.** $^{14}_{7}N + n \longrightarrow {}^{14}_{6}C + p$
   **ii.** $^{28}_{14}Si + \alpha \longrightarrow {}^{29}_{15}P + n$

b) **i. Determine, indicando los principios aplicados, los valores de $c$ y $Z$ en la siguiente reacción nuclear:**

$$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{145}_{Z}La + c\,{}^{1}_{0}n$$

   **ii. Calcule la energía liberada cuando se fisionan un millón de núcleos de uranio siguiendo la reacción anterior.**

**Datos: m($^{235}_{92}$U) = 235,043930 u; m($^{145}_{Z}$La) = 144,921651 u; m($^{88}_{35}$Br) = 87,924074 u; m$_n$ = 1,008665 u; 1 u = 1,66 · 10$^{-27}$ kg; c = 3 · 10$^8$ m/s.**

**Solución:**

a) **Justifique, indicando los principios que aplica, cuál de las reacciones nucleares propuestas no produce los productos mencionados:**
   **i.** $^{14}_{7}N + n \longrightarrow {}^{14}_{6}C + p$

Analizamos la conservación del número atómico ($A$) y del número atómico ($Z$):
Conservación del número atómico ($A$):

$$A_{\text{izquierda}} = 14 + 1 = 15,$$

$$A_{\text{derecha}} = 14 + 1 = 15.$$

Conservación del número atómico ($Z$):

$$Z_{\text{izquierda}} = 7 + 0 = 7,$$

$$Z_{\text{derecha}} = 6 + 1 = 7.$$

Ambas cantidades se conservan, por lo que la reacción es posible.

**Por lo tanto, esta reacción sí produce los productos mencionados.**

   **ii.** $^{28}_{14}Si + \alpha \longrightarrow {}^{29}_{15}P + n$

Analizamos la conservación del número atómico ($A$) y del número atómico ($Z$):

Conservación del número atómico ($A$):

$$A_{\text{izquierda}} = 28 + 4 = 32,$$

$$A_{\text{derecha}} = 29 + 1 = 30.$$

Como $32 \neq 30$, el número atómico no se conserva.

Conservación del número atómico ($Z$):

$$Z_{\text{izquierda}} = 14 + 2 = 16,$$

$$Z_{\text{derecha}} = 15 + 0 = 15.$$

Como $16 \neq 15$, el número atómico no se conserva.

**Por lo tanto, esta reacción no produce los productos mencionados porque no se conservan $A$ y $Z$.**

b) i. **Determine, indicando los principios aplicados, los valores de $c$ y $Z$ en la siguiente reacción nuclear:**

$$\boldsymbol{{}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{145}_{Z}La + c\,{}^{1}_{0}n}$$

Aplicamos la ley de conservación del número atómico ($A$) y del número atómico ($Z$).

Conservación del número atómico ($A$):

$$A_{\text{izquierda}} = 235 + 1 = 236,$$

$$A_{\text{derecha}} = 145 + 88 + c \cdot 1 = 233 + c.$$

Igualando:

$$236 = 233 + c \quad \Rightarrow \quad c = 3.$$

Conservación del número atómico ($Z$):

$$Z_{\text{izquierda}} = 92 + 0 = 92,$$

$$Z_{\text{derecha}} = Z + 35 + c \cdot 0 = Z + 35.$$

Igualando:

$$92 = Z + 35 \quad \Rightarrow \quad Z = 57.$$

Por lo tanto, $Z = 57$ corresponde al elemento Lantano (${}^{145}_{57}\text{La}$) y $c = 3$.

**Por lo tanto, los valores son $Z = 57$ y $c = 3$.**

ii. **Calcule la energía liberada cuando se fisionan un millón de núcleos de uranio siguiendo la reacción anterior.**

Calculamos la energía liberada por un núcleo mediante la diferencia de masas ($\Delta m$) y la relación $E = \Delta m \cdot c^2$. Tenemos que

* $m({}^{235}_{92}\text{U}) = 235{,}043930\,\text{u}$,
* $m({}^{1}_{0}n) = 1{,}008665\,\text{u}$,
* $m({}^{145}_{57}\text{La}) = 144{,}921651\,\text{u}$,
* $m({}^{88}_{35}\text{Br}) = 87{,}924074\,\text{u}$,
* $m_n = 1{,}008665\,\text{u}$,
* $c = 3 \cdot 10^8\,\text{m/s}$,
* $1\,\text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$.

La masa inical es:

$$m_{\text{inicial}} = m({}^{235}_{92}\text{U}) + m({}^{1}_{0}n) = 235{,}043930\,\text{u} + 1{,}008665\,\text{u} = 236{,}052595\,\text{u}.$$

La masa final es:

$$m_{\text{final}} = m({}^{145}_{57}\text{La}) + m({}^{88}_{35}\text{Br}) + c \cdot m_n = 144{,}921651\,\text{u} + 87{,}924074\,\text{u} + 3 \cdot 1{,}008665\,\text{u} = 235{,}871720\,\text{u}.$$

Entonces,

$$\Delta m = m_{\text{inicial}} - m_{\text{final}} = 236{,}052595\,\text{u} - 235{,}871720\,\text{u} = 0{,}180875\,\text{u}.$$

Convertimos a kilogramos:

$$\Delta m = 0{,}180875\,\text{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = 3{,}0035 \cdot 10^{-28}\,\text{kg}.$$

Ahora bien, la energía liberada por núcleo es:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 3{,}0035 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 = 2{,}7031 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J}.$$

Entonces, la energía total para un millón de núcleos resulta:

$$E_{\text{total}} = E \cdot 1{,}0 \cdot 10^6 = 2{,}7031 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J} \cdot 1{,}0 \cdot 10^6 = 2{,}7031 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{J}.$$

**Por lo tanto, la energía liberada es $\mathbf{2{,}7031 \cdot 10^{-5}\,J}$.**

## Pregunta D. Opción 2

a) **Dos partículas tienen la misma energía cinética. Deduzca de manera razonada la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie si la masa de la primera es un tercio de la masa de la segunda.**

b) **Un protón se mueve con una velocidad de $3,8 \cdot 10^3$ m/s. Determine razonadamente:**
   i. **la longitud de onda de De Broglie asociada a dicho protón.**
   ii. **la energía cinética de un electrón que tuviera igual momento lineal que el protón.**
   iii. **la velocidad del electrón.**

**Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg**

**Solución:**

a) **Dos partículas tienen la misma energía cinética. Deduzca de manera razonada la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie si la masa de la primera es un tercio de la masa de la segunda.**

Sean las dos partículas de masas $m_1$ y $m_2$, con $m_1 = \frac{1}{3}m_2$. Dado que tienen la misma energía cinética:

$$E_{c,1} = E_{c,2}.$$

La energía cinética viene dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

Entonces,

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad \Rightarrow \quad m_1v_1^2 = m_2v_2^2.$$

Sustituyendo $m_1 = \frac{1}{3}m_2$:

$$\frac{1}{3}m_2v_1^2 = m_2v_2^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{3}v_1^2 = v_2^2.$$

Despejando $v_1$:

$$v_1^2 = 3v_2^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{3}\,v_2.$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Calculamos la relación entre las longitudes de onda:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{h}{m_1v_1} \cdot \frac{m_2v_2}{h} = \frac{m_2v_2}{m_1v_1}.$$

Sustituyendo $m_1 = \frac{1}{3}m_2$ y $v_1 = \sqrt{3}\,v_2$:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{m_2v_2}{\left(\frac{1}{3}m_2\right)\left(\sqrt{3}\,v_2\right)} = \frac{m_2v_2}{\frac{1}{3}m_2\sqrt{3}\,v_2} = \frac{1}{\frac{1}{3}\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de la primera partícula es $\sqrt{3}$ veces la de la segunda, es decir, $\lambda_1 = \sqrt{3}\,\lambda_2$.**

**b) Un protón se mueve con una velocidad de $3,8 \cdot 10^3$ m/s. Determine razonadamente:**

**i. la longitud de onda de De Broglie asociada a dicho protón.**

La longitud de onda de De Broglie del protón es:

$$\lambda = \frac{h}{m_p \cdot v_p}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\ s}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{3}\ \mathrm{m/s}} = 1{,}045 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie asociada al protón es $1{,}045 \cdot 10^{-10}$ m.**

**ii. la energía cinética de un electrón que tuviera igual momento lineal que el protón.**

Si el electrón tiene el mismo momento lineal que el protón:

$$p_e = p_p = m_p \cdot v_p.$$

La energía cinética del electrón es:

$$E_\mathrm{c} = \frac{1}{2} m_e v_e^2.$$

Como $p_e = m_e v_e$, entonces:

$$v_e = \frac{p_e}{m_e} = \frac{m_p v_p}{m_e}.$$

Sustituyendo en la expresión de $E_\mathrm{c}$:

$$E_\mathrm{c} = \frac{1}{2} m_e \left(\frac{m_p v_p}{m_e}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{(m_p v_p)^2}{m_e} = \frac{1}{2}\frac{(1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{3}\ \mathrm{m/s})^2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 2{,}214 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{J}.$$

**Por lo tanto, la energía cinética del electrón es $2{,}214 \cdot 10^{-17}$ J.**

**iii. la velocidad del electrón.**

Como $v_e = \dfrac{m_p v_p}{m_e}$:

$$v_e = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{3}\ \mathrm{m/s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}} = \frac{6{,}346 \cdot 10^{-24}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\ \mathrm{m/s} = 6{,}973 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad del electrón es $6{,}973 \cdot 10^6$ m/s.**

# Andalucía, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)

# Pregunta D. Opción 1

a) **Razone si las siguientes afirmaciones son correctas:**
   i. **La energía de los fotoelectrones emitidos por un metal irradiado es la misma que la de los fotones absorbidos por dicho metal.**
   ii. **Si se irradia un metal con luz blanca, produciéndose el efecto fotoeléctrico en todo el rango de frecuencias de dicha luz, la mayor energía cinética corresponderá a los fotoelectrones emitidos por las componentes espectrales de la región del rojo.**

b) **Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5 \cdot 10^{15}$ Hz se emiten electrones cuyo potencial de frenado es de 7,20 V. A continuación, se ilumina con otra luz de longitud de onda $1{,}8 \cdot 10^{-7}$ m y el potencial disminuye a 3,75 V. Determine razonadamente:**
   i. **el valor de la constante de Planck.**
   ii. **el trabajo de extracción del metal.**

**Datos:** $c = 3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$

**Solución:**

a) **Razone si las siguientes afirmaciones son correctas:**
   i. **La energía de los fotoelectrones emitidos por un metal irradiado es la misma que la de los fotones absorbidos por dicho metal.**

   En el efecto fotoeléctrico, la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos se determina mediante la ecuación:

$$E_{c_{\max}} = h\nu - W,$$

   donde:
   * $E_{c_{\max}}$ es la energía cinética máxima de los fotoelectrones,
   * $h$ es la constante de Planck,
   * $\nu$ es la frecuencia de la luz incidente,
   * $W$ es el trabajo de extracción del metal.

   Esto implica que parte de la energía del fotón ($h\nu$) se utiliza para superar el trabajo de extracción ($W$), y el resto se convierte en energía cinética del fotoelectrón. Por lo tanto, la energía de los fotoelectrones es *menor* que la de los fotones absorbidos.

   **Por lo tanto, la afirmación es incorrecta.**

   ii. **Si se irradia un metal con luz blanca, produciéndose el efecto fotoeléctrico en todo el rango de frecuencias de dicha luz, la mayor energía cinética corresponderá a los fotoelectrones emitidos por las componentes espectrales de la región del rojo.**

   La luz blanca contiene todas las frecuencias del espectro visible. La energía cinética máxima de los fotoelectrones está dada por:

$$E_{c_{\max}} = h\nu - W$$

   Como $h$ y $W$ son constantes para el metal, $E_{c_{\max}}$ depende directamente de la frecuencia $\nu$ de la luz incidente. Las componentes espectrales de la región del *violeta* tienen mayor frecuencia que las del *rojo*. Por lo tanto, las componentes violetas producirán fotoelectrones con mayor energía cinética.


**Por lo tanto, la afirmación es incorrecta.**

b) **Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5 \cdot 10^{15}$ Hz se emiten electrones cuyo potencial de frenado es de 7,20 V. A continuación, se ilumina con otra luz de longitud de onda $1{,}8 \cdot 10^{-7}$ m y el potencial disminuye a 3,75 V. Determine razonadamente:**
   i. **el valor de la constante de Planck.**

Datos de la primera situación:

- ∗ Frecuencia: $\nu_1 = 2{,}5 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}$
- ∗ Potencial de frenado: $V_1 = 7{,}20\,\mathrm{V}$

Datos de la segunda situación:

- ∗ Longitud de onda: $\lambda_2 = 1{,}8 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$
- ∗ Potencial de frenado: $V_2 = 3{,}75\,\mathrm{V}$

Calculamos la frecuencia en la segunda situación:

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\ s^{-1}}}{1{,}8 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}} = 1{,}6667 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}.$$

Aplicamos la ecuación del efecto fotoeléctrico para ambas situaciones:

$$h\nu_1 = W + eV_1,$$

$$h\nu_2 = W + eV_2.$$

Restamos ambas ecuaciones para eliminar el trabajo de extracción $W$:

$$h(\nu_1 - \nu_2) = e(V_1 - V_2).$$

Despejamos $h$:

$$h = \frac{e(V_1 - V_2)}{\nu_1 - \nu_2}.$$

Sustituimos los valores conocidos:

$$h = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}) \cdot (7{,}20\,\mathrm{V} - 3{,}75\,\mathrm{V})}{(2{,}5 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}) - (1{,}6667 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz})} = 6{,}624 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\ s}.$$

**Por lo tanto, el valor de la constante de Planck es $\boldsymbol{h = 6{,}624 \cdot 10^{-34}}$ J s.**

   ii. **el trabajo de extracción del metal.**

Usamos la ecuación del efecto fotoeléctrico en una de las situaciones, por ejemplo, la primera:

$$W = h\nu_1 - eV_1.$$

Calculamos $h\nu_1$:

$$h\nu_1 = (6{,}624 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\ s}) \cdot (2{,}5 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}) = 16{,}56 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

Calculamos $eV_1$:

$$eV_1 = (1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}) \cdot (7{,}20\,\mathrm{V}) = 11{,}52 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

Por lo tanto, el trabajo de extracción es:

$$W = 16{,}56 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} - 11{,}52 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 5{,}04 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

Si lo expresamos en electronvoltios:

$$W = \frac{5{,}04 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J/eV}} = 3{,}15\,\mathrm{eV}.$$

**Por lo tanto, el trabajo de extracción del metal es $\boldsymbol{W = 5{,}04 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}$ o $\boldsymbol{W = 3{,}15\,\mathrm{eV}}$.**

# Pregunta D. Opción 2

a) **Explique razonadamente el concepto de defecto de masa, su expresión matemática y su relación con la estabilidad de un núcleo atómico.**

b) i. **Calcule la energía de enlace por nucleón para los nucleidos ${}^{1}_{3}\mathrm{H}$ y ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$.**
   ii. **Indique razonadamente cuál de ellos es más estable.**

**Datos:** $m({}^{1}_{3}\mathrm{H}) = 3{,}016049\,\mathrm{u}$; $m({}^{3}_{2}\mathrm{He}) = 3{,}016029\,\mathrm{u}$; $m_n = 1{,}008665\,\mathrm{u}$; $m_p = 1{,}007276\,\mathrm{u}$; $c = 3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$; $1\,\mathrm{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

**Solución:**

a) **Explique razonadamente el concepto de defecto de masa, su expresión matemática y su relación con la estabilidad de un núcleo atómico.**

El *defecto de masa* es la diferencia entre la suma de las masas de los protones y neutrones individuales y la masa real del núcleo atómico. Se expresa matemáticamente como:

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{\text{núcleo}},$$

donde:
- $Z$ es el número de protones,
- $N$ es el número de neutrones,
- $m_p$ es la masa del protón,
- $m_n$ es la masa del neutrón,
- $m_{\text{núcleo}}$ es la masa del núcleo.

Este defecto de masa ocurre porque, al formarse el núcleo, parte de la masa de los nucleones se convierte en energía de enlace, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2.$$

La energía de enlace es la energía liberada al unir los nucleones y es una medida de la estabilidad del núcleo. Un núcleo con mayor energía de enlace por nucleón es más estable, ya que requiere más energía para descomponerse. Así, el defecto de masa está directamente relacionado con la estabilidad nuclear.

**Por lo tanto, el defecto de masa es esencial para comprender la estabilidad de los núcleos atómicos.**

b) i. **Calcule la energía de enlace por nucleón para los nucleidos ${}^{1}_{3}\mathrm{H}$ y ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$.**

Para el Tritio (${}^{1}_{3}\mathrm{H}$):

Número de protones: $Z = 1$.
Número de neutrones: $N = A - Z = 3 - 1 = 2$.
Calculamos el defecto de masa:

$$\Delta m_{\text{Tritio}} = Zm_p + Nm_n - m_{\text{Tritio}} = (1 \cdot 1{,}007276\,\mathrm{u}) + (2 \cdot 1{,}008665\,\mathrm{u}) - 3{,}016049\,\mathrm{u}.$$

Operando:

$$\Delta m_{\text{Tritio}} = 0{,}008557\,\mathrm{u}.$$

Convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m_{\text{Tritio}} = 0{,}008557\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = 1{,}4215 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}.$$

Calculamos la energía de enlace total:

$$E_{\text{enlace, Tritio}} = \Delta m_{\text{Tritio}} \cdot c^2 = (1{,}4215 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}) \cdot (3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}})^2 = 12{,}7935 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}.$$

Calculamos la energía de enlace por nucleón:

$$E_{\text{enlace por nucleón, Tritio}} = \frac{E_{\text{enlace, Tritio}}}{A} = \frac{12{,}7935 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{3} = 4{,}2645 \cdot 10^{-13}\,\text{J}.$$

Para el Helio-3 ($^3_2\text{He}$):
Número de protones: $Z = 2$
Número de neutrones: $N = 3 - 2 = 1$
Calculamos el defecto de masa:

$$\Delta m_{\text{Helio}} = Zm_p + Nm_n - m_{\text{Helio}} = (2 \cdot 1{,}007276\,\text{u}) + (1 \cdot 1{,}008665\,\text{u}) - 3{,}016029\,\text{u}.$$

Operando:

$$\Delta m_{\text{Helio}} = 0{,}007188\,\text{u}.$$

Convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m_{\text{Helio}} = 0{,}007188\,\text{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = 1{,}1932 \cdot 10^{-29}\,\text{kg}.$$

Calculamos la energía de enlace total:

$$E_{\text{enlace, Helio}} = \Delta m_{\text{Helio}} \cdot c^2 = (1{,}1932 \cdot 10^{-29}\,\text{kg}) \cdot (3 \cdot 10^8\,\text{m s}^{-1})^2 = 10{,}7388 \cdot 10^{-13}\,\text{J}.$$

Calculamos la energía de enlace por nucleón:

$$E_{\text{enlace por nucleón, Helio}} = \frac{E_{\text{enlace, Helio}}}{A} = \frac{10{,}7388 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{3} = 3{,}5796 \cdot 10^{-13}\,\text{J}.$$

**Por lo tanto, las energías de enlace por nucleón son:**
* **Tritio: $\mathbf{4{,}2645 \cdot 10^{-13}}$ J/nucleón**
* **Helio-3: $\mathbf{3{,}5796 \cdot 10^{-13}}$ J/nucleón**

**ii. Indique razonadamente cuál de ellos es más estable.**

La estabilidad de un núcleo atómico se relaciona directamente con su energía de enlace por nucleón: a mayor energía de enlace por nucleón, mayor estabilidad. Como el Tritio tiene una energía de enlace por nucleón mayor que la del Helio-3, el Tritio es más estable que el Helio-3.

**Por lo tanto, el Tritio es más estable que el Helio-3 debido a su mayor energía de enlace por nucleón.**

# Andalucía, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta D. Opción 1

**a) Considere un núcleo de $^{28}$Si y otro de $^{56}$Fe. La masa del núcleo de hierro es el doble que la del núcleo de silicio. Determine, de forma justificada, la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie en las siguientes situaciones:**
- **i. si el momento lineal o cantidad de movimiento es el mismo para los dos.**
- **ii. si los dos núcleos se mueven con la misma energía cinética.**

**b) Los neutrones que se emiten en un proceso de fisión nuclear tienen una energía cinética de $1,6 \cdot 10^{-13}$ J.**
- **i. Determine razonadamente su longitud de onda de De Broglie y su velocidad.**
- **ii. Calcule la longitud de onda de De Broglie cuando la velocidad de los neutrones se reduce a la mitad.**

**Dato: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg**

**Solución:**

**a) Considere un núcleo de $^{28}$Si y otro de $^{56}$Fe. La masa del núcleo de hierro es el doble que la del núcleo de silicio. Determine, de forma justificada, la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie en las siguientes situaciones:**
- **i. si el momento lineal o cantidad de movimiento es el mismo para los dos.**

Dado que la masa del núcleo de hierro es el doble que la del silicio:

$$m_{\mathrm{Fe}} = 2m_{\mathrm{Si}}.$$

Si los momentos lineales son iguales:

$$p_{\mathrm{Fe}} = p_{\mathrm{Si}} \quad \Rightarrow \quad m_{\mathrm{Fe}}v_{\mathrm{Fe}} = m_{\mathrm{Si}}v_{\mathrm{Si}}.$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Entonces,

$$\lambda_{\mathrm{Fe}} = \frac{h}{p_{\mathrm{Fe}}} = \frac{h}{p_{\mathrm{Si}}} = \lambda_{\mathrm{Si}}.$$

**Por lo tanto, las longitudes de onda de De Broglie son iguales: $\boldsymbol{\lambda_{\mathrm{Fe}} = \lambda_{\mathrm{Si}}}$.**

- **ii. si los dos núcleos se mueven con la misma energía cinética.**

Si las energías cinéticas son iguales:

$$E_{\mathrm{c,Fe}} = E_{\mathrm{c,Si}}.$$

La energía cinética es:

$$E_{\mathrm{c}} = \frac{1}{2}mv^2.$$

Entonces,

$$\frac{1}{2}m_{\mathrm{Fe}}v_{\mathrm{Fe}}^2 = \frac{1}{2}m_{\mathrm{Si}}v_{\mathrm{Si}}^2 \quad \Rightarrow \quad m_{\mathrm{Fe}}v_{\mathrm{Fe}}^2 = m_{\mathrm{Si}}v_{\mathrm{Si}}^2.$$

Como $m_{\text{Fe}} = 2m_{\text{Si}}$:

$$2m_{\text{Si}}v_{\text{Fe}}^2 = m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}^2 \quad \Rightarrow \quad 2v_{\text{Fe}}^2 = v_{\text{Si}}^2.$$

Despejando $v_{\text{Si}}$:

$$v_{\text{Si}} = \sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}.$$

Calculamos la relación entre las longitudes de onda:

$$\lambda_{\text{Fe}} = \frac{h}{m_{\text{Fe}}v_{\text{Fe}}}, \quad \lambda_{\text{Si}} = \frac{h}{m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}}.$$

Sustituyendo $m_{\text{Fe}} = 2m_{\text{Si}}$ y $v_{\text{Si}} = \sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}$:

$$\lambda_{\text{Si}} = \frac{h}{m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}} = \frac{h}{m_{\text{Si}}\sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}}.$$

Calculamos la relación:

$$\frac{\lambda_{\text{Fe}}}{\lambda_{\text{Si}}} = \frac{\dfrac{h}{2m_{\text{Si}}v_{\text{Fe}}}}{\dfrac{h}{m_{\text{Si}}\sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}}} = \frac{m_{\text{Si}}\sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}}{2m_{\text{Si}}v_{\text{Fe}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Se tiene que

$$\lambda_{\text{Si}} = \sqrt{2}\, \lambda_{\text{Fe}}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda del silicio es $\sqrt{2}$ veces la del hierro: $\lambda_{\text{Si}} = \sqrt{2}\, \lambda_{\text{Fe}}$.**

b) **Los neutrones que se emiten en un proceso de fisión nuclear tienen una energía cinética de $1,6 \cdot 10^{-13}$ J.**

i. **Determine razonadamente su longitud de onda de De Broglie y su velocidad.**

Calculamos la velocidad:

$$E_{\text{c}} = \frac{1}{2}m_n v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_{\text{c}}}{m_n}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}}} = 1{,}383 \cdot 10^7\,\text{m/s}.$$

Calculamos la longitud de onda de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m_n v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 1{,}383 \cdot 10^7\,\text{m/s}} = 2{,}87 \cdot 10^{-14}\,\text{m}.$$

**Por lo tanto, la velocidad de los neutrones es $1{,}383 \cdot 10^7$ m/s y su longitud de onda de De Broglie es $2{,}87 \cdot 10^{-14}$ m.**

ii. **Calcule la longitud de onda de De Broglie cuando la velocidad de los neutrones se reduce a la mitad.**

Si la velocidad se reduce a la mitad:

$$v' = \frac{v}{2}.$$

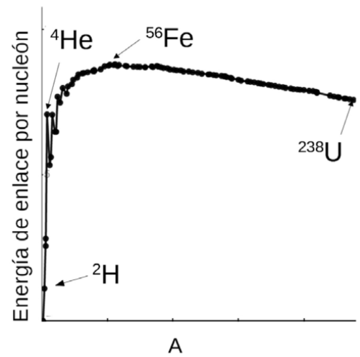
La nueva longitud de onda es:

$$\lambda' = \frac{h}{m_n v'} = \frac{h}{m_n \left(\frac{v}{2}\right)} = \frac{2h}{m_n v} = 2\lambda = 2 \cdot 2{,}87 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{m} = 5{,}74 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la nueva longitud de onda es el doble de la anterior: $\boldsymbol{\lambda' = 5{,}74 \cdot 10^{-14}}$ m.**

## Pregunta D. Opción 2

a) **Basándose en la gráfica, razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
   i. **El $^{238}_{92}$U es más estable que el $^{56}_{26}$Fe.**
   ii. **El $^{4}_{2}$He es más estable que el $^{2}_{1}$H, por lo que al producirse la fusión nuclear de dos núcleos de $^{2}_{1}$H se desprende energía.**




b) **En algunas estrellas se produce una reacción nuclear en la que el $^{28}_{14}$Si, tras capturar siete partículas alfa, se transforma en $^{A}_{Z}$N.**
   i. **Escriba la reacción nuclear descrita y calcule $A$ y $Z$.**
   ii. **Calcule la energía liberada por cada núcleo de silicio.**

**Dato: $m(^{28}_{14}\text{Si}) = 27,976927$ u; $m(^{A}_{Z}\text{N}) = 55,942129$ u; $m(^{4}_{2}\text{He}) = 4,002603$ u; 1 u $= 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s**

**Solución:**

a) **Basándose en la gráfica, razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
   i. **El $^{238}_{92}$U es más estable que el $^{56}_{26}$Fe.**

La afirmación es falsa. En la gráfica de energía de enlace por nucleón, el valor para el $^{56}_{26}$Fe es mayor que el del $^{238}_{92}$U. Esto significa que el hierro tiene una mayor energía de enlace por nucleón, lo que indica que es más estable. Un núcleo es más estable cuanto mayor sea su energía de enlace por nucleón, ya que requiere más energía para separar sus nucleones.

**Por lo tanto, el $^{56}_{26}$Fe es más estable que el $^{238}_{92}$U.**

   ii. **El $^{4}_{2}$He es más estable que el $^{2}_{1}$H, por lo que al producirse la fusión nuclear de dos núcleos de $^{2}_{1}$H se desprende energía.**

La afirmación es verdadera. Según la gráfica, el $^{4}_{2}$He tiene una energía de enlace por nucleón mayor que la del $^{2}_{1}$H. Esto indica que el helio es más estable que el hidrógeno. Al fusionarse dos núcleos de deuterio ($^{2}_{1}$H) para formar un núcleo de helio ($^{4}_{2}$He), el sistema alcanza un estado más estable y libera energía en el proceso, ya que la masa del helio es menor que la suma de las masas de los dos núcleos de deuterio.

**Por lo tanto, al fusionarse dos núcleos de $^{2}_{1}$H y formar $^{4}_{2}$He, se desprende energía debido a que el helio es más estable.**

b) **En algunas estrellas se produce una reacción nuclear en la que el $^{28}_{14}$Si, tras capturar siete partículas alfa, se transforma en $^{A}_{Z}$N.**
   i. **Escriba la reacción nuclear descrita y calcule $A$ y $Z$.**

La reacción nuclear es:

$$^{28}_{14}\text{Si} + 7\,^{4}_{2}\text{He} \rightarrow\, ^{A}_{Z}\text{N}.$$

Aplicamos la conservación del número de masa ($A$) y del número atómico ($Z$):

Conservación del número de masa ($A$):

$$28 + 7 \cdot 4 = A \quad \Rightarrow \quad 28 + 28 = A \quad \Rightarrow \quad A = 56.$$

Conservación del número atómico ($Z$):

$$14 + 7 \cdot 2 = Z \quad \Rightarrow \quad 14 + 14 = Z \quad \Rightarrow \quad Z = 28.$$

El elemento con número atómico $Z = 28$ es el níquel (**Ni**). Por lo tanto, el núcleo formado es:

$$^{56}_{28}\text{Ni}.$$

**Por lo tanto, $A = 56$ y $Z = 28$, el núcleo formado es $^{56}_{28}$Ni.**

**ii. Calcule la energía liberada por cada núcleo de silicio.**

Primero, calculamos el defecto de masa $\Delta m$:

$$\Delta m = \left[m(^{28}_{14}\text{Si}) + 7 \cdot m(^{4}_{2}\text{He})\right] - m(^{56}_{28}\text{Ni}).$$

Sustituyendo los valores proporcionados:

$$\Delta m = [27.976927\,\text{u} + 7 \cdot 4.002603\,\text{u}] - 55.942129\,\text{u}.$$

Calculamos:

$$\Delta m = (27.976927\,\text{u} + 28.018221\,\text{u}) - 55.942129\,\text{u} = 55.995148\,\text{u} - 55.942129\,\text{u} = 0.053019\,\text{u}.$$

Ahora, convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m = 0.053019\,\text{u} \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = 8.799 \cdot 10^{-29}\,\text{kg}.$$

Calculamos la energía liberada utilizando $E = \Delta m \cdot c^2$:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 8.799 \cdot 10^{-29}\,\text{kg} \cdot \left(3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}\right)^2 = 7.919 \cdot 10^{-12}\,\text{J}.$$

**Por lo tanto, la energía liberada por cada núcleo de silicio es $7.92 \cdot 10^{-12}$ J.**

# Andalucía, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria)

## Pregunta D. Opción 1

a) **Se tienen dos muestras radiactivas de dos elementos diferentes, ambas con el mismo número inicial de núcleos. La constante radiactiva de un elemento es el doble que la del otro.**
   i. **Deduzca cómo cambia con el tiempo la relación entre el número de núcleos de las dos muestras.**
   ii. **Determine cómo varía con el tiempo la relación entre las actividades de las dos muestras.**

b) **El tritio, con un periodo de semidesintegración de 12,33 años, se puede usar para analizar la antigüedad de vinos, ya que estos contienen agua. En el año 2023 se toma una muestra del vino hallado en una antigua bodega y se obtiene que la actividad de la muestra es $\mathbf{1,24 \cdot 10^{-3}}$ veces la inicial.**
   i. **Calcule la constante radiactiva del tritio.**
   ii. **Determine el tiempo que ha estado embotellado el vino.**
   iii. **Justifique si es compatible de la datación radiactiva con la suposición de que el vino fue embotellado entre los años 1900 y 1935.**

**Solución:**

a) **Se tienen dos muestras radiactivas de dos elementos diferentes, ambas con el mismo número inicial de núcleos. La constante radiactiva de un elemento es el doble que la del otro.**
   i. **Deduzca cómo cambia con el tiempo la relación entre el número de núcleos de las dos muestras.**

Sea $N_{01} = N_{02} = N_0$ el número inicial de núcleos en ambas muestras. Las constantes radiactivas son $\lambda_1$ y $\lambda_2$, con $\lambda_1 = 2\lambda_2$. El número de núcleos en cada muestra después de un tiempo $t$ es:

$$N_1 = N_0 \cdot e^{-\lambda_1 t}, \quad N_2 = N_0 \cdot e^{-\lambda_2 t}.$$

La relación entre los números de núcleos es:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{N_0 \cdot e^{-\lambda_1 t}}{N_0 \cdot e^{-\lambda_2 t}} = e^{-\lambda_1 t + \lambda_2 t} = e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t}.$$

Como $\lambda_1 = 2\lambda_2$, entonces $\lambda_1 - \lambda_2 = \lambda_2$:

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{-\lambda_2 t}.$$

**Por lo tanto, la relación entre los números de núcleos es $\boldsymbol{\frac{N_1}{N_2} = e^{-\lambda_2 t}}$.**

   ii. **Determine cómo varía con el tiempo la relación entre las actividades de las dos muestras.**

La actividad de cada muestra es:

$$A_1 = \lambda_1 N_1, \quad A_2 = \lambda_2 N_2.$$

La relación entre las actividades es:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2 N_2}.$$

Sabiendo que $\lambda_1 = 2\lambda_2$ y usando el resultado anterior:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2\lambda_2 N_1}{\lambda_2 N_2} = 2 \cdot \frac{N_1}{N_2} = 2 \cdot e^{-\lambda_2 t}.$$

**Por lo tanto, la relación entre las actividades es $\boldsymbol{\frac{A_1}{A_2} = 2 \cdot e^{-\lambda_2 t}}$.**

b) **El tritio, con un periodo de semidesintegración de 12,33 años, se puede usar para analizar la antigüedad de vinos, ya que estos contienen agua. En el año 2023 se toma una muestra del vino hallado en una antigua bodega y se obtiene que la actividad de la muestra es $\boldsymbol{1,24 \cdot 10^{-3}}$ veces la inicial.**

i. **Calcule la constante radiactiva del tritio.**

La constante radiactiva se calcula mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{12{,}33\,\text{años}} = 0{,}0562\,\text{años}^{-1}.$$

**Por lo tanto, la constante radiactiva del tritio es $\boldsymbol{\lambda = 0{,}0562\,\textbf{años}^{-1}}$.**

ii. **Determine el tiempo que ha estado embotellado el vino.**

La actividad decae según la ley:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Dado que $A = 1{,}24 \cdot 10^{-3} \cdot A_0$, entonces

$$e^{-\lambda t} = 1{,}24 \cdot 10^{-3}.$$

Tomando logaritmos naturales:

$$-\lambda t = \ln(1{,}24 \cdot 10^{-3}) \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln(1{,}24 \cdot 10^{-3})}{0{,}0562} = 119{,}05\,\text{años}.$$

**Por lo tanto, el vino ha estado embotellado durante aproximadamente 119 años.**

iii. **Justifique si es compatible de la datación radiactiva con la suposición de que el vino fue embotellado entre los años 1900 y 1935.**

Si en el año 2023 el vino tiene una antigüedad de 119 años, entonces:

$$2023 - 119 = 1904.$$

Dado que $1900 < 1904 < 1935$, la fecha estimada es compatible con la suposición.

**Por lo tanto, la datación radiactiva es compatible, ya que el vino habría sido embotellado en 1904, dentro del rango 1900-1935.**

## Pregunta D. Opción 2

a) **Una molécula de oxígeno y otra de nitrógeno tienen la misma energía cinética. Determine razonadamente la relación entre las longitudes de onda de estas dos moléculas sabiendo que la masa de la molécula de oxígeno es 1,14 veces mayor que la masa de la de nitrógeno.**

b) **En un microscopio electrónico se aplica una diferencia de potencial de 3000 V a electrones que inicialmente están en reposo. Determine razonablemente:**

  i. **La longitud de onda de De Broglie de los electrones.**

  ii. **La longitud de onda de De Broglie si la diferencia de potencial se reduce a 50 V.**

**Datos:** $\boldsymbol{h = 6,63 \cdot 10^{-34}}$ **J s;** $\boldsymbol{e = 1,6 \cdot 10^{-19}}$ **C;** $\boldsymbol{m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}}$ **kg**

**Solución:**

a) **Una molécula de oxígeno y otra de nitrógeno tienen la misma energía cinética. Determine razonadamente la relación entre las longitudes de onda de estas dos moléculas sabiendo que la masa de la molécula de oxígeno es 1,14 veces mayor que la masa de la de nitrógeno.**

La energía cinética de una molécula es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

Como $E_{c,O} = E_{c,N}$:

$$\frac{1}{2}m_O v_O^2 = \frac{1}{2}m_N v_N^2 \quad \Rightarrow \quad m_O v_O^2 = m_N v_N^2.$$

Sustituyendo $m_O = 1{,}14 \cdot m_N$:

$$1{,}14 \cdot m_N \cdot v_O^2 = m_N \cdot v_N^2 \quad \Rightarrow \quad 1{,}14 \cdot v_O^2 = v_N^2.$$

Despejamos la relación de las velocidades:

$$v_N = \sqrt{1{,}14} \cdot v_O.$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Calculamos la relación entre las longitudes de onda:

$$\frac{\lambda_O}{\lambda_N} = \frac{\frac{h}{m_O v_O}}{\frac{h}{m_N v_N}} = \frac{m_N v_N}{m_O v_O}.$$

Sustituimos $m_O = 1{,}14 \cdot m_N$ y $v_N = \sqrt{1{,}14} \cdot v_O$:

$$\frac{\lambda_O}{\lambda_N} = \frac{m_N \cdot \sqrt{1{,}14} \cdot v_O}{1{,}14 \cdot m_N \cdot v_O} = \frac{\sqrt{1{,}14}}{1{,}14} = \frac{1}{\sqrt{1{,}14}}.$$

Calculamos el valor numérico:

$$\sqrt{1{,}14} = 1{,}067 \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_O}{\lambda_N} = \frac{1}{1{,}067} = 0{,}937.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de la molécula de oxígeno es aproximadamente el 93,7% de la del nitrógeno:** $\boldsymbol{\lambda_O = \frac{1}{\sqrt{1{,}14}}\lambda_N}$**.**

b) **En un microscopio electrónico se aplica una diferencia de potencial de 3000 V a electrones que inicialmente están en reposo. Determine razonablemente:**

**i. La longitud de onda de De Broglie de los electrones.**

Los electrones son acelerados desde el reposo mediante una diferencia de potencial $V$, adquiriendo una energía cinética:

$$E_\mathrm{c} = e \cdot V.$$

Esta energía cinética también es:

$$E_\mathrm{c} = \frac{1}{2} m_e v^2.$$

Igualando ambas expresiones:

$$e \cdot V = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}}.$$

Calculamos la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 3000\,\mathrm{V}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 3{,}25 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s}.$$

Calculamos la longitud de onda de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 3{,}25 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s}} = 2{,}24 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie de los electrones es $\boldsymbol{\lambda = 2{,}24 \cdot 10^{-11}}$ m.**

**ii. La longitud de onda de De Broglie si la diferencia de potencial se reduce a 50 V.**

Repetimos el cálculo con $V = 50$ V:

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 50\,\mathrm{V}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 4{,}19 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}.$$

Calculamos la nueva longitud de onda:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 4{,}19 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}} = 1{,}74 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie con 50 V es $\boldsymbol{\lambda = 1{,}74 \cdot 10^{-10}}$ m.**

# Andalucía, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta D. Opción 1

a) **En el efecto fotoeléctrico, la luz incidente sobre una superficie metálica provoca la emisión de electrones de la superficie. Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **Se desprenden electrones sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es superior a un valor mínimo.**
   ii. **La energía cinética máxima de los electrones es independiente del tipo de metal.**
   iii. **La energía cinética máxima de los electrones es independiente de la intensidad de la luz incidente.**

b) **Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de $4 \cdot 10^{-19}$ J para una radiación incidente de $3,5 \cdot 10^{-7}$ m de longitud de onda. Calcule:**
   i. **el trabajo de extracción de un electrón individual y de un mol de electrones, en Julios.**
   ii. **la diferencia de potencial mínima requerida para frenar los electrones emitidos.**

**Datos:** $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$; $c = 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

**Solución:**

a) **En el efecto fotoeléctrico, la luz incidente sobre una superficie metálica provoca la emisión de electrones de la superficie. Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **Se desprenden electrones sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es superior a un valor mínimo.**

La afirmación es *falsa.* En realidad, los electrones se desprenden sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es *inferior* a un valor máximo ($\lambda < \lambda_0$), lo que corresponde a que la frecuencia de la luz sea superior a una frecuencia umbral ($f > f_0$). Si la longitud de onda es superior a este valor ($\lambda > \lambda_0$), la energía de los fotones es insuficiente para superar el trabajo de extracción del metal, por lo que no se emiten electrones.

**Por lo tanto, la afirmación es falsa porque los electrones se desprenden sólo si la longitud de onda es inferior a un valor mínimo, no superior.**

   ii. **La energía cinética máxima de los electrones es independiente del tipo de metal.**

La afirmación es *falsa.* Según la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$K_{\max} = h\nu - \phi,$$

donde $K_{\max}$ es la energía cinética máxima de los electrones, $h$ es la constante de Planck, $\nu$ es la frecuencia de la luz incidente y $\phi$ es la función de trabajo del metal. La función de trabajo $\phi$ es una propiedad específica de cada metal, lo que implica que $K_{\max}$ depende del tipo de metal utilizado.

**Por lo tanto, la afirmación es falsa porque la energía cinética máxima depende de la función de trabajo del metal.**

   iii. **La energía cinética máxima de los electrones es independiente de la intensidad de la luz incidente.**

La afirmación es *verdadera.* La energía cinética máxima de los electrones ($K_{\max}$) está determinada por la frecuencia de la luz incidente y la función de trabajo del metal, según la ecuación de Einstein:

$$K_{\max} = h\nu - \phi.$$

La intensidad de la luz está relacionada con el número de fotones incidentes por unidad de tiempo, pero no afecta la energía de cada fotón individual. Por lo tanto, aumentar la intensidad de la luz incrementa el número de electrones emitidos, pero no la energía cinética máxima de cada electrón.

**Por lo tanto, la afirmación es verdadera ya que $K_{\max}$ depende únicamente de la frecuencia de la luz y la función de trabajo del metal, no de la intensidad de la luz.**

b) **Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de $4 \cdot 10^{-19}$ J para una radiación incidente de $3,5 \cdot 10^{-7}$ m de longitud de onda. Calcule:**

i. **el trabajo de extracción de un electrón individual y de un mol de electrones, en Julios.**

Utilizando la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$K_{\max} = h\nu - \phi.$$

Primero, calculamos la frecuencia $\nu$ de la radiación incidente:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{3{,}5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}} = 8{,}57 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}.$$

Sustituyendo en la ecuación de Einstein:

$$4 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \cdot 8{,}57 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz} - \phi.$$

$$4 \cdot 10^{-19} = 5{,}68 \cdot 10^{-19} - \phi \quad \Rightarrow \quad \phi = 5{,}68 \cdot 10^{-19} - 4 \cdot 10^{-19} = 1{,}68 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

El trabajo de extracción de un mol de electrones es:

$$\phi_{\mathrm{mol}} = \phi \cdot N_A = 1{,}68 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}} = 1{,}011 \cdot 10^5\,\mathrm{J/mol}.$$

**Por lo tanto, el trabajo de extracción es $1{,}68 \cdot 10^{-19}$ J por electrón y $1{,}011 \cdot 10^5$ J/mol de electrones.**

ii. **la diferencia de potencial mínima requerida para frenar los electrones emitidos.**

La energía cinética máxima de los electrones ($K_{\max}$) está relacionada con la diferencia de potencial de frenado ($V$) mediante la siguiente relación:

$$K_{\max} = e \cdot V,$$

donde $e$ es la carga elemental ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C). Despejando $V$:

$$V = \frac{K_{\max}}{e} = \frac{4 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 2{,}5\,\mathrm{V}.$$

**Por lo tanto, la diferencia de potencial mínima requerida para frenar los electrones emitidos es 2,5 V.**

## Pregunta D. Opción 2

a) **i. Defina defecto de masa y energía de enlace de un núcleo.**
**ii. Indique razonadamente cómo están relacionadas entre sí ambas magnitudes.**

b) **El $^{235}_{92}U$ se puede desintegrar, por absorción de un neutrón, mediante diversos procesos de fisión. Uno de estos procesos consiste en la producción de $^{95}_{38}Sr$, dos neutrones y un tercer núcleo $^{A}_{Z}Q$.**
**i. Escriba la reacción nuclear correspondiente y determine el número de protones y número total de nucleones del tercer núcleo..**
**ii. Calcule la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio en la reacción anterior.**

**Datos: $m(^{235}_{92}U) = 235,043930\,u$; $m(^{95}_{38}Sr) = 94,919359\,u$; $m(^{A}_{Z}Q) = 138,918793\,u$; $m_n = 1,008665\,u$; $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$**

**Solución:**

a) **i. Defina defecto de masa y energía de enlace de un núcleo.**

El *defecto de masa* de un núcleo es la diferencia entre la masa total de los nucleones que lo componen (protones y neutrones) y la masa real del núcleo. Se define matemáticamente como:

$$\Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m_{\text{núcleo}},$$

donde:
* $Z$ es el número de protones,
* $N$ es el número de neutrones,
* $m_p$ es la masa de un protón,
* $m_n$ es la masa de un neutrón,
* $m_{\text{núcleo}}$ es la masa del núcleo.

La *energía de enlace* es la energía necesaria para descomponer un núcleo en sus nucleones constituyentes. Está relacionada con el defecto de masa mediante la famosa ecuación de Einstein:

$$E_{\text{enlace}} = \Delta m \cdot c^2,$$

donde $c$ es la velocidad de la luz en el vacío.

**Por lo tanto, el defecto de masa es la diferencia de masa entre los nucleones individuales y el núcleo, y la energía de enlace es la energía equivalente a esta diferencia de masa que mantiene unido al núcleo.**

**ii. Indique razonadamente cómo están relacionadas entre sí ambas magnitudes.**

La *relación* entre el *defecto de masa* y la *energía de enlace* está directamente dada por la ecuación de Einstein:

$$E_{\text{enlace}} = \Delta m \cdot c^2.$$

Esta relación implica que una mayor pérdida de masa (mayor defecto de masa) corresponde a una mayor energía de enlace. En otras palabras, núcleos con mayor energía de enlace son más estables, ya que requieren más energía para ser desintegrados en sus nucleones constituyentes.

Además, esta relación muestra que la energía de enlace es una manifestación de la masa defectuosa del núcleo, lo que demuestra la equivalencia entre masa y energía.

**Por lo tanto, ambas magnitudes están relacionadas por la equivalencia masa-energía, donde el defecto de masa se traduce en la energía de enlace que mantiene unido al núcleo.**

b) **El $^{235}_{92}U$ se puede desintegrar, por absorción de un neutrón, mediante diversos procesos de fisión. Uno de estos procesos consiste en la producción de $^{95}_{38}Sr$, dos neutrones y un tercer núcleo $^{A}_{Z}Q$.**

i. **Escriba la reacción nuclear correspondiente y determine el número de protones y número total de nucleones del tercer núcleo..**

La desintegración por fisión puede representarse de la siguiente manera:

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{95}_{38}\mathrm{Sr} + 2^{1}_{0}\mathrm{n} + ^{A}_{Z}\mathrm{Q}.$$

Conservación de la carga eléctrica:

$$Z_{\mathrm{U}} + Z_{\mathrm{n}} = Z_{\mathrm{Sr}} + Z_{\mathrm{n}} + Z_{\mathrm{Q}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$92 + 0 = 38 + 0 + Z \quad \Rightarrow \quad Z = 54.$$

Conservación del número de nucleones:

$$A_{\mathrm{U}} + A_{\mathrm{n}} = A_{\mathrm{Sr}} + 2A_{\mathrm{n}} + A_{\mathrm{Q}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$235 + 1 = 95 + 2 \cdot 1 + A \quad \Rightarrow \quad 236 = 95 + 2 + A \quad \Rightarrow \quad A = 139.$$

**Por lo tanto, el tercer núcleo es $^{139}_{54}\mathrm{Xe}$.**

ii. **Calcule la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio en la reacción anterior.**

Vamos a obtener el defecto de masa ($\Delta m$). Primero, sumamos las masas de los reactivos y los productos:

$$\text{Reactivos: } m_{\mathrm{U}} + m_n = 235{,}043930\,u + 1{,}008665\,u = 236{,}052595\,u.$$

$$\text{Productos: } m_{\mathrm{Sr}} + 2m_n + m_{\mathrm{Xe}} = 94{,}919359\,u + 2 \cdot 1{,}008665\,u + 138{,}918793\,u = 235{,}855482\,u.$$

Entonces,

$$\Delta m = \text{Reactivos} - \text{Productos} = 236{,}052595\,u - 235{,}855482\,u = 0{,}197113\,u.$$

Finalemte, obtenemos la energía liberada ($\Delta E$). Utilizamos la equivalencia masa-energía de Einstein:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2.$$

Primero, convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m = 0{,}197113\,u \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = 3{,}277 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{kg}.$$

Luego, calculamos la energía:

$$\Delta E = 3{,}277 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{kg} \cdot \left(3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}\right)^2 = 2{,}9493 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J}.$$

**Por lo tanto, la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio es aproximadamente $\mathbf{2{,}9493 \cdot 10^{-11}}$ J.**

# Andalucía, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria)

## Pregunta D. Opción 1

a) **Dos partículas distintas 1 y 2 tienen la misma longitud de onda de De Broglie. Si $m_1 = 2m_2$, calcule razonadamente:**
   i. **la relación entre sus velocidades.**
   ii. **la relación entre sus energías cinéticas.**

b) **Un coche de 2000 kg de masa y un átomo de helio ($^4_2He$) se mueven a $20\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.**
   i. **Calcule la longitud de onda de De Broglie del coche y del átomo de helio.**
   ii. **Si un instrumento de laboratorio sólo puede medir longitudes de onda mayores a $5 \cdot 10^{-11}$ m, comente razonadamente si es posible medir la longitud de onda de De Broglie del coche y del átomo de helio.**

**Datos: $m(^4_2He) = 4,002603\,u$; $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s**

**Solución:**

a) **Dos partículas distintas 1 y 2 tienen la misma longitud de onda de De Broglie. Si $m_1 = 2m_2$, calcule razonadamente:**
   i. **la relación entre sus velocidades.**

Según la fórmula de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

donde:

* $\lambda$ es la longitud de onda,
* $h$ es la constante de Planck,
* $m$ es la masa de la partícula,
* $v$ es la velocidad de la partícula.

Dado que ambas partículas tienen la misma longitud de onda ($\lambda_1 = \lambda_2$), podemos escribir:

$$\frac{h}{m_1 v_1} = \frac{h}{m_2 v_2}.$$

Simplificando:

$$\frac{1}{m_1 v_1} = \frac{1}{m_2 v_2} \quad \Rightarrow \quad m_1 v_1 = m_2 v_2.$$

Dado que $m_1 = 2m_2$:

$$2m_2 v_1 = m_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = 2v_1.$$

**Por lo tanto, la velocidad de la partícula 1 es la mitad de la velocidad de la partícula 2 ($v_1 = \frac{v_2}{2}$).**

   ii. **la relación entre sus energías cinéticas.**

La energía cinética ($E_c$) se calcula mediante:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2.$$

Para las dos partículas:

$$E_{c,1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2, \qquad E_{c,2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Ya sabemos que $m_1 = 2m_2$ y $v_2 = 2v_1$, sustituyendo:

$$E_{c,1} = \frac{1}{2} \cdot 2m_2 \cdot v_1^2 = m_2 v_1^2, \qquad E_{c,2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (2v_1)^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot 4v_1^2 = 2m_2 v_1^2.$$

Entonces,

$$\frac{E_{c,1}}{E_{c,2}} = \frac{m_2 v_1^2}{2m_2 v_1^2} = \frac{1}{2}.$$

**Por lo tanto, la energía cinética de la partícula 1 es la mitad de la energía cinética de la partícula 2 ($E_{c,1} = \dfrac{E_{c,2}}{2}$).**

b) **Un coche de 2000 kg de masa y un átomo de helio ($^4_2He$) se mueven a $20\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.**

i. **Calcule la longitud de onda de De Broglie del coche y del átomo de helio.**

La longitud de onda de De Broglie se calcula mediante:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Para el coche:

* Masa del coche: $m_{\text{coche}} = 2000\,\mathrm{kg}$.
* Velocidad: $v_{\text{coche}} = 20\,\mathrm{m/s}$.
* Longitud de onda:

$$\lambda_{\text{coche}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{2000\,\mathrm{kg} \cdot 20\,\mathrm{m/s}} = 1{,}66 \cdot 10^{-38}\,\mathrm{m}.$$

Para el átomo de helio:

* Masa del átomo de helio: $m_{^4_2He} = 4{,}002603\,u$. Convertimos la masa a kg:

$$m_{^4_2He} = 4{,}002603\,u \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = 6{,}643 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}.$$

* Velocidad: $v_{^4_2He} = 20\,\mathrm{m/s}$.
* Longitud de onda:

$$\lambda_{^4_2He} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{6{,}643 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 20\,\mathrm{m/s}} = 4{,}99 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie del coche es aproximadamente $1{,}66 \cdot 10^{-38}$ m y la del átomo de helio es aproximadamente $4{,}99 \cdot 10^{-9}$ m.**

ii. **Si un instrumento de laboratorio sólo puede medir longitudes de onda mayores a $5 \cdot 10^{-11}$ m, comente razonadamente si es posible medir la longitud de onda de De Broglie del coche y del átomo de helio.**

Comparación con el límite del instrumento:

* <u>Coche:</u>

$$\lambda_{\text{coche}} = 1{,}66 \cdot 10^{-38}\,\mathrm{m} < 5 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}.$$

* <u>Átomo de helio:</u>

$$\lambda_{^4_2He} = 4{,}99 \cdot 10^{-09}\,\mathrm{m} > 5 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}.$$

Observamos que:

* <u>Coche:</u> La longitud de onda de De Broglie del coche es mucho menor que el límite de detección del instrumento ($1{,}66 \cdot 10^{-38}\,\mathrm{m} < 5 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$). Por lo tanto, **no es posible medir** la longitud de onda del coche con dicho instrumento.
* <u>Átomo de helio:</u> La longitud de onda de De Broglie del átomo de helio es mayor que el límite de detección del instrumento ($4{,}99 \cdot 10^{-09}\,\mathrm{m} > 5 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$). Por lo tanto, **es posible medir** la longitud de onda del átomo de helio con dicho instrumento.

**Por lo tanto, sólo es posible medir la longitud de onda de De Broglie del átomo de helio, mientras que la del coche está por debajo del límite de detección del instrumento.**

## Pregunta D. Opción 2

**a) Razone cuáles de los siguientes productos podrían ser el resultado de la fisión de $^{235}_{92}U$ tras absorber un neutrón:**

**i. $^{209}_{82}Pb + 5\alpha + 2p + 5n$**

**ii. $^{90}_{38}Sr +^{140}_{54} Xe + 6n$**

**b) Considere la siguiente reacción nuclear de fusión:**

$$^{A}_{Z}Li +^{1}_{1} H \rightarrow 2^{4}_{2}He$$

**i. Determine de manera razonada el número másico y el número atómico del núcleo de Litio.**

**ii. Calcule la energía liberada en la reacción por cada núcleo de Litio.**

**Datos:** $m(^1_1H) = 1,007825\,u$; $m(^4_2He) = 4,002603\,u$; $m(^7_3Li) = 7,016003\,u$; $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

**Solución:**

**a) Razone cuáles de los siguientes productos podrían ser el resultado de la fisión de $^{235}_{92}U$ tras absorber un neutrón:**

**i. $^{209}_{82}\mathrm{Pb} + 5\alpha + 2p + 5n$**

Para determinar si esta reacción es posible, debemos verificar la conservación del número másico ($A$) y del número atómico ($Z$).

Conservación del número másico ($A$):

$$235 + 1 = 209 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad 236 = 236.$$

Conservación del número atómico ($Z$):

$$92 + 0 = 82 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0 \quad \Rightarrow \quad 92 = 94.$$

Como el número atómico no se conserva ($92 \neq 94$), la reacción no es posible.

**Por lo tanto, la reacción propuesta en el inciso (i) no es posible.**

**ii. $^{90}_{38}Sr +^{140}_{54} Xe + 6n$**

Verificamos la conservación del número másico ($A$) y del número atómico ($Z$).

Conservación del número másico ($A$):

$$235 + 1 = 90 + 140 + 6 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad 236 = 236.$$

Conservación del número atómico ($Z$):

$$92 + 0 = 38 + 54 + 6 \cdot 0 \quad \Rightarrow \quad 92 = 92.$$

Como tanto el número másico como el número atómico se conservan, la reacción es posible.

**Por lo tanto, la reacción propuesta en el inciso (ii) es posible.**

**b) Considere la siguiente reacción nuclear de fusión:**

$$ {}^{A}_{Z}\boldsymbol{Li} + {}^{1}_{1}\boldsymbol{H} \rightarrow \boldsymbol{2}\,{}^{4}_{2}\boldsymbol{He} $$

**i. Determine de manera razonada el número másico y el número atómico del núcleo de Litio.**

Aplicamos la conservación del número másico ($A$) y del número atómico ($Z$) en la reacción de fusión:

Conservación del número másico ($A$):

$$ A + 1 = 2 \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad A + 1 = 8 \quad \Rightarrow \quad A = 7. $$

Conservación del número atómico ($Z$):

$$ Z + 1 = 2 \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad Z + 1 = 4 \quad \Rightarrow \quad Z = 3. $$

**Por lo tanto, el núcleo de Litio es ${}^{7}_{3}\mathbf{Li}$.**

**ii. Calcule la energía liberada en la reacción por cada núcleo de Litio.**

Calculamos la diferencia de masas ($\Delta m$) y luego la energía liberada utilizando la ecuación de Einstein $E = \Delta m \cdot c^2$.

Diferencia de masas ($\Delta m$):

$$ \Delta m = m({}^{7}_{3}\mathrm{Li}) + m({}^{1}_{1}\mathrm{H}) - 2 \cdot m({}^{4}_{2}\mathrm{He}) = 7.016003\,u + 1.007825\,u - 2 \cdot 4.002603\,u = 0.018622\,u. $$

Conversión de masa a energía:

$$ E = \Delta m \cdot c^2 = 0.018622\,u \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} \cdot (3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s})^2 = 2.781 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J} \quad \text{por núcleo de Litio.} $$

**Por lo tanto, la energía liberada en la reacción es $\mathbf{2.78 \cdot 10^{-12}\,J}$ por cada núcleo de Litio.**

# Andalucía, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)

## Pregunta D. Opción 1

a) **Represente gráficamente la energía de enlace por nucleón frente al número másico y justifique, a partir de la gráfica, los procesos de fusión y fisión nuclear.**

b) **En el proceso de desintegración de un núcleo de $^{218}_{84}$Po, se emiten sucesivamente una partícula alfa y dos partículas beta, dando lugar finalmente a un núcleo de masa 213,995201 u.**

  i. **Escriba la reacción nuclear correspondiente.**

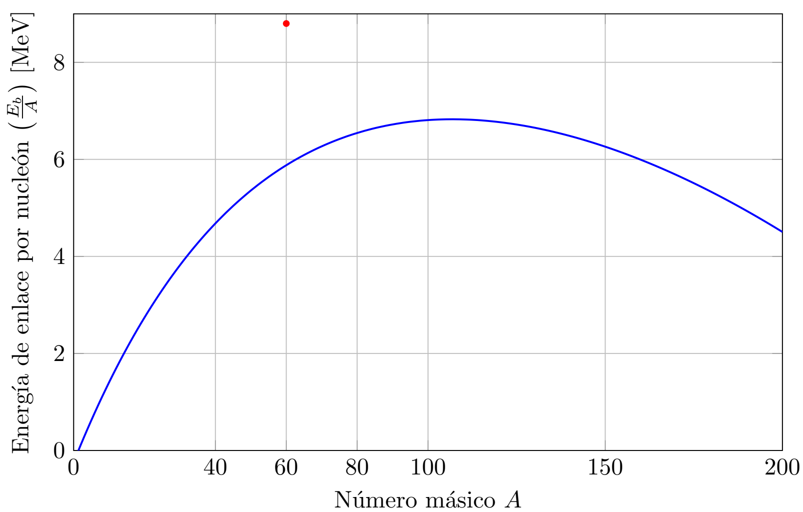
  ii. **Justifique razonadamente, cuál de los isótopos radioactivos ($^{218}_{84}$Po o el núcleo que resulta tras los decaimientos) es más estable.**

**Datos:** $m(^{218}_{84}\text{Po}) = 218{,}009007\,\text{u}$; $m_p = 1{,}007276\,\text{u}$; $m_n = 1{,}008665\,\text{u}$; $1\,\text{u} = 1{,}66\cdot 10^{-27}\,\text{kg}$; $c = 3\cdot 10^{8}\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

**Solución:**

a) **Represente gráficamente la energía de enlace por nucleón frente al número másico y justifique, a partir de la gráfica, los procesos de fusión y fisión nuclear.**

La energía de enlace por nucleón ($E_b/A$) de un núcleo atómico varía con el número másico ($A$) de manera característica. A continuación, se presenta una representación gráfica simplificada de esta relación:




- Fusión Nuclear: Observando la gráfica, para núcleos ligeros ($A < 60$), la energía de enlace por nucleón aumenta al incrementar el número másico. Esto indica que la fusión de núcleos ligeros conduce a núcleos más estables con mayor energía de enlace por nucleón. Por ejemplo, la fusión de hidrógeno para formar helio libera una gran cantidad de energía.
- Fisión Nuclear: Para núcleos pesados ($A > 100$), la energía de enlace por nucleón disminuye al aumentar el número másico. Esto sugiere que la fisión de núcleos pesados resulta en núcleos más ligeros que son más estables, liberando energía en el proceso. Un ejemplo típico es la fisión del uranio-235.

Nótese que los núcleos más estables están en $60 < A < 100$.

**Por lo tanto, la gráfica muestra que la fusión nuclear es favorable para núcleos ligeros y la fisión nuclear es favorable para núcleos pesados, ambos procesos incrementan la estabilidad nuclear mediante el aumento de la energía de enlace por nucleón.**

b) **En el proceso de desintegración de un núcleo de $^{218}_{84}$Po, se emiten sucesivamente una partícula alfa y dos partículas beta, dando lugar finalmente a un núcleo de masa 213,995201 u.**

**i. Escriba la reacción nuclear correspondiente.**

Para describir el proceso de desintegración, identificamos cada emisión de partículas:
* Primera Emisión: Emisión de una partícula alfa ($\alpha$), que consiste en 2 protones y 2 neutrones.
* Segunda y Tercera Emisión: Emisión de dos partículas beta ($\beta^-$), donde cada partícula beta convierte un neutrón en un protón.

**Por lo tanto, la reacción nuclear correspondiente es:**

$$\boldsymbol{{}^{218}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{214}_{82}\mathrm{Po} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{0}_{-1}\beta.}$$

**ii. Justifique razonadamente, cuál de los isótopos radioactivos (${}^{218}_{84}$Po o el núcleo que resulta tras los decaimientos) es más estable.**

La estabilidad de un núcleo está directamente relacionada con su energía de enlace por nucleón. Un núcleo con mayor energía de enlace por nucleón es más estable.
* Defecto de Masa ($\Delta m$): La diferencia entre la masa real del núcleo y la suma de las masas de los protones y neutrones que lo componen.
* Energía de Enlace ($E_b$): Relacionada con el defecto de masa mediante la ecuación de Einstein:

$$E_b = \Delta m \cdot c^2.$$

Para ${}^{218}_{84}$Po:

$$\begin{aligned}\Delta m &= [84 \cdot m_p + (218-84)\cdot m_n] - m({}^{218}_{84}\mathrm{Po}) = [84 \cdot 1{,}007276\,\mathrm{u} + 134 \cdot 1{,}008665\,\mathrm{u}] - 218{,}009007\,\mathrm{u}\\ &= 1{,}758887\,\mathrm{u},\end{aligned}$$

$$E_b = 1{,}758887\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} \cdot (3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 = 2{,}628 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J}.$$

$$E_b/A = \frac{2{,}628 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J}}{218} = 1{,}206 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J/nucleón}.$$

**Para el núcleo resultante tras los decaimientos (${}^{214}_{84}$Po):**

$$\begin{aligned}\Delta m &= [84 \cdot m_p + (214-84)\cdot m_n] - m({}^{214}_{84}\mathrm{Po}) = [84 \cdot 1{,}007276\,\mathrm{u} + 130 \cdot 1{,}008665\,\mathrm{u}] - 213{,}995201\,\mathrm{u}\\ &= 1{,}740122\,\mathrm{u},\end{aligned}$$

$$E_b = 1{,}740122\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} \cdot (3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 = 2{,}6 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J},$$

$$E_b/A = \frac{2{,}6 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J}}{214} = 1{,}216 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J/nucleón}.$$

**Por lo tanto, el isótopo ${}^{218}_{84}$Po es más estable que el núcleo resultante tras los decaimientos debido a su mayor energía de enlace por nucleón.**

## Pregunta D. Opción 2

a) **Un protón y un electrón son acelerados por una misma diferencia de potencial en una cierta región del espacio. Indique de forma razonada, teniendo en cuenta que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
   i. **"El protón y el electrón poseen la misma longitud de onda de De Broglie asociada".**
   ii. **"Ambos se mueven con la misma velocidad".**

b) **Un electrón tiene una longitud de onda de De Broglie de $2{,}8 \cdot 10^{-10}$ m. Calcule razonadamente:**
   i. **La velocidad con la que se mueve el electrón.**
   ii. **La energía cinética que posee.**

**Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s**

**Solución:**

a) **Un protón y un electrón son acelerados por una misma diferencia de potencial en una cierta región del espacio. Indique de forma razonada, teniendo en cuenta que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
   i. **"El protón y el electrón poseen la misma longitud de onda de De Broglie asociada".**

La longitud de onda de De Broglie ($\lambda$) de una partícula está dada por:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv},$$

donde $h$ es la constante de Planck, $m$ es la masa de la partícula y $v$ es su velocidad. Dado que el protón y el electrón son acelerados por la misma diferencia de potencial, la energía cinética adquirida por ambos es la misma:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2,$$

donde $q$ es la carga, $V$ es la diferencia de potencial, y $m$ y $v$ son la masa y velocidad de la partícula, respectivamente.

Como la masa del protón ($m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg) es mucho mayor que la del electrón ($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg), para la misma energía cinética, la velocidad del electrón será mucho mayor que la del protón:

$$v_e \gg v_p,$$

Entonces, la longitud de onda del electrón será mucho menor que la del protón:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} \ll \lambda_p = \frac{h}{m_p v_p},$$

**Por lo tanto, la afirmación es falsa.**

   ii. **"Ambos se mueven con la misma velocidad".**

Como se demostró en el inciso anterior, para una misma energía cinética, la velocidad de una partícula es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de su masa:

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}},$$

Dado que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón:

$$m_p \gg m_e \quad \Rightarrow \quad v_p \ll v_e,$$

Entonces, el electrón se mueve con una velocidad mucho mayor que la del protón.

**Por lo tanto, la afirmación es falsa.**

b) **Un electrón tiene una longitud de onda de De Broglie de $2{,}8 \cdot 10^{-10}$ m. Calcule razonadamente:**

i. **La velocidad con la que se mueve el electrón.**

La longitud de onda de De Broglie ($\lambda$) está relacionada con la velocidad ($v$) del electrón mediante:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v},$$

donde $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s es la constante de Planck y $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg es la masa del electrón. Despejando la velocidad:

$$v = \frac{h}{m_e \lambda},$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}} = 2{,}6 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s},$$

**Por lo tanto, la velocidad del electrón es $2{,}6 \cdot 10^{6}$ m/s.**

ii. **La energía cinética que posee.**

La energía cinética ($E_k$) del electrón se calcula mediante:

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v^2,$$

Usando la velocidad calculada anteriormente:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot \left(2{,}6 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}\right)^2 = 3{,}08 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J},$$

**Por lo tanto, la energía cinética del electrón es $3{,}08 \cdot 10^{-18}$ J.**

# Andalucía, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria)

## Pregunta D. Opción 1

a) **Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **La masa de un núcleo es siempre menor que la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman.**
   ii. **En una emisión alfa el número másico decrece en dos unidades y el número atómico en una.**

b) **En la bomba de Hidrógeno (o bomba de fusión) intervienen dos núcleos, uno de deuterio ($^{2}_{1}$H) y otro de tritio ($^{3}_{1}$H) que dan lugar a uno de helio ($^{4}_{2}$He). Determine:**
   i. **Escriba la reacción nuclear correspondiente.**
   ii. **Obtenga la energía liberada en el proceso por cada átomo de helio obtenido.**

**Datos: $m(^{4}_{2}\text{He}) = 4{,}002603\,\text{u}$; $m(^{2}_{1}\text{H}) = 2{,}014102\,\text{u}$; $m(^{3}_{1}\text{H}) = 3{,}016049\,\text{u}$; $m_n = 1{,}008665\,\text{u}$; $1\,\text{u} = 1{,}66\cdot 10^{-27}\,\text{kg}$; $c = 3\cdot 10^{8}\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$**

**Solución:**

a) **Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **La masa de un núcleo es siempre menor que la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman.**

La afirmación es verdadera porque existe una diferencia de masa conocida como defecto de masa. Al formar un núcleo, parte de la masa de los protones y neutrones se convierte en energía de enlace que mantiene al núcleo unido, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2,$$

donde $\Delta m$ es el defecto de masa. Esta conversión de masa en energía hace que la masa del núcleo sea menor que la suma de las masas de sus protones y neutrones constituyentes.

**Por lo tanto, la afirmación es verdadera.**

   ii. **En una emisión alfa el número másico decrece en dos unidades y el número atómico en una.**

En una emisión alfa, una partícula alfa ($^{4}_{2}$He) es expulsada del núcleo. Esto significa que:

$$\text{Número másico: } A \to A - 4,$$

$$\text{Número atómico: } Z \to Z - 2.$$

Entonces, el número másico decrece en cuatro unidades y el número atómico en dos unidades, no en dos y una respectivamente.

**Por lo tanto, la afirmación es falsa.**

b) **En la bomba de Hidrógeno (o bomba de fusión) intervienen dos núcleos, uno de deuterio ($^{2}_{1}$H) y otro de tritio ($^{3}_{1}$H) que dan lugar a uno de helio ($^{4}_{2}$He). Determine:**
   i. **Escriba la reacción nuclear correspondiente.**

La reacción nuclear de fusión que ocurre en la bomba de Hidrógeno es:

$$^{2}_{1}\text{H} + ^{3}_{1}\text{H} \to ^{4}_{2}\text{He} + ^{1}_{0}\text{n},$$

donde un núcleo de deuterio ($^{2}_{1}$H) y un núcleo de tritio ($^{3}_{1}$H) se fusionan para formar un núcleo de helio ($^{4}_{2}$He) y un neutrón ($^{1}_{0}$n).

**Por lo tanto, la reacción nuclear es:**

$$\mathbf{{}^2_1H +^3_1 H \rightarrow^4_2 He +^1_0 n}$$

**ii. Obtenga la energía liberada en el proceso por cada átomo de helio obtenido.**

Para calcular la energía liberada en la reacción de fusión, primero determinamos el defecto de masa:

$$\Delta m = \left[m({}^2_1\mathrm{H}) + m({}^3_1\mathrm{H})\right] - \left[m({}^4_2\mathrm{He}) + m({}^1_0\mathrm{n})\right].$$

Sustituyendo los valores:

$$\Delta m = [2{,}014102\,\mathrm{u} + 3{,}016049\,\mathrm{u}] - [4{,}002603\,\mathrm{u} + 1{,}008665\,\mathrm{u}] = 0{,}018883\,\mathrm{u}.$$

Convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m = 0{,}018883\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = 3{,}131 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}.$$

Aplicamos la ecuación de Einstein para encontrar la energía liberada:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 3{,}131 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 = 2{,}818 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J}.$$

**Por lo tanto, la energía liberada por cada átomo de helio obtenido es $\mathbf{2{,}818 \cdot 10^{-12}\,J}$.**

## Pregunta D. Opción 2

a) **Enuncie la hipótesis de De Broglie y escriba su ecuación. Indique las magnitudes físicas involucradas y sus unidades en el Sistema Internacional.**

b) **Una partícula alfa ($\alpha$) emitida en el decaimiento radiactivo del $^{238}$U posee una energía cinética de $6{,}72 \cdot 10^{-13}$ J. Determine:**

   i. **¿Cuánto vale su longitud de onda de De Broglie asociada?**

   ii. **¿Qué diferencia de potencial debería existir en una región del espacio para detener por completo la partícula alfa? Indique mediante un esquema la dirección y sentido del campo necesario para ello. Razone todas sus respuestas.**

**Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_\alpha = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**

**Solución:**

a) **Enuncie la hipótesis de De Broglie y escriba su ecuación. Indique las magnitudes físicas involucradas y sus unidades en el Sistema Internacional.**

La hipótesis de Louis de Broglie establece que toda partícula de materia se comporta como una onda en determinadas condiciones. Este comportamiento dual onda-partícula implica que a cada partícula le puede asociarse una longitud de onda, denominada $\lambda$. La ecuación de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

donde:
- $\lambda$ es la longitud de onda asociada a la partícula (en metros, m),
- $h$ es la constante de Planck ($6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s),
- $p$ es la cantidad de movimiento de la partícula, dada por $p = m \cdot v$,
- $m$ es la masa de la partícula (en kilogramos, kg),
- $v$ es la velocidad de la partícula (en metros por segundo, m/s).

**Por lo tanto, la ecuación completa es:**

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{h}{m \cdot v}}$$

b) **Una partícula alfa ($\alpha$) emitida en el decaimiento radiactivo del $^{238}$U posee una energía cinética de $6{,}72 \cdot 10^{-13}$ J. Determine:**

   i. **¿Cuánto vale su longitud de onda de De Broglie asociada?**

Primero, determinamos la velocidad $v$ de la partícula alfa a partir de su energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}72 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}}} = 1{,}42 \cdot 10^{7}\,\text{m/s}$$

Ahora, calculamos la cantidad de movimiento $p$:

$$p = m \cdot v = 6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 1{,}42 \cdot 10^{7}\,\text{m/s} = 9{,}41 \cdot 10^{-20}\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Finalmente, determinamos la longitud de onda $\lambda$:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s}}{9{,}41 \cdot 10^{-20}\,\text{kg} \cdot \text{m/s}} = 7{,}04 \cdot 10^{-15}\,\text{m}$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula alfa es $\mathbf{7{,}04 \cdot 10^{-15}}$ m.**

ii. **¿Qué diferencia de potencial debería existir en una región del espacio para detener por completo la partícula alfa? Indique mediante un esquema la dirección y sentido del campo necesario para ello. Razone todas sus respuestas.**

Para detener completamente la partícula alfa, la energía cinética debe ser igual a la energía eléctrica proporcionada por la diferencia de potencial $V$:

$$E_c = q \cdot V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{E_c}{q}.$$

Dado que la partícula alfa tiene una carga $q = 2e = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$, sustituimos:

$$V = \frac{6{,}72 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}}{3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 2{,}1 \cdot 10^{6}\,\mathrm{V}$$

**Por lo tanto, la diferencia de potencial necesaria es de $\mathbf{2{,}1 \cdot 10^{6}}$ V.**

# Andalucía, Junio 2020 (Convocatoria ordinaria)

## Ejercicio 4

a) **Dos partículas de diferente masa tienen asociada una misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la energía cinética de una de ellas es el doble que la otra, determine la relación entre sus masas.**

b) **Se acelera un protón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 1000 V. Determine:**
   i. **La velocidad que adquiere el protón.**
   ii. **Su longitud de onda de De Broglie.**

**Datos:** $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ **kg;** $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ **J s;** $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ **C**

**Solución:**

a) **Dos partículas de diferente masa tienen asociada una misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la energía cinética de una de ellas es el doble que la otra, determine la relación entre sus masas.**

Sabemos que la longitud de onda de De Broglie está dada por:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Como ambas partículas tienen la misma longitud de onda, se cumple que:

$$\lambda_1 = \lambda_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{m_1 v_1} = \frac{h}{m_2 v_2} \quad \Rightarrow \quad m_1 v_1 = m_2 v_2.$$

Además, la energía cinética de cada partícula está dada por:

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \text{y} \quad E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Según el enunciado, una de las energías cinéticas es el doble que la otra. Supongamos que:

$$E_{c1} = 2E_{c2}.$$

Entonces:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 2\left(\frac{1}{2} m_2 v_2^2\right) \quad \Rightarrow \quad m_1 v_1^2 = 2 m_2 v_2^2.$$

De la relación $m_1 v_1 = m_2 v_2$, podemos despejar $v_1$:

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2.$$

Sustituyendo en la ecuación de las energías cinéticas:

$$m_1 \left(\frac{m_2}{m_1} v_2\right)^2 = 2 m_2 v_2^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_2^2}{m_1} v_2^2 = 2 m_2 v_2^2.$$

Cancelando $v_2^2$ y simplificando:

$$\frac{m_2^2}{m_1} = 2 m_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_2}{m_1} = 2 \quad \Rightarrow \quad m_2 = 2 m_1.$$

**Por lo tanto, la masa de la partícula 2 es el doble de la masa de la particula 1, es decir,** $\boldsymbol{m_2 = 2m_1}$**.**

b) **Se acelera un protón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 1000 V. Determine:**

i. **La velocidad que adquiere el protón.**

Al acelerar el protón mediante una diferencia de potencial $V$, la energía cinética adquirida es igual al trabajo realizado por el campo eléctrico, dado por:

$$E_c = eV.$$

Donde:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \quad \text{y} \quad V = 1000\,\mathrm{V}.$$

Calculamos la energía cinética:

$$E_c = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1000\,\mathrm{V} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}.$$

La energía cinética también se expresa como:

$$E_c = \frac{1}{2} m_p v^2.$$

Despejando la velocidad $v$:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 433860,915\,\mathrm{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad que adquiere el protón es $\boldsymbol{v = 433860,915\,\mathrm{m/s}}$.**

ii. **Su longitud de onda de De Broglie.**

La longitud de onda de De Broglie se calcula mediante la fórmula:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_p v}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 433860,915\,\mathrm{m/s}} = 8,99 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie del protón es $\boldsymbol{\lambda = 8,99 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{m}}$.**

## Ejercicio 8

**a) El $^{214}_{82}\text{Pb}$ emite una partícula alfa y se transforma en mercurio (Hg) que, a su vez, emite una partícula beta y se transforma en talio (Tl). Escriba, razonadamente, las reacciones de desintegración descritas.**

**b) Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene $6 \cdot 10^{21}$ átomos de un isótopo de Co, cuyo periodo de semidesintegración es de 77,27 días. Calcule:**

**i. La constante de desintegración radiactiva del isótopo de Co.**

**ii. La actividad inicial de la muestra.**

**iii. El número de átomos que se han desintegrado al cabo de 180 días.**

**Solución:**

**a) El $^{214}_{82}\text{Pb}$ emite una partícula alfa y se transforma en mercurio (Hg) que, a su vez, emite una partícula beta y se transforma en talio (Tl). Escriba, razonadamente, las reacciones de desintegración descritas.**

Al emitir una partícula alfa, el plomo ($^{214}_{82}\text{Pb}$) pierde dos protones y dos neutrones. Por lo tanto, su número atómico disminuye en 2 unidades y su número másico en 4 unidades, transformándose en mercurio ($^{210}_{80}\text{Hg}$). La reacción de desintegración es:

$$\boldsymbol{^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{210}_{80}\text{Hg} + {}^{4}_{2}\text{He}.}$$

Luego, el mercurio ($^{210}_{80}\text{Hg}$) emite una partícula beta, lo que implica la conversión de un neutrón en un protón dentro del núcleo. De esta manera, el número atómico aumenta en 1 unidad, mientras que el número másico permanece igual, transformándose en talio ($^{210}_{81}\text{Tl}$). La reacción de desintegración es:

$$\boldsymbol{^{210}_{80}\text{Hg} \rightarrow {}^{210}_{81}\text{Tl} + {}^{0}_{-1}\beta.}$$

**b) Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene $6 \cdot 10^{21}$ átomos de un isótopo de Co, cuyo periodo de semidesintegración es de 77,27 días. Calcule:**

**i. La constante de desintegración radiactiva del isótopo de Co.**

La ley de desintegración radiactiva está dada por:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

donde

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}},$$

y $T_{1/2}$ es el periodo de semidesintegración. Con los datos proporcionados:

$$T_{1/2} = 77{,}27\,\text{días} = 77{,}27 \cdot 86400\,\text{s} = 6{,}666 \cdot 10^6\,\text{s}.$$

Calculamos la constante de desintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{6{,}666 \cdot 10^6\,\text{s}} = 1{,}038 \cdot 10^{-7}\,\text{s}^{-1}.$$

**Por lo tanto, la constante de desintegración radiactiva es $\boldsymbol{\lambda = 1{,}038 \cdot 10^{-7}\,\text{s}^{-1}}$.**

**ii. La actividad inicial de la muestra.**

La actividad $A$ de una muestra radiactiva está dada por

$$A = \lambda N,$$

donde

$$N_0 = 6 \cdot 10^{21} \text{ átomos.}$$

Calculamos la actividad inicial:

$$A = 1{,}038 \cdot 10^{-7}\,\text{s}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{21} = 6{,}23 \cdot 10^{14}\,\text{Bq.}$$

**Por lo tanto, la actividad inicial de la muestra es $\boldsymbol{A = 6{,}23 \cdot 10^{14}\,\text{Bq.}}$**

**iii. El número de átomos que se han desintegrado al cabo de 180 días.**

Calculamos el número de átomos restantes después de $t = 180$ días:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Convertimos el tiempo a segundos:

$$t = 180\,\text{días} = 180 \cdot 86400\,\text{s} = 1{,}5552 \cdot 10^{7}\,\text{s.}$$

Calculamos $N(t)$:

$$N(t) = 6 \cdot 10^{21} \cdot e^{-1{,}038 \cdot 10^{-7}\,\text{s}^{-1} \cdot 1{,}5552 \cdot 10^{7}\,\text{s}} = 1{,}188 \cdot 10^{21} \text{ átomos.}$$

El número de átomos desintegrados es:

$$N_{\text{desintegrados}} = N_0 - N(t) = 6 \cdot 10^{21} - 1{,}188 \cdot 10^{21} = 4{,}812 \cdot 10^{21} \text{ átomos.}$$

**Por lo tanto, al cabo de 180 días se han desintegrado $\boldsymbol{N_{\text{desintegrados}} = 4{,}812 \cdot 10^{21}}$ átomos.**

# Andalucía, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)

## Ejercicio 4

# Ejercicio 4. Física Moderna

a) **Dibuje de forma aproximada la gráfica que representa la energía de enlace por nucleón en función del número másico e indique, razonadamente, a partir de ella, dónde están favorecidos energéticamente los procesos de fusión y fisión nuclear.**

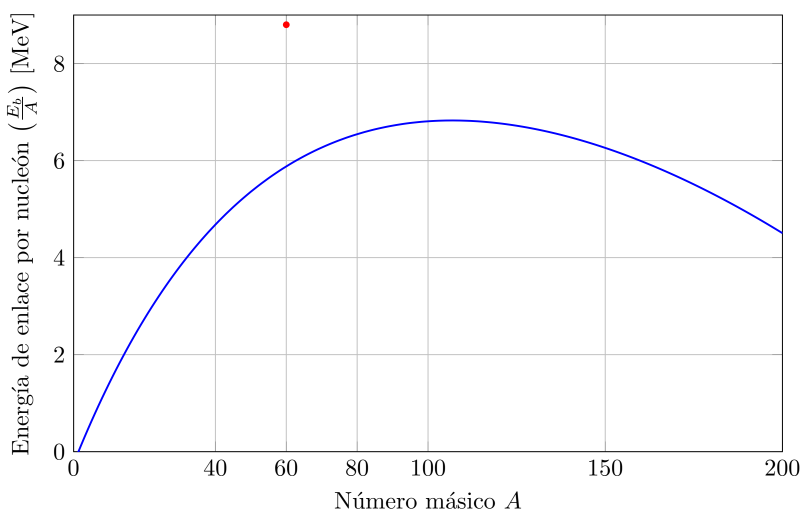
b) **La masa atómica del isótopo $^{14}_{6}C$ es 14,003241 u. Calcule:**
   i. **El defecto de masa.**
   ii. **La energía de enlace por nucleón.**

**Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m s$^{-1}$; 1 u = 1,66 $\cdot$ 10$^{-27}$ kg; $m_p$ = 1,007276 u; $m_n$ = 1,008665 u**

**Solución:**

a) **Dibuje de forma aproximada la gráfica que representa la energía de enlace por nucleón en función del número másico e indique, razonadamente, a partir de ella, dónde están favorecidos energéticamente los procesos de fusión y fisión nuclear.**

La energía de enlace por nucleón ($E_b/A$) de un núcleo atómico varía con el número másico ($A$) de manera característica. A continuación, se presenta una representación gráfica simplificada de esta relación:




- Fusión Nuclear: Observando la gráfica, para núcleos ligeros ($A < 60$), la energía de enlace por nucleón aumenta al incrementar el número másico. Esto indica que la fusión de núcleos ligeros conduce a núcleos más estables con mayor energía de enlace por nucleón. Por ejemplo, la fusión de hidrógeno para formar helio libera una gran cantidad de energía.
- Fisión Nuclear: Para núcleos pesados ($A > 100$), la energía de enlace por nucleón disminuye al aumentar el número másico. Esto sugiere que la fisión de núcleos pesados resulta en núcleos más ligeros que son más estables, liberando energía en el proceso. Un ejemplo típico es la fisión del uranio-235.

Nótese que los núcleos más estables están en $60 < A < 100$.

**Por lo tanto, la gráfica muestra que la fusión nuclear es favorable para núcleos ligeros y la fisión nuclear es favorable para núcleos pesados, ambos procesos incrementan la estabilidad nuclear mediante el aumento de la energía de enlace por nucleón.**

**b) La masa atómica del isótopo $^{14}_{6}$C es 14,003241 u. Calcule:**

**i. El defecto de masa.**

El defecto de masa viene dado por

$$\Delta m = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - m_{\text{isótopo}},$$

donde:

* $Z = 6$ (número de protones),
* $N = 8$ (número de neutrones),
* $m_p = 1{,}007276\,\text{u}$,
* $m_n = 1{,}008665\,\text{u}$,
* $m_{\text{isótopo}} = 14{,}003241\,\text{u}$.

Sustituyendo los valores:

$$\Delta m = 6 \cdot 1{,}007276\,\text{u} + 8 \cdot 1{,}008665\,\text{u} - 14{,}003241\,\text{u} = 0{,}109735\,\text{u}.$$

Convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m = 0{,}109735\,\text{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = 1{,}82 \cdot 10^{-28}\,\text{kg}.$$

**Por lo tanto, el defecto de masa es $\boldsymbol{\Delta m = 1{,}82 \cdot 10^{-28}}$ kg.**

**ii. La energía de enlace por nucleón.**

La energía de enlace por nucleón es:

$$E_{\text{enlace}} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A},$$

donde:

* $\Delta m = 1{,}82 \cdot 10^{-28}\,\text{kg}$,
* $c = 3 \cdot 10^8\,\text{m s}^{-1}$,
* $A = 14$ (número másico).

Sustituyendo los valores:

$$E_{\text{enlace}} = \frac{1{,}82 \cdot 10^{-28}\,\text{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\,\text{m s}^{-1})^2}{14} = 1,17 \cdot 10^{-12}\,\text{J/nucleón}.$$

**Por lo tanto, la energía de enlace por nucleón es $\boldsymbol{1,17 \cdot 10^{-12}}$ J/nucleón.**

## Ejercicio 8

a) **Al incidir luz roja sobre un determinado metal se produce efecto fotoeléctrico. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:**
   i. **Si se duplica la intensidad de dicha luz se duplicará también la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos.**
   ii. **Si se ilumina con luz azul no se produce efecto fotoeléctrico.**

b) **Un metal tiene una frecuencia umbral de $2 \cdot 10^{14}$ Hz para que se produzca el efecto fotoeléctrico. Si el metal se ilumina con una radiación de longitud de onda de $2 \cdot 10^{-7}$ m, calcule:**
   i. **La velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos.**
   ii. **El potencial de frenado.**

**Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m s$^{-1}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**

**Solución:**

a) **Al incidir luz roja sobre un determinado metal se produce efecto fotoeléctrico. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:**
   i. **Si se duplica la intensidad de dicha luz se duplicará también la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos.**

Falso. Según la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{cinética}}^{\text{máx}} = h \cdot f - \phi,$$

donde $E_{\text{cinética}}^{\text{máx}}$ es la energía cinética máxima de los fotoelectrones, $h$ es la constante de Planck, $f$ es la frecuencia de la luz incidente, y $\phi$ es la función de trabajo del metal. En esta ecuación, la energía cinética máxima de los fotoelectrones depende únicamente de la frecuencia de la luz incidente y de la función de trabajo del metal, no de la intensidad de la luz. La intensidad de la luz está relacionada con el número de fotones que inciden por segundo, lo que afecta al número de fotoelectrones emitidos, pero no a la energía cinética máxima de cada uno.

**Por lo tanto, duplicar la intensidad de la luz no duplicará la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos.**

   ii. **Si se ilumina con luz azul no se produce efecto fotoeléctrico.**

Falso. La luz azul tiene una frecuencia mayor que la luz roja. Dado que la frecuencia de la luz azul supera la frecuencia umbral ($f > f_{\text{umbral}}$) necesaria para liberar fotoelectrones del metal, se producirá el efecto fotoeléctrico al iluminar el metal con luz azul.

**Por lo tanto, la afirmación de que la luz azul no produce efecto fotoeléctrico es falsa.**

b) **Un metal tiene una frecuencia umbral de $2 \cdot 10^{14}$ Hz para que se produzca el efecto fotoeléctrico. Si el metal se ilumina con una radiación de longitud de onda de $2 \cdot 10^{-7}$ m, calcule:**
   i. **La velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos.**

Primero, determinamos la frecuencia de la radiación incidente utilizando la relación entre la velocidad de la luz, la frecuencia y la longitud de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

donde $c = 3 \cdot 10^8$ m s$^{-1}$ es la velocidad de la luz y $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ m es la longitud de onda:

$$f = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-7}} = 1{,}5 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}.$$

Sabiendo que la frecuencia umbral $f_{\text{umbral}} = 2 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$, podemos calcular la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos usando la ecuación de Einstein:

$$E_{\text{cinética}}^{\text{máx}} = h \cdot (f - f_{\text{umbral}}),$$

donde $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s. Entonces,

$$E_{\text{cinética}}^{\text{máx}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot (1{,}5 \cdot 10^{15} - 2 \cdot 10^{14}) = 8{,}619 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Ahora, convertimos la energía cinética a velocidad utilizando la relación:

$$E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2} m_e v_{\text{máx}}^2,$$

donde $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$. Despejamos $v_{\text{máx}}$:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2E_{\text{cinética}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}619 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 1,376 \cdot 10^6\,\text{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos es $v_{\text{máx}} = 1{,}376 \cdot 10^{10}\,\text{m/s}$.**

**ii. El potencial de frenado.**

El potencial de frenado ($V_f$) es el potencial mínimo que se debe aplicar para detener los fotoelectrones emitidos, relacionándose con la energía cinética máxima mediante:

$$e \cdot V_f = E_{\text{cinética}}^{\text{máx}},$$

donde $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$ es la carga elemental. Despejamos $V_f$:

$$V_f = \frac{E_{\text{cinética}}^{\text{máx}}}{e} = \frac{8{,}619 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}} = 5{,}39\,\text{V}.$$

**Por lo tanto, el potencial de frenado es $V_f = 5{,}39\,\text{V}$.**

# Comunidad Valenciana, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)

## Cuestión 7

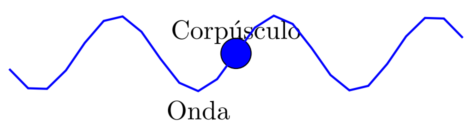
**Explica qué es la dualidad onda-corpúsculo y escribe la expresión de la longitud de onda de De Broglie. Calcula la longitud de onda de De Broglie de una espora del hongo *Pilobolus kleinii* que se mueve a una velocidad de 20 m/s, sabiendo que la masa de un millón de esporas es de 1,0 g.**

**Dato: constante de Planck, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J s**

**Solución:**

Dualidad onda-corpúsculo:

**La dualidad onda-corpúsculo es un principio fundamental de la mecánica cuántica que establece que todas las partículas exhiben propiedades tanto de partículas (corpúsculos) como de ondas**. Este concepto fue propuesto por Louis de Broglie, quien sugirió que partículas con masa, como los electrones, pueden mostrar comportamientos ondulatorios, como la interferencia y la difracción. Esta dualidad es esencial para entender fenómenos como la estructura atómica y las propiedades de los materiales a nivel microscópico.




Expresión de la longitud de onda de De Broglie:

La longitud de onda de De Broglie ($\lambda$) para una partícula está dada por la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v},$$

donde:

- $\lambda$ es la longitud de onda de De Broglie,
- $h$ es la constante de Planck,
- $m$ es la masa de la partícula,
- $v$ es la velocidad de la partícula.

Cálculo de la longitud de onda de De Broglie para una espora:

Dado que la masa de un millón de esporas es de 1,0 g, la masa de una espora individual ($m$) se calcula de la siguiente manera:

$$m = \frac{1{,}0 \text{ g}}{1{,}000{,}000} = 1{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ g} = 1{,}0 \cdot 10^{-9} \text{ kg}.$$

La velocidad ($v$) de la espora es de 20 m/s. Ahora, aplicamos la fórmula de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{1{,}0 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s}} = 3{,}3 \cdot 10^{-26} \text{ m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie de una espora del hongo *Pilobolus kleinii* que se mueve a una velocidad de 20 m/s es $3{,}3 \cdot 10^{-26}$ m.**

# Cuestión 8

**Explica brevemente en qué consisten la radiación alfa y la radiación beta y cómo se modifica el núcleo atómico que las emite. Halla razonadamente el número atómico y el número másico del elemento final producido a partir del $^{222}_{86}$Rn, después de que emita una partícula $\alpha$ y a continuación el producto emita una partícula $\beta^-$.**

**Solución:**

Radiación alfa ($\alpha$): Consiste en la **emisión de partículas alfa**, que son núcleos de helio compuestos por 2 protones y 2 neutrones, representados como $^4_2$He. Esta radiación ocurre cuando un núcleo inestable expulsa una partícula alfa para alcanzar una mayor estabilidad. Como resultado, el número atómico del núcleo disminuye en 2 y el número másico en 4 unidades.

Radiación beta ($\beta$): Consiste en la **emisión de partículas beta**, que son electrones ($\beta^-$) o positrones ($\beta^+$). En el caso de la radiación beta negativa ($\beta^-$), un neutrón en el núcleo se convierte en un protón y emite un electrón y un antineutrino. Este proceso incrementa el número atómico en 1, mientras que el número másico permanece constante.

Cálculo del número atómico y número másico del elemento final:

La partícula alfa emitida es $^4_2$He. Al emitir una partícula alfa, el núcleo original pierde 2 protones y 2 neutrones:

$$^{222}_{86}\mathrm{Rn} \quad \xrightarrow{\alpha} \quad ^{222-4}_{86-2}\mathrm{Po} + ^4_2\mathrm{He}.$$

Simplificando:

$$^{222}_{86}\mathrm{Rn} \quad \xrightarrow{\alpha} \quad ^{218}_{84}\mathrm{Po} + ^4_2\mathrm{He}.$$

**Por lo tanto, el elemento final producido es el astato-218, representado como $^{218}_{85}$At, con un número atómico de 85 y un número másico de 218.**

# Problema 4

**Los muones son partículas elementales, con carga eléctrica negativa, que se forman en las partes altas de la atmósfera y se mueven a velocidades relativistas hacia la superficie de la Tierra. Un muon se forma a 9000 m de altura sobre la superficie de la Tierra y desciende verticalmente con una velocidad $v = 0{,}9978\,c$. Calcula razonadamente:**

a) **La energía en reposo y la energía total del muon en electronvoltios.**
b) **El intervalo de tiempo que tarda dicho muon en alcanzar la superficie, medido en un sistema de referencia ligado a la Tierra y medido en un sistema de referencia que viaje con el muon.**

**Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; masa (en reposo) del muon, $m = 1{,}8 \cdot 10^{-28}$ kg; carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**

**Solución:**

a) **La energía en reposo y la energía total del muon en electronvoltios.**

Los datos son:
- Velocidad del muon: $v = 0{,}9978\,c$.
- Masa en reposo del muon: $m = 1{,}8 \cdot 10^{-28}$ kg.
- Velocidad de la luz: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

La energía en reposo se calcula mediante la fórmula:

$$E_0 = m \cdot c^2.$$

Sustituyendo los valores:

$$E_0 = (1{,}8 \cdot 10^{-28} \text{ kg}) \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1{,}62 \cdot 10^{-11} \text{ J}.$$

Convertimos la energía en electronvoltios (1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J):

$$E_0 = \frac{1{,}62 \cdot 10^{-11} \text{ J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 1{,}0125 \cdot 10^8 \text{ eV} = 101{,}25 \text{ MeV}.$$

Para calcular la energía total del muon $E$, primero, calculamos el factor de Lorentz ($\gamma$):

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0{,}9978)^2}} = 15{,}0696.$$

La energía total es:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 = \gamma \cdot E_0 = 15{,}0696 \cdot 1{,}62 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 2{,}44 \cdot 10^{-10} \text{ J}.$$

Convertimos a electronvoltios:

$$E = \frac{2{,}44 \cdot 10^{-10} \text{ J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 1{,}525 \cdot 10^9 \text{ eV} = 1{,}525 \text{ GeV}.$$

**Por lo tanto, la energía en reposo del muon es 101,25 MeV y la energía total es 1,525 GeV.**

b) **El intervalo de tiempo que tarda dicho muon en alcanzar la superficie, medido en un sistema de referencia ligado a la Tierra y medido en un sistema de referencia que viaje con el muon.**

El tiempo que tarda el muon en alcanzar la superficie desde la altura $L = 9000$ m es:

$$t_{\text{Tierra}} = \frac{L}{v} = \frac{9000 \text{ m}}{0{,}9978 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 3{,}0066 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 30{,}066 \ \mu\text{s}.$$

Debido a la dilatación temporal, el tiempo propio del muon es:

$$t_{\text{muon}} = \frac{t_{\text{Tierra}}}{\gamma} = \frac{3{,}0066 \cdot 10^{-5} \text{ s}}{15{,}0696} = 1{,}996 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 1{,}996 \ \mu\text{s}.$$

La contracción de longitud establece que:

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \frac{9000 \text{ m}}{15{,}0696} = 597{,}48 \text{ m}.$$

El tiempo en el sistema del muon es:

$$t_{\text{muon}} = \frac{L'}{v} = \frac{597{,}48 \text{ m}}{0{,}9978 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1{,}996 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

**Por lo tanto, el muon tarda 30,066 $\mu$s en alcanzar la superficie según la Tierra y 1,996 $\mu$s según su propio sistema de referencia.**

# Comunidad Valenciana, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)

## Cuestión 7

**Supongamos que se realiza la fusión nuclear de un núcleo de deuterio con un núcleo de tritio, $^2_1\text{H} +^3_1 \text{H} \rightarrow^a_{2b} X +^b_0 Y$. Determina $X$ y $Y$ e indica razonadamente qué partículas son. En cada reacción se generan $17,6\,\text{MeV}$ de energía. Utilizando la anterior reacción de fusión, ¿cuántos gramos de deuterio se necesitarían para generar la energía eléctrica consumida en un año por los hogares en una ciudad como Alicante?**

**Datos: masa del deuterio, $m_D = 3,34{\cdot}10^{-27}$ kg; carga elemental, $q = 1,60{\cdot}10^{-19}$ C; energía eléctrica consumida en un año por los hogares de la ciudad de Alicante, $1,62 \cdot 10^{15}$ J**

**Solución:**

La reacción nuclear es:

$$^2_1\text{H} +^3_1 \text{H} \rightarrow^a_{2b} X +^b_0 Y.$$

Conservación del número de masa (A):

$$2 + 3 = a + b \quad \Rightarrow \quad a + b = 5.$$

Conservación del número atómico (Z):

$$1 + 1 = 2b \quad \Rightarrow \quad 2b = 2 \quad \Rightarrow \quad b = 1.$$

Entonces, $a = 5 - b = 5 - 1 = 4$. Así, $X$ es $^4_2$He e $Y$ es $^1_0$n. Además,

- $X$ es una partícula alfa ($^4_2$He).
- $Y$ es un neutrón ($^1_0$n).

La reacción completa es:

$$^2_1\text{H} +^3_1 \text{H} \rightarrow^4_2 \text{He} +^1_0 \text{n} + 17.6\,\text{MeV}.$$

La energía liberada por cada reacción es:

$$E_{\text{reacción}} = 17,6\,\text{MeV} = 17,6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-13}\,\text{J} = 2,8195 \cdot 10^{-12}\,\text{J}.$$

El número de reacciones necesarias para obtener $E_{\text{total}} = 1,62 \cdot 10^{15}\,\text{J}$será:

$$N = \frac{E_{\text{total}}}{E_{\text{reacción}}} = \frac{1,62 \cdot 10^{15}\,\text{J}}{2,8195 \cdot 10^{-12}\,\text{J}} = 5,747 \cdot 10^{26} \text{ reacciones}.$$

Para calcular la masa de deuterio necesaria, tenemos en cuenta que cada reacción consume un núcleo de deuterio ($^2_1$H), cuya masa es $m_D = 3,34 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$. Entonces, la masa total de deuterio requerida es:

$$m_{\text{total}} = N \cdot m_D = 5,747 \cdot 10^{26} \cdot 3,34 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} = 1,92\,\text{kg}.$$

**Por lo tanto, se necesitarían aproximadamente $1,92\,\text{kg}$ de deuterio para generar la energía eléctrica consumida en un año por los hogares de Alicante.**

# Cuestión 8

**Un láser de fluoruro de kriptón, que se utiliza en experimentos de fusión por confinamiento inercial, puede emitir un haz de luz de longitud de onda 248 nm, con una energía de $1,1 \cdot 10^3$ J en un tiempo de 1 ns. Obtén razonadamente, la energía de un fotón, la potencia del láser (en MW) y el número de fotones que emite este láser en dicho intervalo de tiempo.**

**Datos: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s**

**Solución:**

La energía de un fotón viene dada por:

$$E = h \cdot f,$$

donde $f$ es la frecuencia de la luz. La frecuencia se calcula como:

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

Convertimos la longitud de onda a metros:

$$\lambda = 248\,\text{nm} = 248 \cdot 10^{-9}\,\text{m}.$$

Calculamos la frecuencia:

$$f = \frac{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{248 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} = 1,21 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}.$$

Entonces,

$$E_{\text{fotón}} = (6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}) \cdot (1,21 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}) = 8,02 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

La potencia es la energía emitida por unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{1,1 \cdot 10^3\,\text{J}}{1 \cdot 10^{-9}\,\text{s}} = 1,1 \cdot 10^{12}\,\text{W}.$$

Convertimos a megavatios (MW):

$$P = 1,1 \cdot 10^{12}\,\text{W} = 1,1 \cdot 10^6\,\text{MW}.$$

El número de fotones es:

$$N = \frac{E_{\text{total}}}{E_{\text{fotón}}} = \frac{1,1 \cdot 10^3\,\text{J}}{8,02 \cdot 10^{-19}\,\text{J}} = 1,37 \cdot 10^{21}\ \text{fotones}.$$

**Por lo tanto, la solución es:**

- **La energía de un fotón es $8,02 \cdot 10^{-19}$ J.**
- **La potencia del láser es $1,1 \cdot 10^6$ MW.**
- **El número de fotones emitidos es $1,37 \cdot 10^{21}$.**

# Problema 4

**La frecuencia umbral del cátodo de una célula fotoeléctrica es de $f_0 = 5 \cdot 10^{14}$ Hz. Dicho cátodo se ilumina con luz de frecuencia $f = 1,5 \cdot 10^{15}$ Hz. Calcula:**

a) **La velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos desde el cátodo.**
b) **La diferencia de potencial que hay que aplicar para anular la corriente eléctrica producida en la fotocélula.**

**Datos: Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; carga elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C**

**Solución:**

a) **La velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos desde el cátodo.**

Aplicamos la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_\mathrm{c} = h(f - f_0).$$

Calculamos la energía cinética máxima:

$$E_\mathrm{c} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\ s} \cdot (1{,}5 \cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz} - 5 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}) = 6{,}63 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}.$$

Ahora, utilizamos la relación entre energía cinética y velocidad:

$$E_\mathrm{c} = \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2.$$

Despejamos $v_{\max}$:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_\mathrm{c}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}}} = 1{,}207 \cdot 10^6\ \mathrm{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad máxima de los fotoelectrones es $1{,}207 \cdot 10^6$ m/s.**

b) **La diferencia de potencial que hay que aplicar para anular la corriente eléctrica producida en la fotocélula.**

La energía cinética máxima se puede expresar en términos del potencial de frenado $V$:

$$E_\mathrm{c} = q \cdot V.$$

Despejamos $V$:

$$V = \frac{E_\mathrm{c}}{q} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 4{,}144\ \mathrm{V}.$$

**Por lo tanto, la diferencia de potencial necesaria es 4,144 V.**

# Comunidad Valenciana, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)

## Cuestión 7

**Un neutrón tiene una energía cinética relativista de 50 MeV. Determina la relación (cociente) entre la energía total del neutrón y su energía en reposo. Calcula la velocidad del neutrón.**

**Dato: masa en reposo del neutrón, $m_0 = 940$ MeV/$c^2$; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.**

**Solución:**

La energía total ($E_{\text{total}}$) es la suma de la energía en reposo ($E_0$) y la energía cinética ($E_c$):

$$E_{\text{total}} = E_0 + E_c = 940 \text{ MeV} + 50 \text{ MeV} = 990 \text{ MeV}$$

La relación entre la energía total y la energía en reposo es:

$$\frac{E_{\text{total}}}{E_0} = \frac{990 \text{ MeV}}{940 \text{ MeV}} = 1{,}0532.$$

Sabemos que:

$$E_{\text{total}} = \gamma m_0 c^2 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{E_{\text{total}}}{E_0} = 1{,}0532.$$

La velocidad se calcula mediante el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}.$$

Despejando $v$:

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(\frac{1}{1{,}0532}\right)^2} = c \cdot 0{,}3138 = 0{,}3138 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 9{,}41 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

**Por lo tanto, la relación entre la energía total y la energía en reposo del neutrón es 1,0532, y su velocidad es $v = 9{,}41 \cdot 10^7$ m/s.**

# Cuestión 8

**El potencial de frenado de una célula fotoeléctrica es nulo cuando la luz incidente tiene la longitud de onda umbral, $\lambda_0 = 540$ nm. Determina la frecuencia umbral. Obtén la expresión del potencial de frenado $\Delta V$ en función de la frecuencia $f$ de la luz incidente y explica en qué te basas para deducirla.**

**Datos: carga eléctrica elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.**

**Solución:**

La frecuencia umbral ($f_0$) es:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{540 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5{,}56 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

La ecuación del efecto fotoeléctrico es:

$$E_{\text{fotón}} = hf = W + E_c,$$

donde $W = hf_0$ es el trabajo de extracción y $E_c$ es la energía cinética máxima de los electrones emitidos. La energía cinética máxima está relacionada con el potencial de frenado $\Delta V$ por:

$$E_c = q\Delta V -$$

Entonces,

$$hf = hf_0 + q\Delta V \quad \Rightarrow \quad q\Delta V = h(f - f_0).$$

Despejando $\Delta V$:

$$\Delta V = \frac{h}{q}(f - f_0)$$

Nótese que hemos aplicado la conservación de la energía en el efecto fotoeléctrico, considerando que la energía del fotón se utiliza para extraer el electrón (trabajo de extracción) y el excedente se convierte en energía cinética.

**Por lo tanto, la frecuencia umbral es $f_0 = 5{,}56 \cdot 10^{14}$ Hz y el potencial de frenado se expresa como $\Delta V = \frac{h}{q}(f - f_0)$, basada en la ecuación del efecto fotoeléctrico y la conservación de la energía.**

# Problema 4

**En una excavación arqueológica se ha encontrado un tótem de madera cuyo contenido en $^{14}$C es el 53% del que tienen las maderas de árboles actuales de la misma zona.**

a) **Determina en qué año fue realizado el tótem.**
b) **El isótopo $^{14}_{6}$C se desintegra según $^{14}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\text{N} + X$. La partícula $X$ tiene una energía total $E = 0,667$ MeV y una energía cinética $E_c = 0,156$ MeV ¿De qué tipo de radiactividad se trata? Calcula la energía en reposo y la masa de la partícula.**

**Datos: periodo de semidesintegración $^{14}$C, $T_{1/2} = 5730$ años; carga elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.**

**Solución:**

a) **Determina en qué año fue realizado el tótem.**

La actividad del $^{14}$C disminuye con el tiempo según la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}},$$

donde:
- $N$ es la cantidad de $^{14}$C actual en el tótem,
- $N_0$ es la cantidad inicial de $^{14}$C,
- $t$ es el tiempo transcurrido desde que se cortó la madera,
- $T_{1/2}$ es el periodo de semidesintegración del $^{14}$C.

Dado que $N = 0{,}53\ N_0$, tenemos:

$$0{,}53 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/5730}.$$

Tomamos logaritmos naturales en ambos lados:

$$\ln(0{,}53) = \left(\frac{t}{5730}\right) \ln\left(\frac{1}{2}\right).$$

Despejamos $t$:

$$t = 5730 \cdot \frac{\ln(0{,}53)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = 5730 \cdot \frac{-0{,}6349}{-0{,}6931} = 5730 \cdot 0{,}9161 = 5250 \text{ años}.$$

**Por lo tanto, el tótem fue realizado hace aproximadamente 5250 años.**

b) **El isótopo $^{14}_{6}$C se desintegra según $^{14}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\text{N} + X$. La partícula $X$ tiene una energía total $E = 0,667$ MeV y una energía cinética $E_c = 0,156$ MeV ¿De qué tipo de radiactividad se trata? Calcula la energía en reposo y la masa de la partícula.**

El número atómico aumenta en 1 ($6 \rightarrow 7$) mientras que el número másico permanece igual ($14 \rightarrow 14$). Esto indica que se emite una partícula $\beta^-$ (electrón). Por lo tanto, se trata de *radiactividad beta negativa*. Calculamos la energía en reposo ($E_0$) de la partícula $X$:

$$E = E_0 + E_c \quad \Rightarrow \quad E_0 = E - E_c = 0{,}667 \text{ MeV} - 0{,}156 \text{ MeV} = 0{,}511 \text{ MeV}.$$

Sabemos que $E_0 = mc^2$, por lo tanto:

$$m = \frac{E_0}{c^2} = \frac{0{,}511 \text{ MeV}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2}.$$

Convertimos $E_0$ a julios:

$$E_0 = 0{,}511 \text{ MeV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV} = 8{,}187 \cdot 10^{-14} \text{ J.}$$

Ahora calculamos $m$:

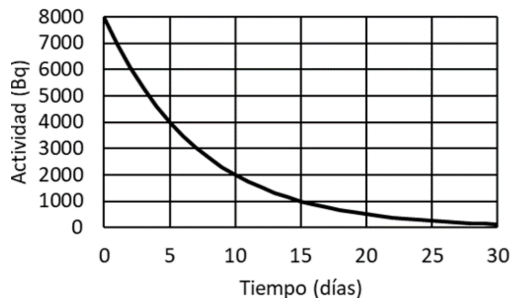
$$m = \frac{8{,}187 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 9{,}109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

**Por lo tanto, la partícula $X$ es un electrón, se trata de radiactividad beta negativa, su energía en reposo es 0,511 MeV y su masa es $9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg.**

# Comunidad Valenciana, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria)

## Cuestión 8

**La gráfica representa la actividad de una muestra radiactiva en función del tiempo (en días). Utilizando los datos de la gráfica, deduce razonadamente el periodo de semidesintegración de la muestra y la constante de desintegración. Determina el número de periodos necesarios para que la actividad pase a valer 1000 Bq.**




**Solución:**

Observando la gráfica, podemos notar que la actividad se reduce a la mitad cada 5 días. Esto significa que el *periodo de semidesintegración* ($T_{1/2}$) de la muestra es:

$$T_{1/2} = 5 \text{ días}.$$

La *constante de desintegración* ($\lambda$) se relaciona con el periodo de semidesintegración mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5 \text{ días}} = \frac{0,6931}{5 \text{ días}} = 0,1386 \text{ días}^{-1}.$$

Para determinar el número de periodos necesarios para que la actividad inicial ($A_0$) pase a valer $A = 1000$ Bq, usamos la ley de desintegración radiactiva:

$$A = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n,$$

donde $n$ es el número de periodos de semidesintegración. Si observamos la gráfica, podemos ver que si $A_0$ es la actividad inicial (por ejemplo, a $t = 0$ días), y considerando que la actividad se reduce a la mitad cada 5 días, entonces:

$$\text{A los 5 días:} \quad A = \frac{A_0}{2}.$$

$$\text{A los 10 días:} \quad A = \frac{A_0}{4}.$$

$$\text{A los 15 días:} \quad A = \frac{A_0}{8}.$$

Si suponemos que $A_0 = 8000$ Bq (valor inicial en la gráfica), entonces a los 15 días:

$$A = \frac{8000 \text{ Bq}}{8} = 1000 \text{ Bq}.$$

Nótese que esto corresponde a $n = 3$ periodos de semidesintegración.

**Por lo tanto, el periodo de semidesintegración de la muestra es 5 días, la constante de desintegración es $0,1386$ días$^{-1}$ y se necesitan 3 periodos de semidesintegración para que la actividad pase a valer 1000 Bq.**

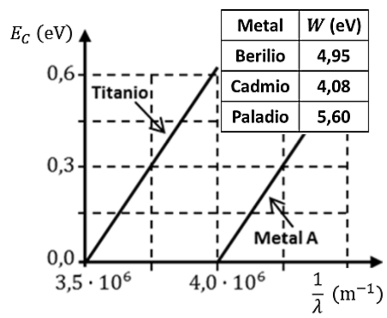
# Problema 4

**En una experiencia se ilumina, con diferentes longitudes de onda, una placa que tiene dos zonas con metales distintos, titanio y un metal $A$ desconocido. Se mide la energía cinética de los fotoelectrones emitidos obteniendo la gráfica adjunta.**

a) **Calcula razonadamente la longitud de onda umbral para el metal $A$ y su trabajo de extracción. Identifícalo a partir de los datos de la tabla adjunta.**

b) **Determina la velocidad de los electrones emitidos por el titanio cuando se ilumina con luz de frecuencia $1,13 \cdot 10^{15}$ Hz. ¿Qué sucede con los electrones del metal $A$ si se ilumina con dicha luz?**

**Datos: constante de Planck, $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J·s; carga eléctrica del electrón, $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg**




| Metal | $W$ (eV) |
|---|---|
| Berilio | 4,95 |
| Cadmio | 4,08 |
| Paladio | 5,60 |

**Solución:**

a) **Calcula razonadamente la longitud de onda umbral para el metal $A$ y su trabajo de extracción. Identifícalo a partir de los datos de la tabla adjunta.**

Cuando los fotones de la radiación incidente poseen una energía igual al trabajo de extracción del metal, se tiene que la energía cinética de los electrones es cero. Entonces,

$$\frac{1}{\lambda_{\text{máx}}} = 4 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{máx}} = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

Ahora bien, sabemos que la expresión del trabajo de extracción es:

$$W_{\text{ext}} = h \cdot f_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{máx}}} = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-7}} = 7,92 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Convirtiendo a eV:

$$7,92 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,95 \text{ eV}.$$

**Por lo tanto, elm metal A es el Berilio.**

b) **Determina la velocidad de los electrones emitidos por el titanio cuando se ilumina con luz de frecuencia $1,13 \cdot 10^{15}$ Hz. ¿Qué sucede con los electrones del metal $A$ si se ilumina con dicha luz?**

Primero, calculamos el trabajo de extracción del titanio.
De la gráfica, para el titanio:

$$\frac{1}{\lambda_{\text{máx}}} = 3,5 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{máx}} = \frac{1}{3,5 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}} = 2,857 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

El trabajo de extracción del titanio es:

$$W_{\text{ext}} = hf_0 = h\frac{c}{\lambda_{\text{máx}}} = 6,6 \cdot 10^{-34}\ \text{J·s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{2,857 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 6,93 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Calculamos la energía del fotón incidente:

$$E_{\text{fotón}} = hf = 6,6 \cdot 10^{-34}\ \text{J·s} \cdot 1,13 \cdot 10^{15}\ \text{Hz} = 7,458 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

La energía cinética máxima de los electrones emitidos es:

$$E_c = E_{\text{fotón}} - W_{\text{ext}} = 7,458 \cdot 10^{-19}\ \text{J} - 6,93 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 0,528 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

La velocidad de los electrones se calcula mediante:

$$E_c = \frac{1}{2}m_e v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}},$$

donde $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg es la masa del electrón. Sustituimos los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,528 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{9,1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 3,41 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

Ahora, para el metal $A$ (Berilio), cuyo trabajo de extracción es $W_{\text{ext}} = 7,92 \cdot 10^{-19}$ J (calculado en el apartado a)). Comparando con la energía del fotón incidente:

$$E_{\text{fotón}} = 7,458 \cdot 10^{-19}\ \text{J} < W_{\text{ext}} = 7,92 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Como la energía del fotón es menor que el trabajo de extracción, no se emitirán electrones del metal $A$ al iluminarlo con esta luz.

**Por lo tanto, la velocidad de los electrones emitidos por el titanio es $\mathbf{3,41 \cdot 10^5}$ m/s, y en el metal $\boldsymbol{A}$ (Berilio) no se emiten electrones al iluminarlo con dicha luz.**

# Comunidad Valenciana, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)

## Cuestión 7

**Al iluminar un determinado cátodo con radiación monocromática de frecuencia $f = 6,1 \cdot 10^{14}$ Hz se produce efecto fotoeléctrico. Se mide el valor del potencial de frenado $\Delta V$ y resulta $0,23$ V. Calcula el valor de la frecuencia umbral $f_0$ y determina el metal que constituye el cátodo.**

**Datos: carga elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; constante de Planck, $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s; trabajos de extracción, $W_e$(potasio) $= 2,3$ eV, $W_e$(aluminio) $= 4,3$ eV, $W_e$(cobre) $= 4,7$ eV**

**Solución:**

La energía cinética máxima de los electrones emitidos en el efecto fotoeléctrico está dada por:

$$E_{\text{c,máx}} = h \cdot f - W_e,$$

donde:

- $h$ es la constante de Planck ($h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ J · s),
- $f$ es la frecuencia de la radiación incidente ($f = 6.1 \cdot 10^{14}$ Hz),
- $W_e$ es el trabajo de extracción del metal en julios (J).

El potencial de frenado $\Delta V$ es el potencial necesario para detener los electrones emitidos, por lo que la energía cinética máxima también puede expresarse como:

$$E_{\text{c,máx}} = q \cdot \Delta V,$$

donde $q$ es la carga elemental ($q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C). Igualando ambas expresiones:

$$q \cdot \Delta V = h \cdot f - W_e.$$

Despejamos el trabajo de extracción $W_e$:

$$W_e = h \cdot f - q \cdot \Delta V.$$

Sustituimos los valores:

$$W_e = (6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \cdot (6.1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) - (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (0.23 \text{ V}) = 3.658 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Calculamos la frecuencia umbral $f_0$ donde la energía cinética es cero ($E_{\text{c,máx}} = 0$):

$$h \cdot f_0 = W_e.$$

Despejamos $f_0$:

$$f_0 = \frac{W_e}{h}.$$

Sustituimos los valores:

$$f_0 = \frac{3.658 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 5.54 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

Ahora, convertimos el trabajo de extracción $W_e$ a electronvoltios (eV) para comparar con los datos:

$$W_e = \frac{3.658 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2.29 \text{ eV}.$$

Este valor es aproximadamente 2.3 eV, que corresponde al trabajo de extracción del potasio.

**Por lo tanto, la frecuencia umbral es $f_0 = 5.54 \cdot 10^{14}$ Hz y el metal que constituye el cátodo es el potasio.**

# Cuestión 8

**Un núcleo de $^{60}$Co se desintegra según la reacción:**

$$^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow\ ^{60}_{28}\text{Ni}^* +^a_b X.$$

**Razona qué partícula es $X$. Posteriormente, el núcleo de níquel excitado, $^{60}_{28}\text{Ni}^*$, emite dos fotones de energías $1,17$ MeV y $1,33$ MeV. Si en un segundo se emiten $10^{10}$ fotones de cada tipo, calcula la energía por unidad de tiempo (en vatios) que produce la emisión.**

**Dato: carga elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C**

**Solución:**

Para determinar la partícula $X$ en la reacción de desintegración del núcleo de $^{60}$Co, aplicamos las leyes de conservación del número másico $A$ y del número atómico $Z$:

$$^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow\ ^{60}_{28}\text{Ni}^* +^a_b X.$$

- Conservación del número másico:

$$A_{\text{Co}} = A_{\text{Ni}} + a \quad \Rightarrow \quad 60 = 60 + a \quad \Rightarrow \quad a = 0.$$

- Conservación del número atómico:

$$Z_{\text{Co}} = Z_{\text{Ni}} + b \quad \Rightarrow \quad 27 = 28 + b \quad \Rightarrow \quad b = -1.$$

Dado que $a = 0$ y $b = -1$, la partícula $X$ es un electrón ($\beta^-$).

El núcleo de níquel excitado $^{60}_{28}\text{Ni}^*$ emite dos fotones con energías $1,17$ MeV y $1,33$ MeV. Si en un segundo se emiten $10^{10}$ fotones de cada tipo, calculamos la energía por unidad de tiempo (potencia) producida por la emisión. La energía total emitida por segundo se calcula sumando la energía de ambos tipos de fotones multiplicada por el número de fotones emitidos:

$$P = E_{\text{total}} = N_A \cdot E_A + N_B \cdot E_B,$$

donde:

- $N_A = 10^{10}$ fotones de energía $E_A = 1,17$ MeV,
- $N_B = 10^{10}$ fotones de energía $E_B = 1,33$ MeV.

Sustituyendo los valores:

$$P = E_{\text{total}} = 10^{10} \cdot 1,17 \text{ MeV} + 10^{10} \cdot 1,33 \text{ MeV} = (1,17 + 1,33) \cdot 10^{10} \text{ MeV} = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ MeV}.$$

Ahora, convertimos la energía total a julios (J) para obtener la potencia en vatios (W). Sabemos que:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \text{y} \quad 1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}.$$

Entonces,

$$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

Sustituyendo en la energía total:

$$P = E_{\text{total}} = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ MeV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J/s} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ W} \quad \Rightarrow \quad P = 4 \cdot 10^{-3} \text{ W}.$$

**Por lo tanto, la partícula emitida es un electrón y la energía por unidad de tiempo que produce la emisión es $4 \cdot 10^{-3}$ W.**

# Problema 4

**El mesón $J/\psi$ tiene una vida media de $7,2 \cdot 10^{-21}$ s en su sistema de referencia y de $1,1 \cdot 10^{-20}$ s cuando se mueve a velocidad relativista respecto a un sistema de referencia ligado al laboratorio. Calcula razonadamente:**

a) **El valor de la velocidad respecto al laboratorio.**
b) **La energía cinética y la energía total, en MeV, en ambos sistemas de referencia.**

**Datos: masa (en reposo) del mesón $J/\psi$, $m_0 = 5,52 \cdot 10^{-27}$ kg; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; carga elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C**

**Solución:**

a) **El valor de la velocidad respecto al laboratorio.**

Nos encontramos ante la *dilatación del tiempo.* La relación entre el tiempo propio ($\Delta t_0$) y el tiempo medido en el laboratorio ($\Delta t$) es:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0,$$

donde $\gamma$ es el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{1,1 \cdot 10^{-20}\ \text{s}}{7,2 \cdot 10^{-21}\ \text{s}} = 1,5278.$$

Ahora, despejamos $v$ de la expresión del factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma} \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}.$$

Sustituimos el valor de $\gamma$:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{(1,5278)^2}} = 0,7560.$$

Entonces, la velocidad del mesón es:

$$v = 0,7560 \cdot c = 0,7560 \cdot 3,0 \cdot 10^8\ \text{m/s} = 2,268 \cdot 10^8\ \text{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad del mesón respecto al laboratorio es $v = 2,268 \cdot 10^8$ m/s.**

b) **La energía cinética y la energía total, en MeV, en ambos sistemas de referencia.**

La energía en reposo del mesón es:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 = 5,52 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot (3,0 \cdot 10^8\ \text{m/s})^2 = 4,968 \cdot 10^{-10}\ \text{J}.$$

Convertimos la energía a MeV:

$$1\ \text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \Rightarrow 1\ \text{MeV} = 1 \cdot 10^6\ \text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-13}\ \text{J} \Rightarrow E_0 = \frac{4,968 \cdot 10^{-10}\ \text{J}}{1,6 \cdot 10^{-13}\ \text{J/MeV}} = 3106,25\ \text{MeV}.$$

La energía cinética en reposo es cero:

$$E_{\text{c, reposo}} = 0 \text{ MeV}.$$

En el sistema de referencia del laboratorio, la energía total es:

$$E = \gamma \cdot E_0 = 1,5278 \cdot 3106,25 \text{ MeV} = 4745,66 \text{ MeV}.$$

La energía cinética es:

$$E_\text{c} = E - E_0 = 4745,66 \text{ MeV} - 3106,25 \text{ MeV} = 1639,41 \text{ MeV}.$$

**Por lo tanto:**

– **En el sistema del mesón (reposo):**

$$\boldsymbol{E_0 = 3106,25 \text{ MeV}, \quad E_\text{c} = 0 \text{ MeV}.}$$

– **En el sistema del laboratorio:**

$$\boldsymbol{E = 4745,66 \text{ MeV}, \quad E_\text{c} = 1639,41 \text{ MeV}.}$$

# Comunidad Valenciana, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria)

## Cuestión 8

**Calcula la velocidad que debe tener una partícula para que su energía relativista sea el doble de su energía en reposo. ¿Sería posible que la velocidad de la partícula fuera el doble que la calculada anteriormente? Razona la respuesta.**

**Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.**

**Solución:**

Queremos determinar la velocidad que debe tener una partícula para que su energía relativista sea el doble de su energía en reposo. Además, analizaremos si es posible que la velocidad de la partícula sea el doble de la calculada. L energía en reposo es:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2,$$

donde $m_0$ es la masa en reposo de la partícula. La energía relativista viene dada por

$$E = \gamma \cdot E_0 = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2,$$

donde:

- $\gamma$ es el factor de Lorentz, definido como:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

- $v$ es la velocidad de la partícula.

Sabemos que

$$E = 2 \cdot E_0.$$

Sustituyendo en la ecuación de la energía relativista:

$$2 \cdot E_0 = \gamma \cdot E_0 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 2.$$

Otro lado, tenemos que

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2.$$

Despejamos $v$:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot c.$$

Sustituyendo:

$$v = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot c = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c = 0,866 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2,598 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

La velocidad calculada previamente es $v = 2,598 \cdot 10^8$ m/s, que es aproximadamente el $86,6\%$ de la velocidad de la luz ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Si intentamos doblar esta velocidad:

$$v_{\text{doble}} = 2 \cdot v = 2 \cdot 2,598 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 5,196 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Sin embargo, según la *Teoría de la Relatividad Especial* de Einstein, ninguna partícula con masa en reposo puede alcanzar o superar la velocidad de la luz en el vacío ($c$). La velocidad de la luz es el límite superior para la velocidad de cualquier objeto con masa.

**Por lo tanto, la velocidad que debe tener la partícula para que su energía relativista sea el doble de su energía en reposo es aproximadamente $v = 2{,}598 \cdot 10^8$ m/s y no es posible que la velocidad de la partícula sea el doble de la calculada anteriormente, ya que esto implicaría una velocidad superior a la de la luz ($c$), lo cual es incompatible con las leyes de la física establecidas por la Teoría de la Relatividad Especial.**

# Problema 4

**En un experimento de efecto fotoeléctrico, al incidir luz con longitud de onda $\lambda_1 = 550$ nm se obtiene una velocidad máxima de los electrones $v = 296$ km/s. Calcula razonadamente:**

a) **El trabajo de extracción del metal sobre el que incide la luz (en eV) y la longitud de onda umbral.**
b) **El momento lineal y la longitud de onda de De Broglie asociada, en nanómetros, de los electrones que salen con velocidad máxima.**

**Datos: carga eléctrica elemental $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s; constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; masa electrón $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.**

**Solución:**

a) **El trabajo de extracción del metal sobre el que incide la luz (en eV) y la longitud de onda umbral.**

Datos proporcionados:
- Longitud de onda incidente: $\lambda_1 = 550 \text{ nm} = 5,5 \cdot 10^{-7}$ m.
- Velocidad máxima de los electrones: $v = 296 \text{ km/s} = 2,96 \cdot 10^{5}$ m/s.
- Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s.
- Masa del electrón: $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.
- Velocidad de la luz: $c = 3,0 \cdot 10^{8}$ m/s.
- Carga del electrón: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

La energía cinética máxima de los electrones ($E_{c,\max}$) es:

$$E_{c,\max} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (2,96 \cdot 10^{5} \text{ m/s})^2 = 3,99 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

La energía del fotón incidente ($E_f$) es:

$$E_f = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3,0 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_f = W_{\text{ext}} + E_{c,\max}.$$

Despejamos $W_{\text{ext}}$:

$$W_{\text{ext}} = E_f - E_{c,\max} = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3,99 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 3,21 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Convertimos el trabajo de extracción a electronvoltios (eV):

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \Rightarrow \quad W_{\text{ext}} = \frac{3,21 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2,01 \text{ eV}.$$

En el umbral, la energía cinética es cero, por lo que:

$$E_f = W_{\text{ext}} \implies h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = W_{\text{ext}}.$$

Despejamos $\lambda_0$:

$$\lambda_0 = \frac{h \cdot c}{W_{\text{ext}}}.$$

Sustituimos los valores (usando $W_{\text{ext}}$ en julios):

$$\lambda_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,0 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{3,21 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 6,19 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 619 \text{ nm}.$$

**Por lo tanto, el trabajo de extracción es $\boldsymbol{W_{\text{ext}} = 2,01}$ eV y la longitud de onda umbral es $\boldsymbol{\lambda_0 = 619}$ nm.**

b) **El momento lineal y la longitud de onda de De Broglie asociada, en nanómetros, de los electrones que salen con velocidad máxima.**

El momento lineal del electrón ($p$) viene dado por

$$p = m \cdot v = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,96 \cdot 10^{5} \text{ m/s} = 2,69 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

La longitud de onda de De Broglie ($\lambda_{\text{De Broglie}}$) es:

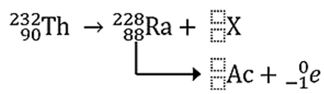
$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2,69 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 2,46 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 2,46 \text{ nm}.$$

**Por lo tanto, el momento lineal de los electrones es $\boldsymbol{p = 2,69 \cdot 10^{-25}}$ kg · m/s y la longitud de onda de De Broglie asociada es $\boldsymbol{\lambda_{\text{De Broglie}} = 2,46}$ nm.**

# Comunidad Valenciana, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)

## Cuestión 7

**Completa, razonando la resolución, los números atómico y másico del núcleo $X$ y del núcleo $Ac$ en la serie radiactiva indicada. Identifica $X$. ¿Cómo se llama el tipo de desintegración que da lugar a este núcleo? ¿Cómo se llama el tipo de desintegración que da lugar a la partícula $^{0}_{-1}e$?**




**Solución:**

Para resolver este ejercicio, completaremos la serie radiactiva utilizando las leyes de conservación de masa y carga, conocidas como las leyes de Soddy. Primero, consideremos la desintegración del $^{232}_{90}Th$ (Torio-232). La reacción se puede expresar de la siguiente manera:

$$^{232}_{90}Th \rightarrow ^{228}_{88} Ra + ^{4}_{2} X.$$

Aplicando las leyes de conservación:

$$\begin{cases} A_{\text{Th}} = A_{\text{Ra}} + A_X \\ Z_{\text{Th}} = Z_{\text{Ra}} + Z_X \end{cases}$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\begin{cases} 232 = 228 + A_X \\ 90 = 88 + Z_X \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} A_X = 4 \\ Z_X = 2 \end{cases}$$

Por lo tanto, la partícula $X$ es:

$$^{4}_{2}He.$$

Esta partícula es conocida como *partícula alfa.*

Continuamos con la siguiente desintegración:

$$^{228}_{88}Ra \rightarrow ^{228}_{89} Ac + ^{0}_{-1} e.$$

Aplicando nuevamente las leyes de conservación:

$$\begin{cases} A_{\text{Ra}} = A_{\text{Ac}} + A_e \\ Z_{\text{Ra}} = Z_{\text{Ac}} + Z_e \end{cases}$$

Sustituyendo los valores:

$$\begin{cases} 228 = 228 + 0 \\ 88 = 89 + (-1) \end{cases}$$

De esto se deduce que el núcleo $Ac$ es:

$$^{228}_{89}Ac.$$

La partícula emitida $^{0}_{-1}e$ es un *electrón*, conocida como *partícula beta.*

**Por lo tanto, la solución es:**

- **El núcleo $X$ tiene número atómico $Z_X = 2$ y número másico $A_X = 4$, correspondiendo a la partícula alfa ${}_2^4He$.**
- **El núcleo $Ac$ tiene número atómico $Z_{Ac} = 89$ y número másico $A_{Ac} = 228$, correspondiendo a Actinio-228.**
- **La desintegración que da lugar al núcleo $X$ es una desintegración alfa.**
- **La desintegración que da lugar a la partícula ${}_{-1}^{0}e$ es una desintegración beta.**

# Cuestión 8

**Una astronauta se encuentra en una nave espacial que se mueve a una velocidad $v = 0,5c$ respecto a la Tierra ($c$ es la velocidad de la luz en el vacío). En un cierto momento comunica a la base en la Tierra que va a dormir desde las 13 h hasta las 19 h, según los relojes de la nave. Calcula a qué hora se despertará, según los relojes de la Tierra (todos los relojes se sincronizan a las 13 h). Justifica adecuadamente tu respuesta.**

**Solución:**

Para resolver este ejercicio, utilizaremos el concepto de dilatación del tiempo según la teoría de la relatividad especial de Einstein. La dilatación del tiempo indica que el tiempo transcurre más lentamente en un sistema en movimiento respecto a uno en reposo. La relación entre el tiempo medido en la Tierra ($\Delta t_{\text{Tierra}}$) y el tiempo medido en la nave espacial ($\Delta t_{\text{nave}}$) está dada por la fórmula:

$$\Delta t_{\text{Tierra}} = \gamma \cdot \Delta t_{\text{nave}},$$

donde el factor de Lorentz ($\gamma$) se calcula como:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Sustituyendo el valor de la velocidad de la nave espacial ($v = 0,5c$):

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,5c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,25}} = 1,1547.$$

La astronauta planea dormir durante $\Delta t_{\text{nave}} = 19\text{ h} - 13\text{ h} = 6$ horas, según los relojes de la nave. Aplicando la fórmula de dilatación del tiempo:

$$\Delta t_{\text{Tierra}} = 1,1547 \cdot 6\text{ h} = 6,9282\text{ horas}.$$

Para convertir el tiempo decimal a horas, minutos y segundos:

$$0,9282\text{ horas} \cdot 60\ \frac{\text{minutos}}{\text{hora}} = 55,692\text{ minutos},$$

$$0,692\text{ minutos} \cdot 60\ \frac{\text{segundos}}{\text{minuto}} = 41,52\text{ segundos}.$$

Entonces, $\Delta t_{\text{Tierra}} = 6$ horas 55 minutos 42 segundos. Sumando este tiempo al momento en que los relojes de la Tierra están sincronizados a las 13 h:

$$13\text{ h} + 6\text{ h } 55\text{ min } 42\text{ s} = 19\text{ h } 55\text{ min } 42\text{ s}.$$

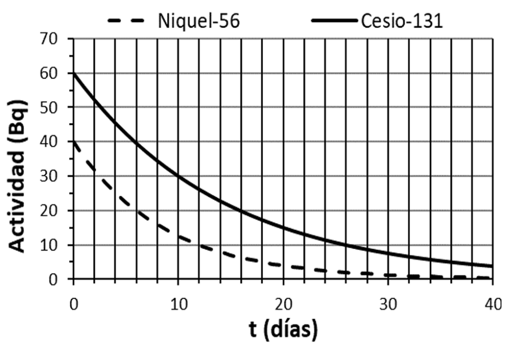
**Por lo tanto, la astronauta se despertará a las 19 h, 55 minutos y 42 segundos según los relojes de la Tierra.**

# Problema 4

a) **Define periodo de semidesintegración. A la vista de la figura, calcula el periodo de semidesintegración del $^{56}$Ni y razona si es mayor o menor que el del $^{131}$Cs. ¿Qué tiempo debe pasar para que el número de núcleos de $^{131}$Cs disminuya un 75%?**

b) **Si la masa inicial de $^{56}$Ni es de $10^{-3}$ pg, determina el número de núcleos que quedan sin desintegrar a los 15 días.**

**Dato: masa de un núcleo de $^{56}$Ni: $93 \cdot 10^{-24}$ g**




**Solución:**

a) **Define periodo de semidesintegración. A la vista de la figura, calcula el periodo de semidesintegración del $^{56}$Ni y razona si es mayor o menor que el del $^{131}$Cs. ¿Qué tiempo debe pasar para que el número de núcleos de $^{131}$Cs disminuya un 75%?**

El *periodo de semidesintegración* ($T_{1/2}$) es el tiempo que tarda en desintegrarse la mitad de los núcleos radiactivos presentes en una muestra. Es decir, es el tiempo necesario para que el número de núcleos inicial $N_0$ se reduzca a $N = \dfrac{N_0}{2}$.

A partir de la gráfica proporcionada, podemos determinar el periodo de semidesintegración de $^{56}$Ni observando el tiempo que transcurre hasta que su actividad se reduce a la mitad. Si la actividad inicial es $A_0$, entonces cuando $A = \dfrac{A_0}{2}$, el tiempo transcurrido es el periodo de semidesintegración.

Para el $^{56}$Ni:

- Actividad inicial: $A_0 = 40$ Bq.
- Actividad reducida a la mitad: $A = 20$ Bq.

De la gráfica, observamos que la actividad del $^{56}$Ni se reduce a 20 Bq a los 6 días. Por lo tanto, el periodo de semidesintegración del $^{56}$Ni es:

$$T_{1/2}^{\text{Ni}} = 6 \text{ días}.$$

Para el $^{131}$Cs:

- Actividad inicial: $A_0 = 60$ Bq.
- Actividad reducida a la mitad: $A = 30$ Bq.

De la gráfica, observamos que la actividad del $^{131}$Cs se reduce a 30 Bq a los 10 días. Por lo tanto, el periodo de semidesintegración del $^{131}$Cs es:

$$T_{1/2}^{\text{Cs}} = 10 \text{ días}.$$

Comparando ambos periodos:

$$T_{1/2}^{\text{Ni}} = 6 \text{ días} < T_{1/2}^{\text{Cs}} = 10 \text{ días}.$$

Entonces, el periodo de semidesintegración del $^{56}$Ni es menor que el del $^{131}$Cs.

Para que el número de núcleos de $^{131}$Cs disminuya un 75%, debe quedar el 25% de los núcleos iniciales, es decir:

$$\frac{N}{N_0} = 0,25.$$

Sabemos que la desintegración radiactiva sigue la ley:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

donde $\lambda$ es la constante radiactiva y $t$ es el tiempo transcurrido. Relacionando la constante de desintegración con el periodo de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\right)t}.$$

Para $\frac{N}{N_0} = 0,25$:

$$0,25 = e^{-\left(\frac{\ln 2}{10}\right)t} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2\ln 2}{\frac{\ln 2}{10}} = 20 \text{ días}.$$

Entonces, deben transcurrir 20 días para que el número de núcleos de $^{131}$Cs disminuya un 75%.

**Por lo tanto, el periodo de semidesintegración del $^{56}$Ni es menor que el del $^{131}$Cs y deben transcurrir 20 días para que el número de núcleos de $^{131}$Cs disminuya un 75%.**

**b) Si la masa inicial de $^{56}$Ni es de $10^{-3}$ pg, determina el número de núcleos que quedan sin desintegrar a los 15 días.**

Primero, calculamos el número inicial de núcleos ($N_0$) de $^{56}$Ni a partir de la masa inicial:

$$m_0 = 10^{-3} \text{ pg} = 10^{-3} \text{ pg} \times \frac{1 \text{ g}}{10^{12} \text{ pg}} = 10^{-15} \text{ g}.$$

La masa de un núcleo de $^{56}$Ni es:

$$m_{\text{Ni}} = 93 \cdot 10^{-24} \text{ g}.$$

El número inicial de núcleos es:

$$N_0 = \frac{m_0}{m_{\text{Ni}}} = \frac{10^{-15} \text{ g}}{93 \cdot 10^{-24} \text{ g}} = 1,075 \cdot 10^7 \text{ núcleos}.$$

Ahora, utilizamos la ley de desintegración radiactiva para calcular el número de núcleos que quedan después de $t = 15$ días:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

donde $\lambda$ es:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{6 \text{ días}}.$$

Sustituimos los valores:

$$N = N_0 \cdot e^{-\left(\frac{\ln 2}{6}\right)15} = 1,9 \cdot 10^6 \text{ núcleos.}$$

**Por lo tanto, después de 15 días, quedan sin desintegrar aproximadamente $\mathbf{1,9 \cdot 10^6}$ núcleos de $^{56}$Ni.**

# Comunidad Valenciana, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria)

## Cuestión 8

**Escribe las expresiones de la energía total y de la energía cinética de un cuerpo, en relación con su velocidad relativista, explicando la diferencia entre ambas energías. Una partícula cuya energía en reposo es $E_0 = 135$ MeV, se mueve con una velocidad $v = 0,5c$. Calcula la energía relativista de la partícula en MeV y su energía cinética en julios.**

**Dato: carga elemental, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C**

**Solución:**

La energía en reposo viene dada por:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2,$$

donde:

- $E_0$ es la energía en reposo (en MeV),
- $m_0$ es la masa en reposo (en kg),
- $c$ es la velocidad de la luz ($3,00 \cdot 10^8$ m/s).

L energía total relativista es:

$$E = \gamma \cdot E_0,$$

donde:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

y:

- $E$ es la energía total (en MeV),
- $\gamma$ es el factor de Lorentz,
- $v$ es la velocidad de la partícula.

La energía cinética relativista es:

$$E_c = E - E_0 = (\gamma - 1) \cdot E_0$$

donde $E_c$ es la energía cinética (en MeV o J). Primero, calculamos el factor de Lorentz $\gamma$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0,5)^2}} = 1,1547.$$

Hallamos la energía total relativista:

$$E = \gamma \cdot E_0 = 1,1547 \cdot 135 \text{ MeV} = 155,88 \text{ MeV}.$$

Obtenemos a continuación la energía cinética:

$$E_c = E - E_0 = 155,88 \text{ MeV} - 135 \text{ MeV} = 20,88 \text{ MeV}.$$

Convertimos a julios:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \text{y} \quad 1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} \Rightarrow E_c = 20,88 \text{ MeV} \cdot 10^6 \frac{\text{eV}}{\text{MeV}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 3,34 \cdot 10^{-12} \text{ J}.$$

**Por lo tanto, la energía relativista de la partícula es $E = 155,88$ MeV y su energía cinética es $E_c = 3,34 \cdot 10^{-12}$ J.**

# Problema 4

**Tras un episodio de "tormenta seca" o calima, se recoge y analiza una muestra de polvo y se concluye que contiene Cs-137, un isótopo radiactivo asociado a alguna prueba nuclear realizada hace 60 años. La actividad de la muestra, debida exclusivamente al Cs-137, es de $\mathbf{0,08}$ Bq (muy baja). Determina:**

a) **El número de núcleos y la masa de Cs-137 contenida en la muestra (expresa el resultado en picogramos).**
b) **La actividad de la muestra hace 60 años, justo tras la prueba nuclear.**

**Datos: periodo de semidesintegración del Cs-137, $T_{1/2} = 30,2$ años; masa de un núcleo de Cs-137, $M = 2,27 \cdot 10^{-25}$ kg.**

**Solución:**

a) **El número de núcleos y la masa de Cs-137 contenida en la muestra (expresa el resultado en picogramos).**

Primero, calculamos la constante de desintegración radiactiva ($\lambda$) usando el periodo de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{30,2 \text{ años}} = 0,02295 \text{ años}^{-1}.$$

Para trabajar con unidades compatibles con el becquerelio (Bq $= \text{s}^{-1}$), convertimos $\lambda$ a segundos:

$$\lambda = 0,02295 \text{ años}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ año}}{31\,557\,600 \text{ s}} = 7,274 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}.$$

Ahora, calculamos el número de núcleos ($N$) usando la relación entre actividad y número de núcleos:

$$A = \lambda \cdot N \quad \Rightarrow \quad N = \frac{A}{\lambda} = \frac{0,08 \text{ Bq}}{7,274 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}} = 1,099 \cdot 10^{8} \text{ núcleos}.$$

Calculamos la masa total ($m$) de Cs-137 en la muestra:

$$m = N \cdot M = (1,099 \cdot 10^{8} \text{ núcleos}) \cdot (2,27 \cdot 10^{-25} \text{ kg/núcleo}) = 2,497 \cdot 10^{-17} \text{ kg}.$$

Convertimos la masa a picogramos:

$$1 \text{ pg} = 10^{-12} \text{ g} = 10^{-15} \text{ kg} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{2,497 \cdot 10^{-17} \text{ kg}}{10^{-15} \text{ kg/pg}} = 0,2497 \text{ pg}.$$

**Por lo tanto, la muestra contiene aproximadamente $\mathbf{N = 1,1 \cdot 10^{8}}$ núcleos de Cs-137 y su masa es $\mathbf{m = 0,2497}$ pg.**

b) **La actividad de la muestra hace 60 años, justo tras la prueba nuclear.**

Utilizamos la ley de desintegración radiactiva para relacionar la actividad inicial ($A_0$) con la actividad actual ($A$):

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad A_0 = A \cdot e^{\lambda t}.$$

Sustituimos los valores:

$$A_0 = 0,08 \text{ Bq} \cdot e^{(0,02295 \text{ años}^{-1}) \cdot 60 \text{ años}} = 0,317 \text{ Bq}.$$

**Por lo tanto, la actividad de la muestra hace 60 años era de $\mathbf{A_0 = 0,317}$ Bq.**

# Comunidad Valenciana, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria)

## Cuestión 8

**La energía relativista de una partícula es $3/\sqrt{8}$ veces su energía en reposo. Calcula su velocidad en función de la velocidad de la luz en el vacío, $c$. Si se duplica dicha velocidad, ¿se duplica su energía? Responde razonadamente.**

**Solución:**

La energía relativista $E$ de una partícula está dada por la fórmula:

$$E = \gamma E_0,$$

donde $\gamma$ es el factor de Lorentz, definido como:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

donde $v$ es la velocidad de la partícula y $c$ es la velocidad de la luz en el vacío. Dado que la energía relativista es $3/\sqrt{8}$ veces la energía en reposo, tenemos:

$$E = \frac{3}{\sqrt{8}} E_0.$$

Sustituyendo en la fórmula de la energía relativista:

$$\frac{3}{\sqrt{8}} E_0 = \gamma E_0.$$

Cancelando $E_0$ de ambos lados:

$$\gamma = \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

Sustituyendo $\gamma$ en la definición del factor de Lorentz:

$$\frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Invertimos ambos lados:

$$\frac{4}{3\sqrt{2}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Elevamos al cuadrado ambos lados para eliminar la raíz cuadrada:

$$\left(\frac{4}{3\sqrt{2}}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{16}{18} = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

Simplificamos la fracción:

$$\frac{8}{9} = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

Despejamos $\frac{v^2}{c^2}$:

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}.$$

Tomamos la raíz cuadrada de ambos lados:

$$\frac{v}{c} = \frac{1}{3}.$$

Por lo tanto, la velocidad de la partícula es:

$$v = \frac{c}{3}.$$

Si duplicamos la velocidad de la partícula, la nueva velocidad $v'$ será:

$$v' = 2v = 2 \cdot \frac{c}{3} = \frac{2c}{3}.$$

Calculamos el nuevo factor de Lorentz $\gamma'$ para esta velocidad:

$$\gamma' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{2c}{3}\right)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = 1,3416.$$

La nueva energía relativista $E'$ será:

$$E' = \gamma' E_0 = 1,3416 E_0.$$

Comparando con la energía original:

$$E = \frac{3}{\sqrt{8}} E_0 = 1,06066 E_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{E'}{E} = \frac{1,3416 E_0}{1,06066 E_0} = 1,265.$$

Es decir, al duplicar la velocidad, la energía relativista de la partícula aumenta aproximadamente un $26,5\%$, pero *no se duplica.*

**Por lo tanto, la velocidad de la partícula es $c/3$. Si se duplica esta velocidad a $2c/3$, la energía relativista de la partícula aumenta en un $26,5\%$, por lo que no se duplica su energía. Esto se debe a la naturaleza no lineal del factor de Lorentz en la ecuación de la energía relativista, donde el incremento en la velocidad resulta en un aumento menos que proporcional en la energía.**

# Problema 4

**El $^{222}$Rn (radón 222) es un gas radiactivo natural presente en el aire de los espacios cerrados. Se realizan medidas para determinar la masa y la actividad de dicho gas.**

a) **Determina la actividad en becquerel de un cierto volumen de aire si la masa de $^{222}$Rn que se mide es de $0,02$ pg.**

b) **La actividad medida en otro volumen de aire es de 228 Bq. Si dicho volumen se aísla, y se vuelve a medir al cabo de $11,4$ días ¿Cuánta actividad, debida al $^{222}$Rn, se tendrá? ¿Cuánto valdrá la masa de $^{222}$Rn correspondiente?**

**Datos: periodo de semidesintegración del $^{222}$Rn, $T_{1/2} = 3,8$ días; masa de un átomo de $^{222}$Rn, $M = 3,7 \cdot 10^{-25}$ kg**

**Solución:**

a) **Determina la actividad en becquerel de un cierto volumen de aire si la masa de $^{222}$Rn que se mide es de $0,02$ pg.**

Primero, convertimos la masa de $^{222}$Rn a unidades del Sistema Internacional:

$$m = 0,02 \text{ pg} = 0,02 \cdot 10^{-12} \text{ g} = 0,02 \cdot 10^{-15} \text{ kg} = 2,0 \cdot 10^{-17} \text{ kg}.$$

Calculamos el número de átomos de $^{222}$Rn en la muestra:

$$N = \frac{m}{M} = \frac{2,0 \cdot 10^{-17} \text{ kg}}{3,7 \cdot 10^{-25} \text{ kg/átomo}} = 5,405 \cdot 10^{7} \text{ átomos}.$$

La constante de desintegración radiactiva $\lambda$ se relaciona con el período de semidesintegración $T_{1/2}$ mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Convertimos el período de semidesintegración a segundos:

$$T_{1/2} = 3,8 \text{ días} \cdot \frac{86\,400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 328\,320 \text{ s}.$$

Calculamos $\lambda$:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{328\,320 \text{ s}} = \frac{0,6931}{328\,320 \text{ s}} = 2,111 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}.$$

La actividad $A$ se calcula como:

$$A = \lambda \cdot N = (2,111 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}) \cdot (5,405 \cdot 10^{7}) = 114,1 \text{ Bq}.$$

**Por lo tanto, la actividad es de $114,1$ Bq.**

b) **La actividad medida en otro volumen de aire es de 228 Bq. Si dicho volumen se aísla, y se vuelve a medir al cabo de $11,4$ días ¿Cuánta actividad, debida al $^{222}$Rn, se tendrá? ¿Cuánto valdrá la masa de $^{222}$Rn correspondiente?**

La actividad inicial es $A_0 = 228$ Bq. Usamos la ley de desintegración radiactiva:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Calculamos el tiempo transcurrido en segundos:

$$t = 11,4 \text{ días} \cdot \frac{86\,400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 984\,960 \text{ s}.$$

Calculamos el exponente:

$$\lambda t = (2,111 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}) \cdot 984\,960 \text{ s} = 2,079.$$

Entonces, la actividad después de $t$ es:

$$A = 228 \text{ Bq} \cdot e^{-2,079} = 228 \text{ Bq} \cdot 0,1251 = 28,5 \text{ Bq}.$$

Calculamos el número de átomos restantes:

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{28,5 \text{ Bq}}{2,111 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}} = 1,35 \cdot 10^{7} \text{ átomos}.$$

Calculamos la masa correspondiente:

$$m = N \cdot M = (1,35 \cdot 10^{7} \text{ átomos}) \cdot (3,7 \cdot 10^{-25} \text{ kg/átomo}) = 5 \cdot 10^{-18} \text{ kg}.$$

**Por lo tanto, la actividad después de $\mathbf{11,4}$ días es $\mathbf{28,5}$ Bq y la masa correspondiente de $\mathbf{^{222}Rn}$ es $\mathbf{5 \cdot 10^{-18}}$ kg.**

# Comunidad Valenciana, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)

## Cuestión 8

**Un muon (partícula elemental) generado por un rayo cósmico en la atmósfera, a 10 km de altura, viaja hacia el suelo, donde se determina que su velocidad (constante) es $v = 0,98c$. Calcula cuánto tiempo dura el vuelo del muon según una observadora situada en el suelo y también según otra que viaje con el muon. Determina la altura (distancia recorrida por el muon) según la observadora que viaja con el muon.**

**Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s**

**Solución:**

Para resolver este problema, analizaremos dos sistemas de referencia: el de la observadora situada en el suelo y el de la observadora que viaja con el muón. La distancia que recorre el muón es $e = 10\,000\,\text{m}$ y su velocidad es $v = 0{,}98\,c$, donde $c = 3 \cdot 10^8\,\text{m/s}$. Utilizamos la fórmula clásica del tiempo:

$$t = \frac{e}{v} = \frac{10\,000\,\text{m}}{0{,}98 \cdot 3 \cdot 10^8\,\text{m/s}} = \frac{10\,000}{2{,}94 \cdot 10^8} = 3{,}4 \cdot 10^{-5}\,\text{s}.$$

Entonces, el tiempo de vuelo según la observadora en el suelo es $t = 3{,}4 \cdot 10^{-5}\,\text{s}$. Debemos considerar los efectos de la relatividad especial, específicamente la dilatación del tiempo. Primero, calculamos el coeficiente de Lorentz ($\gamma$):

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0{,}98)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}9604}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}0396}} = 5{,}025.$$

Luego, aplicamos la fórmula de la dilatación del tiempo:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{3{,}4 \cdot 10^{-5}\,\text{s}}{5{,}025} = 6{,}766 \cdot 10^{-6}\,\text{s}.$$

Así, el tiempo de vuelo según la observadora que viaja con el muón es $\Delta t' = 6{,}766 \cdot 10^{-6}\,\text{s}$. Utilizamos la contracción de la longitud:

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \frac{10\,000\,\text{m}}{5{,}025} = 1\,990\,\text{m}.$$

Entonces, la altura según la observadora que viaja con el muón es $L' = 1\,990\,\text{m}$.

**Por lo tanto, el muón tarda $3{,}4 \cdot 10^{-5}$ s según la observadora en el suelo y $6{,}766 \cdot 10^{-6}$ s según la observadora que viaja con el muón. Además, la altura recorrida por el muón según la observadora que viaja con él es de $1\,990$ m.**

# Problema 4

**Una radiación monocromática de longitud de onda 500 nm incide sobre una fotocélula de cesio, cuyo trabajo de extracción es de 2 eV. Calcula:**

a) **La frecuencia umbral y la longitud de onda umbral.**
b) **La energía cinética máxima de los electrones emitidos y el potencial de frenado, ambos en eV. Explica qué es el potencial de frenado.**

**Datos: carga elemental $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s; constante de Planck, $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s**

**Solución:**

a) **La frecuencia umbral y la longitud de onda umbral.**

Para determinar la frecuencia umbral $\nu_0$ y la longitud de onda umbral $\lambda_0$, utilizamos la información proporcionada sobre el efecto fotoeléctrico:
- Trabajo de extracción: $W_{\text{ext}} = 2$ eV.
- Longitud de onda de la radiación incidente: $\lambda = 500$ nm $= 500 \cdot 10^{-9}$ m.
- Constante de Planck: $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J · s.
- Velocidad de la luz: $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.
- Conversión de eV a Julios: 1 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

Conversión del trabajo de extracción a Julios:

$$W_{\text{ext}} = 2 \text{ eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3{,}2 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

El trabajo de extracción está relacionado con la frecuencia umbral mediante la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$W_{\text{ext}} = h \cdot \nu_0 \quad \Rightarrow \quad \nu_0 = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = 4{,}85 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

Utilizamos la relación entre la velocidad de la luz, la longitud de onda y la frecuencia:

$$c = \lambda_0 \cdot \nu_0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{4{,}85 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 6{,}19 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 619 \text{ nm}.$$

**Por lo tanto, la frecuencia umbral es $\boldsymbol{\nu_0 = 4{,}85 \cdot 10^{14}}$ Hz y la longitud de onda umbral es $\boldsymbol{\lambda_0 = 619}$ nm.**

b) **La energía cinética máxima de los electrones emitidos y el potencial de frenado, ambos en eV. Explica qué es el potencial de frenado.**

La energía cinética máxima $E_{c,\text{máx}}$ de los electrones emitidos se obtiene a partir de la energía del fotón incidente $E_f$ y el trabajo de extracción $W_{\text{ext}}$:

$$E_{c,\text{máx}} = E_f - W_{\text{ext}}.$$

Cálculo de la energía del fotón incidente $E_f$:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{500 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3{,}96 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Conversión de $E_f$ a eV:

$$E_f = \frac{3{,}96 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2{,}475 \text{ eV}.$$

Cálculo de la energía cinética máxima $E_{c,\text{máx}}$:

$$E_{c,\text{máx}} = E_f - W_{\text{ext}} = 2{,}475 \text{ eV} - 2 \text{ eV} = 0{,}475 \text{ eV}.$$

El potencial de frenado es el potencial necesario para detener los electrones emitidos, de manera que su energía cinética máxima se compense con la energía potencial eléctrica. Se relaciona con la energía cinética máxima mediante:

$$E_{c,\text{máx}} = q \cdot V_f \quad \Rightarrow \quad V_f = \frac{E_{c,\text{máx}}}{q},$$

donde $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C es la carga elemental:

$$V_f = \frac{0{,}475 \text{ eV}}{1} = 0{,}475 \text{ V}.$$

El potencial de frenado es el potencial eléctrico que se aplica para oponerse al movimiento de los electrones emitidos, de manera que impida su llegada al ánodo. Al aplicar este potencial, se logra que la energía cinética de los electrones emitidos sea contrarrestada, deteniendo su movimiento.

**Por lo tanto, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es 0,475 eV y el potencial de frenado es $V_f = 0{,}475$ V. El potencial de frenado es el potencial necesario para detener los electrones emitidos, impidiendo que lleguen al ánodo al contrarrestar su energía cinética.**

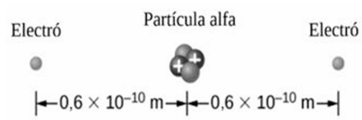
# Cataluña, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)

## Problema 6

**El poloni ($Z = 84$) fou descobert el 1898 per Marie Sklodowska-Curie i Pierre Curie. L'isòtop de poloni amb un temps de semidesintegració més llarg és el Po-210, que el té de 138 dies. Es desintegra per emissió d'una partícula alfa i origina un isòtop estable de plom (Pb).**

a) **Escriviu la desintegració del Po-210. Si l'activitat inicial per unitat de massa del Po-210 és de $1,66 \times 10^{14}$ Bq/g, quina serà l'activitat de 5 mg d'aquest element al cap d'una setmana?**

b) **Els nuclis d'heli que es produeixen en les desintegracions alfa no triguen a captar dos electrons. Suposem que es forma un àtom d'heli en dos passos ben diferenciats. Primerament, es transporta des d'una distància molt gran un primer electró a $0,6 \times 10^{-10}$ m de la partícula alfa i es manté allà. Posteriorment, un segon electró es porta a l'altra banda de la partícula alfa a $0,6 \times 10^{-10}$ m. La configuració final es mostra en la figura.**




**Calculeu el treball realitzat pel camp elèctric en cada un dels dos passos. Quina és l'energia potencial electroestàtica de la configuració final?**

**Dades:**
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**
$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9$ **Nm² C⁻².**

**Solución:**

a) **Escriviu la desintegració del Po-210. Si l'activitat inicial per unitat de massa del Po-210 és de $1,66 \times 10^{14}$ Bq/g, quina serà l'activitat de 5 mg d'aquest element al cap d'una setmana?**

Imponiendo la conservación del número de nucleones y de la carga eléctrica, se teiene que:

$$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + ^{4}_{2}\text{He}.$$

Queremos obtener la actividad después de una semana. Se conocen los siguientes datos:

$$A_0 = 1,66 \cdot 10^{14}\ \text{Bq/g},$$

$$m = 5\ \text{mg} = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{g},$$

$$t_{1/2} = 138\ \text{días},$$

$$t = 7\ \text{días}.$$

La actividad inicial para 5 mg es:

$$A_0^{\text{total}} = A_0 \cdot m = 1,66 \cdot 10^{14}\ \text{Bq/g} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \text{g} = 8,3 \cdot 10^{11}\ \text{Bq}.$$

El coeficiente de desintegración ($\lambda$) se calcula mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{138\ \text{días}} = 5,023 \cdot 10^{-3}\ \text{días}^{-1}.$$

La actividad después de una semana es:

$$A(t) = A_0^{\text{total}} \cdot e^{-\lambda t} = 8,3 \cdot 10^{11}\ \text{Bq} \cdot e^{-5,023 \cdot 10^{-3}\ \text{d}^{-1} \cdot 7\ \text{d}} = 8,01 \cdot 10^{11}\ \text{Bq}.$$

**Por lo tanto, la actividad después de una semana es $\mathbf{8,01 \cdot 10^{11}}$ Bq.**

b) **Els nuclis d'heli que es produeixen en les desintegracions alfa no triguen a captar dos electrons. Suposem que es forma un àtom d'heli en dos passos ben diferenciats. Primerament, es transporta des d'una distància molt gran un primer electró a $\mathbf{0,6 \times 10^{-10}}$ m de la partícula alfa i es manté allà. Posteriorment, un segon electró es porta a l'altra banda de la partícula alfa a $\mathbf{0,6 \times 10^{-10}}$ m. La configuració final es mostra en la figura. Calculeu el treball realitzat pel camp elèctric en cada un dels dos passos. Quina és l'energia potencial electroestàtica de la configuració final?**

Se conocen los siguientes datos:

$$q_e = -1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{C},$$
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^{9}\ \text{N}\,\text{m}^2\,\text{C}^{-2},$$
$$r = 0,6 \cdot 10^{-10}\ \text{m}.$$

El potencial eléctrico debido a la partícula alfa es:

$$\Delta V_1 = k \cdot \frac{q_\alpha}{r} = 8,99 \cdot 10^{9}\ \text{N}\,\text{m}^2\,\text{C}^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}{0,6 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 48,006\ \text{V}.$$

El trabajo realizado por el campo eléctrico es:

$$W_{e1} = -q_e \cdot \Delta V_1 = 1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 48,006\ \text{V} = 7,69 \cdot 10^{-18}\ \text{J}.$$

El potencial eléctrico existente al trasladar el segundo electrón incluye la contribución de la partícula alfa y del primer electrón:

$$\Delta V_2 = k \cdot \frac{q_\alpha}{r} - k \cdot \frac{q_e}{2r} = 48,006\ \text{V} - \frac{8,99 \cdot 10^{9}\ \text{N}\,\text{m}^2\,\text{C}^{-2} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}{2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 36,006\ \text{V}.$$

El trabajo realizado por el campo eléctrico es:

$$W_{e2} = -q_e \cdot \Delta V_2 = 1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 36,006\ \text{V} = 5,77 \cdot 10^{-18}\ \text{J}.$$

La energía potencial final es la suma de los trabajos realizados en ambos pasos, pero en negativo:

$$U_{\text{final}} = -(W_{e1} + W_{e2}) = -7,69 \cdot 10^{-18}\ \text{J} - 5,77 \cdot 10^{-18}\ \text{J} = -1,346 \cdot 10^{-17}\ \text{J}.$$

**Por lo tanto, los trabajos son, respectivamente, $\mathbf{7,69 \cdot 10^{-18}}$ J y $\mathbf{5,77 \cdot 10^{-18}}$ J, y la energía potencial final es $\mathbf{-1,346 \cdot 10^{-17}}$ J.**

# Problema 7

**Observem que en una mostra metàl·lica apareix l'efecte fotoelèctric quan la il·luminem amb llum monocromàtica de longituds d'ona més petites o iguals a 650 nm.**

a) **Calculeu el treball d'extracció del metall. Determineu el potencial de frenada si il·luminem el metall amb llum de 300 nm.**
b) **Trobeu l'expressió de la velocitat dels electrons en funció de la longitud d'ona incident per a aquest metall. Calculeu la velocitat dels electrons per a una longitud d'ona incident de 500 nm i la longitud d'ona de De Broglie associada a aquests electrons.**

**Dades:**
$\boldsymbol{c = 3,00 \times 10^{8}}$ **m/s.**
$\boldsymbol{|e| = 1,602 \times 10^{-19}}$ **C.**
$\boldsymbol{m_e = 9,11 \times 10^{-31}}$ **kg.**
$\boldsymbol{h = 6,626 \times 10^{-34}}$ **J s.**

**Solución:**

a) **Calculeu el treball d'extracció del metall. Determineu el potencial de frenada si il·luminem el metall amb llum de 300 nm.**

La longitud de onda umbral es $\lambda_0 = 650\,\text{nm} = 650 \cdot 10^{-9}$ m. La frecuencia umbral correspondiente es:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3,00 \cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{650 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 4,62 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}.$$

El trabajo de extracción del metal es la energía mínima necesaria para extraer un electrón, es decir:

$$W_0 = hf_0 = (6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J}\,\text{s})(4,62 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}) = 3,06 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Para expresar el trabajo de extracción en electronvoltios:

$$W_0 = \frac{3,06 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}\,\text{eV}^{-1}} = 1,91\ \text{eV}.$$

Cuando iluminamos el metal con luz de $\lambda = 300\,\text{nm}$, la frecuencia es:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \cdot 10^{8}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{300 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 1,00 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}.$$

La energía cinética máxima de los electrones es:

$$E_\text{c} = hf - W_0 = (6,626 \cdot 10^{-34}\ \text{J}\,\text{s})(1,00 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}) - 3,06 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3,57 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

El potencial de frenado es:

$$V_0 = \frac{E_\text{c}}{|e|} = \frac{3,57 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 2,23\ \text{V}.$$

**Por lo tanto, el trabajo de extracción es $\boldsymbol{W_0 = 1,91}$ eV y el potencial de frenado es $\boldsymbol{V_0 = 2,23}$ V.**

b) **Trobeu l'expressió de la velocitat dels electrons en funció de la longitud d'ona incident per a aquest metall. Calculeu la velocitat dels electrons per a una longitud d'ona incident de 500 nm i la longitud d'ona de De Broglie associada a aquests electrons.**

A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_c = \frac{1}{2}m_e v^2 = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0.$$

Despejando la velocidad $v$:

$$v(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(\frac{hc}{\lambda} - W_0\right)} = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}.$$

Para $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,626\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s})(3,00\cdot 10^{8}\ \mathrm{m\,s^{-1}})}{500\cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = 3,98\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}.$$

La energía cinética es:

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = 3,98\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} - 3,06\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} = 9,20\cdot 10^{-20}\ \mathrm{J}.$$

La velocidad de los electrones es:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(9,20\cdot 10^{-20}\ \mathrm{J})}{9,11\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}}} = 4,51\cdot 10^{5}\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda_{\mathrm{dB}} = \frac{h}{m_e v} = \frac{6,626\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}}{(9,11\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg})(4,51\cdot 10^{5}\ \mathrm{m\,s^{-1}})} = 1,62\cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la velocidad de los electrones es $v = 4,51\cdot 10^{5}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ y la longitud de onda de De Broglie es $\lambda_{\mathrm{dB}} = 1,62\ \mathrm{nm}$.**

# Cataluña, Septiembre 2024 (Convocatoria extraordinaria)

## Problema 6

**Al jaciment neolític de la Draga (Banyoles) s'utilitza el mètode del carboni-14 ($^{14}$C) per a la datació de restes. El $^{14}$C és un isòtop radioactiu que es produeix a l'atmosfera de manera continuada quan neutrons provinents dels raigs còsmics xoquen amb els nuclis de nitrogen ($^{14}$N). Els éssers vius l'incorporen a l'organisme mentre interactuem amb l'atmosfera, però, a partir del moment de la mort, el $^{14}$C comença a desintegrar-se novament en $^{14}$N, amb un període de semidesintegració de 5 730 anys. La datació d'una mostra d'os d'animal del sector D de la Draga és de 6 010 anys.**

a) **Escriviu la reacció nuclear que correspon al decaïment del $^{14}$C a $^{14}$N, incloent-hi els antineutrins. Justifiqueu de quin tipus de reacció nuclear es tracta. A partir de l'equació de la desintegració, determineu la relació entre la constant de desintegració $\lambda$ i el període de semidesintegració.**

b) **Calculeu la constant de desintegració $\lambda$ del $^{14}$C. Determineu quin percentatge de $^{14}$C encara roman a la mostra d'os del sector D respecte al $^{14}$C que hi havia quan l'organisme estava viu. Calculeu l'activitat de l'os en el moment de morir l'animal si actualment l'activitat de l'os és de $3,63$ Bq.**

**Dades:**
**El nombre atòmic del carboni és $Z = 6$.**
**El nombre atòmic del nitrogen és $Z = 7$.**

**Solución:**

a) **Escriviu la reacció nuclear que correspon al decaïment del $^{14}$C a $^{14}$N, incloent-hi els antineutrins. Justifiqueu de quin tipus de reacció nuclear es tracta. A partir de l'equació de la desintegració, determineu la relació entre la constant de desintegració $\lambda$ i el període de semidesintegració.**

La reacción nuclear es:

$$^{14}_{6}\mathrm{C}| \rightarrow \ ^{14}_{7}\mathrm{N}| + \ ^{0}_{-1}e \ + \ ^{0}_{0}\overline{\nu}_e,$$

donde:
- Se conserva el número de nucleones: $14 = 14 + 0 + 0$.
- Se conserva la carga eléctrica: $6 = 7 + (-1) + 0$.

Se incluye el antineutrino electrónico $\overline{\nu}_e$ para conservar el número leptónico. Este tipo de desintegración es una *desintegración beta negativa* ($\beta^-$) porque se emite un electrón. La ecuación de desintegración radiactiva es:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

El período de semidesintegración $t_{1/2}$ es el tiempo en el cual la cantidad de núcleos radiactivos se reduce a la mitad:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}.$$

Sustituyendo en la ecuación de desintegración:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda t_{1/2}}.$$

Dividimos ambos lados por $N_0$:

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}.$$

Tomando logaritmo natural en ambos lados:

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda t_{1/2}.$$

Sabemos que $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$, entonces:

$$-\ln 2 = -\lambda t_{1/2} \implies \lambda t_{1/2} = \ln 2.$$

Por lo tanto, la relación entre la constante de desintegración y el período de semidesintegración es:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}.$$

**Por lo tanto, la reacción nueclear es desintegración beta negativa y $\boldsymbol{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$.**

b) **Calculeu la constant de desintegració $\boldsymbol{\lambda}$ del $^{14}$C. Determineu quin percentatge de $^{14}$C encara roman a la mostra d'os del sector D respecte al $^{14}$C que hi havia quan l'organisme estava viu. Calculeu l'activitat de l'os en el moment de morir l'animal si actualment l'activitat de l'os és de $\boldsymbol{3,63}$ Bq.**

Calculamos la constante de desintegración usando la relación encontrada:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5730 \text{ años}} = \frac{0{,}6931}{5730 \text{ años}} = 1{,}2097 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}.$$

También podemos expresarla en segundos:

$$1 \text{ año} = 365{,}25 \text{ días} \cdot 24 \frac{\text{h}}{\text{día}} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} = 31\,557\,600 \text{ s} \Rightarrow \lambda = \frac{1{,}2097 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}}{31\,557\,600 \text{ s/año}} = 3{,}833 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}.$$

Para determinar el porcentaje de $^{14}$C que aún permanece después de $t = 6010$ años, usamos la ecuación de desintegración:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-1{,}2097 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} \cdot 6010 \text{ años}} = e^{-0{,}7279} = 0{,}483.$$

Por lo tanto, el porcentaje restante es:

$$\frac{N}{N_0} \cdot 100\% = 48{,}3\%.$$

La actividad radiactiva está dada por:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Despejamos $A_0$:

$$A_0 = A(t) \cdot e^{\lambda t}.$$

Sustituimos los valores:

$$A_0 = 3{,}63 \text{ Bq} \cdot e^{1{,}2097 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} \cdot 6010 \text{ años}} = 3{,}63 \text{ Bq} \cdot e^{0{,}7279} = 3{,}63 \text{ Bq} \cdot 2{,}070 = 7{,}51 \text{ Bq}.$$

**Por lo tanto, la constante de desintegración es $\boldsymbol{3{,}833 \cdot 10^{-12}}$ s$^{-1}$, el porcentaje de $^{14}$C que aún permanece después de 6010 años es el 48,3% y la actividad inicial del hueso era 7,51 Bq.**

# Cataluña, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)

## Problema 4

**Arran de l'anunci fet el desembre del 2022 pels Estats Units que s'havia aconseguit per primera vegada la fusió nuclear amb un guany net d'energia, alguns mitjans de comunicació han publicat que un got d'aigua pot produir l'energia que consumirà una família de quatre membres durant tota la vida. Per una altra banda, a dins del Sol hi ha una pressió i una temperatura tan elevades que els àtoms d'hidrogen es fusionen i es transformen en heli. El principal procés de fusió nuclear que té lloc al Sol és la cadena protó-protó. El balanç global d'aquest procés és que quatre protons s'uneixen per formar un nucli d'heli.**

a) **Calculeu l'energia que s'allibera en la cadena protó-protó quan es forma un nucli d'heli. Tenint en compte que un got d'aigua conté, aproximadament, 17 mol d'aigua, quanta energia es pot extreure de l'hidrogen que hi ha a l'aigua d'un got mitjançant la cadena protó-protó?**

b) **Malauradament, a la Terra no es poden assolir les condicions de temperatura i pressió que hi ha al Sol, per això, en els reactors de fusió es fan servir els isòtops de l'hidrogen: el deuteri ($^2_1$H) i el triti ($^3_1$H). L'abundància relativa del deuteri és d'un $0,001$ %, mentre que la del triti és pràcticament núll (a la Terra hi ha uns 20 kg de triti natural). Per a generar triti, s'utilitza liti-6 ($^6_3$Li) obtingut a partir de reactors nuclears de fissió. El triti s'obté a còpia de bombardejar nuclis de liti-6 amb neutrons. Escriviu la reacció nuclear sabent que el resultat és la formació de triti i partícules alfa. S'ha afirmat que la fusió nuclear és una energia neta perquè la reacció de la cadena protó-protó no genera residus radioactius. Ara bé, en el procés de fusió del deuteri i del triti s'alliberen neutrons amb una energia capaç de fer tornar radioactius els materials circumdants. Digueu si la fusió nuclear és una font d'energia neta i inesgotable i justifiqueu la resposta.**

**Dades:**
$c = 3,00 \times 10^8$ **m/s.**
$N_A = 6,022 \times 10^{23}$.
**Masses nuclears (en kg):**
**Protó:** $1,67262192 \times 10^{-27}$ **kg.**
**Nucli d'heli:** $6,64283533 \times 10^{-27}$ **kg.**
**El consum anual mitjà d'electricitat d'una persona a Catalunya és d'**$1,22 \times 10^{10}$ **J.**

**Solució:**

a) **Calculeu l'energia que s'allibera en la cadena protó-protó quan es forma un nucli d'heli. Tenint en compte que un got d'aigua conté, aproximadament, 17 mol d'aigua, quanta energia es pot extreure de l'hidrogen que hi ha a l'aigua d'un got mitjançant la cadena protó-protó?**

Vamos a obtener la energía liberada al formar un núcleo de helio. La reacción global de la cadena protón-protón es:

$$4\ {}^1_1\text{H} \rightarrow\ {}^4_2\text{He} + 2\ e^+ + 2\ \nu_e + \gamma,$$

donde cuatro protones se fusionan para formar un núcleo de helio, emitiendo dos positrones, dos neutrinos electrónicos y energía en forma de rayos gamma. La masa inicial es la masa de 4 protones:

$$m_{\text{inicial}} = 4 \cdot m_p = 4 \cdot 1,67262192 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 6,69048768 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}.$$

La masa final es la masa del núcleo de helio:

$$m_{\text{final}} = m_{\text{He}} = 6,64283533 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}.$$

La diferencia de masa es:

$$\Delta m = m_{\text{inicial}} - m_{\text{final}} = (6,69048768 - 6,64283533) \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 4,765235 \cdot 10^{-29}\ \text{kg}.$$

La energía liberada al formar un núcleo de helio es:

$$E_{\text{núcleo}} = \Delta m \cdot c^2 = 4,765235 \cdot 10^{-29}\ \text{kg} \cdot (3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s})^2 = 4,29 \cdot 10^{-12}\ \text{J}.$$

Cada molécula de agua ($H_2O$) contiene 2 átomos de hidrógeno. Por lo tanto, en 17 moles de agua hay:

$$n_{\text{H}} = 2 \cdot n_{\text{H}_2\text{O}} = 2 \cdot 17\ \text{mol} = 34\ \text{mol}.$$

El número total de átomos de hidrógeno es:

$$N_{\text{H}} = n_{\text{H}} \cdot N_A = 34\ \text{mol} \cdot 6,022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1} = 2,0475 \cdot 10^{25}\ \text{átomos}.$$

Para formar un núcleo de helio se necesitan 4 protones, por lo que el número de reacciones posibles es:

$$N_{\text{reacciones}} = \frac{N_{\text{H}}}{4} = \frac{2,0475 \cdot 10^{25}}{4} = 5,1188 \cdot 10^{24}.$$

La energía total liberada es:

$$E_{\text{total}} = N_{\text{reacciones}} \cdot E_{\text{núcleo}} = 5,1188 \cdot 10^{24} \cdot 4,29 \cdot 10^{-12}\ \text{J} = 2,1976 \cdot 10^{13}\ \text{J}.$$

**Por lo tanto, se pueden extraer $\mathbf{2,20 \cdot 10^{13}}$ J de energía del hidrógeno en el agua de un vaso mediante la cadena protón-protón.**

b) **Malauradament, a la Terra no es poden assolir les condicions de temperatura i pressió que hi ha al Sol, per això, en els reactors de fusió es fan servir els isòtops de l'hidrogen: el deuteri ($^2_1$H) i el triti ($^3_1$H). L'abundància relativa del deuteri és d'un $\mathbf{0,001}$ %, mentre que la del triti és pràcticament núll (a la Terra hi ha uns 20 kg de triti natural). Per a generar triti, s'utilitza liti-6 ($^6_3$Li) obtingut a partir de reactors nuclears de fissió. El triti s'obté a còpia de bombardejar nuclis de liti-6 amb neutrons. Escriviu la reacció nuclear sabent que el resultat és la formació de triti i partícules alfa. S'ha afirmat que la fusió nuclear és una energia neta perquè la reacció de la cadena protó-protó no genera residus radioactius. Ara bé, en el procés de fusió del deuteri i del triti s'alliberen neutrons amb una energia capaç de fer tornar radioactius els materials circumdants. Digueu si la fusió nuclear és una font d'energia neta i inesgotable i justifiqueu la resposta.**

La reacción nuclear para obtener tritio a partir de litio-6 y neutrones es:

$$^6_3\text{Li} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^4_2\text{He},$$

donde:

- Un núcleo de litio-6 absorbe un neutrón.
- Se producen un núcleo de tritio ($^3_1$H) y una partícula alfa ($^4_2$He).

Aunque la reacción de la cadena protón-protón no genera residuos radiactivos, en la Tierra no es viable debido a las extremas condiciones necesarias para que ocurra. En los reactores de fusión terrestres se utiliza la reacción entre deuterio y tritio:

$$^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + \text{energía}.$$

En esta reacción se libera un neutrón de alta energía que puede interactuar con los materiales del reactor, haciéndolos radiactivos (activación neutrónica). Además, el tritio es radiactivo y escaso en la naturaleza, por lo que debe ser producido artificialmente, lo cual implica procesos adicionales que pueden generar residuos radiactivos. Concluimos que la fusión nuclear tiene el potencial de ser una fuente de energía más limpia que la fisión nuclear, ya que genera menos residuos radiactivos de larga duración. Sin embargo, no es completamente limpia ni inagotable, debido a:

- La generación de residuos radiactivos por activación de materiales estructurales debido a los neutrones de alta energía.
- La necesidad de producir tritio artificialmente, lo cual implica procesos adicionales y limitaciones en la disponibilidad de combustible.

**Por lo tanto, aunque la fusión nuclear es una prometedora fuente de energía con ventajas significativas, no se puede considerar totalmente limpia e inagotable en las condiciones actuales.**

# Problema 7

**En un centre d'estètica disposen d'una màquina de bronzejar amb radiació ultraviolada. Cal canviar-ne un dels tubs fluorescents perquè s'ha fet malbé per l'ús. El tub que cal substituir indica: "Llum UVA 300 nm 20 W 600 mm". Atès que el fabricant de la màquina ha fet fallida, es busca un tub fluorescent compatible. Després de fer-ne una selecció, es tria un llum que pot fer servei. A les especificacions del producte triat hi diu: "Llum UVA 350 nm 20 W 600 mm T8 làmpada fluorescent". Com que els dos tubs consumeixen la mateixa potència, emeten el mateix nombre de fotons.**
**L'aparell disposa d'un dispositiu de seguretat basat en l'efecte fotoelèctric que apaga el fluorescent quan el nombre d'electrons emesos per unitat de temps és superior a $2,50 \times 10^{15}$ s$^{-1}$. Aquest dispositiu està format per una placa de sodi (la funció de treball és $2,40$ eV) i, amb els tubs originals, el nombre d'electrons que abandona la superfície de sodi per unitat de temps és $2,00 \times 10^{15}$ s$^{-1}$.**

a) **Determineu l'energia cinètica màxima dels electrons emesos i la intensitat de corrent que abandona la superfície de sodi amb els tubs originals.**
b) **Determineu com afecta el nou tub al funcionament del dispositiu de seguretat.**

**Dades:**
**$1$ eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ J.**
**$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ C.**
**$c = 3,00 \times 10^{8}$ m/s.**
**$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s.**

**Solució:**

a) **Determineu l'energia cinètica màxima dels electrons emesos i la intensitat de corrent que abandona la superfície de sodi amb els tubs originals.**

**Cálculo de la energía de los fotones del tubo original:**
La longitud de onda del tubo original es:

$$\lambda = 300 \text{ nm} = 300 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

La energía de un fotón viene dada por:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}.$$

Sustituyendo los valores:

$$E_{\text{fotón}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{300 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 6{,}63 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Convertimos la energía a electronvoltios:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 4{,}14 \text{ eV}.$$

Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{c,máx}} = E_{\text{fotón}} - \Phi = 4{,}14 \text{ eV} - 2{,}40 \text{ eV} = 1{,}74 \text{ eV}.$$

Expresamos $E_{\text{c,máx}}$ en julios:

$$E_{\text{c,máx}} = 1{,}74 \text{ eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \, \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 2{,}788 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

El número de electrones emitidos por segundo es:

$$n = 2{,}00 \cdot 10^{15}\ \mathrm{s}^{-1}.$$

La intensidad de corriente es:

$$I = n \cdot e = 2{,}00 \cdot 10^{15}\ \mathrm{s}^{-1} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} = 3{,}204 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{A} = 0{,}3204\ \mathrm{mA}.$$

**Por lo tanto, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es 1,74 eV y la intensidad de corriente es 0,3204 mA.**

b) **Determineu com afecta el nou tub al funcionament del dispositiu de seguretat.**

La longitud de onda del nuevo tubo es:

$$\lambda' = 350\ \mathrm{nm} = 350 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}.$$

Calculamos la energía de los fotones:

$$E'_{\text{fotón}} = h \cdot \frac{c}{\lambda'} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{350 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = 5{,}683 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}.$$

Convertimos a electronvoltios:

$$E'_{\text{fotón}} = \frac{5{,}683 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J/eV}} = 3{,}54\ \mathrm{eV}.$$

Como $E'_{\text{fotón}} = 3{,}54\ \mathrm{eV} > \Phi = 2{,}40\ \mathrm{eV}$, los fotones del nuevo tubo tienen suficiente energía para arrancar electrones del sodio. Hallamos la nueva energía cinética máxima:

$$E'_{\text{c,máx}} = E'_{\text{fotón}} - \Phi = 3{,}54\ \mathrm{eV} - 2{,}40\ \mathrm{eV} = 1{,}14\ \mathrm{eV}.$$

Dado que ambos tubos consumen la misma potencia y emiten el mismo número de fotones, el número de electrones emitidos por unidad de tiempo será similar. Aunque la energía cinética máxima de los electrones es menor con el nuevo tubo, esto no afecta al funcionamiento del dispositivo de seguridad, ya que este se basa en el número de electrones emitidos, no en su energía.

**Por lo tanto, el nuevo tubo no afecta al funcionamiento del dispositivo de seguridad, ya que los fotones emitidos aún tienen suficiente energía para provocar el efecto fotoeléctrico y el número de electrones emitidos se mantiene dentro de los límites establecidos.**

# Cataluña, Septiembre 2023 (Convocatoria extraordinaria)

## Problema 6

**En les centrals nuclears es produeix electricitat a partir de la fissió de nuclis d'urani. Aquesta energia s'utilitza per a generar vapor d'aigua, que fa girar una turbina. L'urani és un element químic metàl·lic de símbol U i nombre atòmic 92. A la natura trobem diferents isòtops de l'urani, però els més comuns són l'urani 238 i l'urani 235.**

a) **Calculeu el defecte de massa i l'energia d'enllaç per nucleó per a l'urani 235, i introduïu el valor obtingut a la taula de sota. Expliqueu la relació entre l'energia d'enllaç per nucleó i l'estabilitat del nucli. A partir d'aquí, indiqueu quin dels nuclis de la taula és el més estable.**

| Nucli | Energia d'enllaç per nucleó (MeV) |
|---|---|
| sofre 34 | 8,58 |
| ferro 56 | 8,79 |
| radi 226 | 7,66 |
| urani 226 | |

b) **En una reacció nuclear de fissió de l'urani 235, un neutró d'alta energia impacta en un nucli d'urani. Com a resultat, es formen dos nuclis més petits i tres neutrons. Si considerem que un dels nuclis que es formen és el bari 141, escriviu-ne la reacció nuclear completa. Per a cada nucli d'urani fissionat, s'alliberen 202,5 MeV. Calculeu quants grams d'urani 235 són necessaris per a produir l'energia necessària per a il·luminar un estadi esportiu durant un partit en què es consumeixen aproximadament 25 000 kW h.**

**Dades:**

$c = 3,00 \times 10^8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.

$1\ \mathrm{eV} = 1,602 \times 10^{-19}$ J.

**Masses nuclears (en kg):**

| | |
|---|---|
| Protó: | $1,672622 \times 10^{-27}$ kg. |
| Neutró: | $1,674927 \times 10^{-27}$ kg. |
| Nucli d'urani 235: | $3,902158 \times 10^{-25}$ kg. |

**Nombre atòmic de diversos elements químics:**

| | |
|---|---|
| Kr: | $Z = 36$ |
| Rb: | $Z = 37$ |
| Sr: | $Z = 38$ |
| Ba: | $Z = 56$ |
| La: | $Z = 57$ |
| U: | $Z = 92$ |

**Solució:**

a) **Calculeu el defecte de massa i l'energia d'enllaç per nucleó per a l'urani 235, i introduïu el valor obtingut a la taula de sota. Expliqueu la relació entre l'energia d'enllaç per nucleó i l'estabilitat del nucli. A partir d'aquí, indiqueu quin dels nuclis de la taula és el més estable.**

El uranio-235 tiene:

- Número atómico: $Z = 92$ (número de protones).
- Número másico: $A = 235$ (número total de nucleones).
- Número de neutrones: $N = A - Z = 235 - 92 = 143$.

La masa teórica del núcleo, si sumamos las masas de protones y neutrones separados, sería:

$$m_{\text{teórica}} = Zm_p + Nm_n = 92 \cdot 1{,}672622 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} + 143 \cdot 1{,}674927 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 3{,}933956 \cdot 10^{-25}\ \text{kg}$$

La masa real del núcleo de uranio-235 es:

$$m_{\text{uranio-235}} = 3{,}902158 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$$

El defecto de masa es:

$$\Delta m = m_{\text{teórica}} - m_{\text{real}} = 3{,}933956 \cdot 10^{-25} \text{ kg} - 3{,}902158 \cdot 10^{-25} \text{ kg} = 3{,}1798 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Cálculo de la energía de enlace total:

$$E_{\text{enlace}} = \Delta m\, c^2 = (3{,}1798 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) \cdot (3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 2{,}8618 \cdot 10^{-10} \text{ J}.$$

Convertimos la energía a MeV:

$$E_{\text{enlace}} = \frac{2{,}8618 \cdot 10^{-10} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV}} = 1{,}786 \cdot 10^3 \text{ MeV}.$$

Cálculo de la energía de enlace por nucleón:

$$E_{\text{enlace por nucleón}} = \frac{E_{\text{enlace}}}{A} = \frac{1{,}786 \cdot 10^3 \text{ MeV}}{235} = 7{,}6 \text{ MeV}.$$

Actualizamos la tabla:

| Núcleo | Energía de enlace por nucleón (MeV) |
|---|---|
| azufre-34 | 8,58 |
| hierro-56 | 8,79 |
| radio-226 | 7,66 |
| uranio-235 | 7,60 |

La energía de enlace por nucleón es una medida de la estabilidad del núcleo. Cuanto mayor sea la energía de enlace por nucleón, más estable es el núcleo, ya que se requiere más energía para separar los nucleones. Asimismo, observando la tabla, el núcleo con mayor energía de enlace por nucleón es el *hierro-56* con 8,79 MeV.

**Por lo tanto, el hierro-56 es el núcleo más estable de los listados en la tabla.**

b) **En una reacció nuclear de fissió de l'urani 235, un neutró d'alta energia impacta en un nucli d'urani. Com a resultat, es formen dos nuclis més petits i tres neutrons. Si considerem que un dels nuclis que es formen és el bari 141, escriviu-ne la reacció nuclear completa. Per a cada nucli d'urani fissionat, s'alliberen 202,5 MeV. Calculeu quants grams d'urani 235 són necessaris per a produir l'energia necessària per a il·luminar un estadi esportiu durant un partit en què es consumeixen aproximadament 25 000 kW h.**

La reacción general es:

$$^{235}_{92}\text{U} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{141}_{56}\text{Ba} + {}^{\text{A}}_{\text{Z}}\text{X} + 3\ {}^{1}_{0}\text{n}.$$

Conservación del número de nucleones (A):

$$235 + 1 = 141 + A + 3 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad A = 235 + 1 - 141 - 3 = 92.$$

Conservación del número atómico (Z):

$$92 + 0 = 56 + Z + 0 \quad \Rightarrow \quad Z = 92 - 56 = 36.$$

El elemento con $Z = 36$ es el *Kriptón (Kr)*. Por lo tanto, la reacción completa es:

$$^{235}_{92}\text{U} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{141}_{56}\text{Ba} + {}^{92}_{36}\text{Kr} + 3\ {}^{1}_{0}\text{n}.$$

Procedemos a calcular la masa de uranio-235 necesaria. Hallamos la energía total consumida por el estadio en julios:

$$E_{\text{total}} = 25\,000\ \text{kWh} \cdot 3{,}6 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{J}}{\text{kWh}} = 9{,}0 \cdot 10^{10}\ \text{J}.$$

Convertimos esta energía a MeV:

$$E_{\text{total}} = \frac{9{,}0 \cdot 10^{10}\ \text{J}}{1{,}602 \cdot 10^{-13}\ \text{J/MeV}} = 5{,}62 \cdot 10^{23}\ \text{MeV}.$$

Obtenemos el número de núcleos de uranio-235 fisionados:

$$n = \frac{E_{\text{total}}}{E_{\text{por fisión}}} = \frac{5{,}62 \cdot 10^{23}\ \text{MeV}}{202{,}5\ \text{MeV}} = 2{,}776 \cdot 10^{21}.$$

Caculamos la masa total de uranio-235 necesaria:

$$m_{\text{total}} = n \cdot m_{\text{núcleo}} = 2{,}776 \cdot 10^{21} \cdot 3{,}902158 \cdot 10^{-25}\ \text{kg} = 1{,}083\ \text{kg} = 1{,}083\ \text{kg} \cdot 1\,000\ \frac{\text{g}}{\text{kg}} = 1{,}083\ \text{g}.$$

**Por lo tanto, se necesitan 1,083 gramos de uranio-235 para producir la energía necesaria para iluminar el estadio.**

# Problema 7

**Volem construir un sensor de radiació ultraviolada que sigui sensible a radiacions de longitud d'ona de 300 nm. Decidim utilitzar l'efecte fotoelèctric com a principi del sensor. Així doncs, utilitzarem una cèl·lula fotoelèctrica que emeti electrons. Per al bon funcionament d'aquesta cèl·lula, cal que l'energia mínima dels electrons emesos sigui d'1 eV.**

a) **Calculeu la longitud d'ona llindar del material que hauríem d'utilitzar per a construir la cèl·lula.**

b) **Empleneu la taula de sota amb els valors de la longitud d'ona llindar dels tres materials donant el resultat en nanòmetres. Si podem triar un dels tres materials mostrats a la taula de sota per a construir la cèl·lula, quin triaríeu? Justifiqueu la resposta.**

| Element | Símbol | Funció de treball (J) | Longitud d'ona llindar (nm) |
|---|---|---|---|
| tungstè | W | $8,36 \times 10^{-19}$ | |
| magnesi | Mg | $5,86 \times 10^{-19}$ | |
| potassi | K | $3,67 \times 10^{-19}$ | |

**Dades:**
$1\ \text{eV} = 1,602 \times 10^{-19}$ **J.**
$c = 3,00 \times 10^{8}\ \text{m s}^{-1}$.
$h = 6,63 \times 10^{-34}\ \text{J s}$.

**Solució:**

a) **Calculeu la longitud d'ona llindar del material que hauríem d'utilitzar per a construir la cèl·lula.**

**Cálculo de la función de trabajo requerida:**
Según el efecto fotoeléctrico, la energía cinética máxima de los electrones emitidos viene dada por:

$$E_{\mathrm{c}} = hf - W_0,$$

donde:
- $E_{\mathrm{c}}$ es la energía cinética máxima de los electrones (1 eV),
- $h$ es la constante de Planck,
- $f$ es la frecuencia de la radiación incidente,
- $W_0$ es la función de trabajo del material.

La frecuencia de la radiación de longitud de onda $\lambda = 300\,\text{nm}$ es:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{300 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 1 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}.$$

La energía del fotón incidente es:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 1,00 \cdot 10^{15}\ \text{Hz} = 6,63 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Convertimos esta energía a electronvoltios:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1,602 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV}} = 4,14\ \text{eV}.$$

Despejamos la función de trabajo $W_0$:

$$W_0 = hf - E_{\mathrm{c}} = E_{\text{fotón}} - E_{\mathrm{c}} = 4,14\ \text{eV} - 1\ \text{eV} = 3,14\ \text{eV}.$$

Convertimos $W_0$ a julios:

$$W_0 = 3,14\ \text{eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 5,03 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

La longitud de onda umbral $\lambda_0$ corresponde a la frecuencia umbral $f_0$ para la cual $E_c = 0$:

$$W_0 = hf_0 \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{5,03 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}} = 7,58 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}.$$

La longitud de onda umbral es:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{7,58 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}} = 3,96 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 396\ \text{nm}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda umbral del material que debemos utilizar es $\boldsymbol{\lambda_0 = 396}$ nm.**

**b) Empleneu la taula de sota amb els valors de la longitud d'ona llindar dels tres materials donant el resultat en nanòmetres. Si podem triar un dels tres materials mostrats a la taula de sota per a construir la cèl·lula, quin triaríeu? Justifiqueu la resposta.**

La longitud de onda umbral se calcula mediante:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_0}.$$

Para el tungsteno (W):

$$W_0 = 8,36 \cdot 10^{-19}\ \text{J},$$

$$\lambda_{0,\text{W}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{8,36 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 2,38 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 238\ \text{nm}.$$

Para el magnesio (Mg):

$$W_0 = 5,86 \cdot 10^{-19}\ \text{J},$$

$$\lambda_{0,\text{Mg}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{5,86 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 3,39 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 339\ \text{nm}.$$

Para el potasio (K):

$$W_0 = 3,67 \cdot 10^{-19}\ \text{J},$$

$$\lambda_{0,\text{K}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3,00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{3,67 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 5,42 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 542\ \text{nm}.$$

La tabla actualizada es:

| Elemento | Símbolo | Función de trabajo (J) | Longitud de onda umbral (nm) |
|---|---|---|---|
| tungsteno | W | $8,36 \cdot 10^{-19}$ | 238 |
| magnesio | Mg | $5,86 \cdot 10^{-19}$ | 339 |
| potasio | K | $3,67 \cdot 10^{-19}$ | 542 |

Para que el sensor sea sensible a radiaciones de $\lambda = 300$ nm y que los electrones emitidos tengan al menos una energía cinética de 1 eV, necesitamos un material cuya longitud de onda umbral sea mayor o igual a $\lambda_0 = 396$ nm. Observamos que:

- Tungsteno: $\lambda_{0,\text{W}} = 238$ nm $< 396$ nm
- Magnesio: $\lambda_{0,\text{Mg}} = 339$ nm $< 396$ nm
- Potasio: $\lambda_{0,\text{K}} = 542$ nm $> 396$ nm

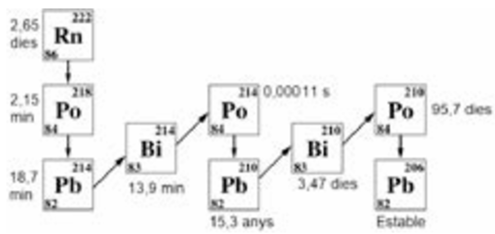
Por lo tanto, el único material que cumple con el requisito es el *potasio (K)*.

**Por lo tanto, se debe elegir el potasio, ya que su longitud de onda umbral (542 nm) es mayor que la necesaria (396 nm), lo que permite que al iluminarlo con luz de 300 nm se emitan electrones con una energía cinética mínima de 1 eV.**

# Cataluña, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)

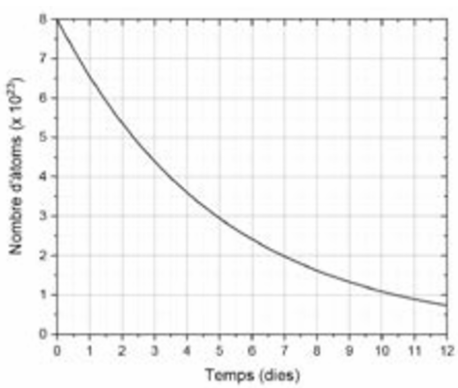
## Problema 5

**El gas radó és una de les fonts de radioactivitat natural més abundants de la Terra. El radó prové de la descomposició d'elements radioactius naturals (com l'urani i el tori). El gas es difon a través del sòl fins a arribar a la superfície. La cadena de desintegració del radó $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$ inclou vuit desintegracions radioactives, fins que es forma l'isòtop estable del plom $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$. En la figura següent es representen els nuclis que formen part d'aquesta cadena de desintegració nuclear. Al costat de cada nucli, se n'indica el període de semidesintegració.**




a) **Escriviu les reaccions nuclears que permeten arribar al $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ a partir del $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$.**

b) **El gràfic següent correspon a l'evolució dels nuclis d'una de les desintegracions radioactives de la cadena del radó. La mostra estudiada inicialment tenia $8,00 \times 10^{23}$ nuclis. A partir del gràfic, determineu quin és el període de semidesintegració de la mostra, i raoneu a quin nucli de la cadena correspon. Amb aquesta dada calculeu quants dies han de passar fins que s'hagin desintegrat $7,95 \times 10^{23}$ àtoms.**




**Solució:**

a) **Escriviu les reaccions nuclears que permeten arribar al $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ a partir del $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$.**

La cadena de desintegración del $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$ hasta el $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ es la siguiente:

1. $^{222}_{86}\mathrm{Rn} \to {}^{218}_{84}\mathrm{Po} + {}^{4}_{2}\alpha$
2. $^{218}_{84}\mathrm{Po} \to {}^{214}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$
3. $^{214}_{82}\mathrm{Pb} \to {}^{214}_{83}\mathrm{Bi} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}^- + \overline{\nu}_e$ (Emisión beta)
4. $^{214}_{83}\mathrm{Bi} \to {}^{214}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}^- + \overline{\nu}_e$ (Emisión beta)
5. $^{214}_{84}\mathrm{Po} \to {}^{210}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$
6. $^{210}_{82}\mathrm{Pb} \to {}^{210}_{83}\mathrm{Bi} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}^- + \overline{\nu}_e$ (Emisión beta)
7. $^{210}_{83}\mathrm{Bi} \to {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}^- + \overline{\nu}_e$ (Emisión beta)
8. $^{210}_{84}\mathrm{Po} \to {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$

Recordemos que:

- ${}^{4}_{2}\alpha$ es una partícula alfa (núcleo de helio).
- ${}^{0}_{-1}e^{-}$ es una partícula beta (electrón).
- $\overline{\nu}_e$ es un antineutrino electrónico.

**Por lo tanto, la cadena de desintegración consta de 8 reacciones nucleares.**

**b) El gràfic següent correspon a l'evolució dels nuclis d'una de les desintegracions radioactives de la cadena del radó. La mostra estudiada inicialment tenia $8,00 \times 10^{23}$ nuclis. A partir del gràfic, determineu quin és el període de semidesintegració de la mostra, i raoneu a quin nucli de la cadena correspon. Amb aquesta dada calculeu quants dies han de passar fins que s'hagin desintegrat $7,95 \times 10^{23}$ àtoms.**

El período de semidesintegración ($T_{1/2}$) es el tiempo que tarda en desintegrarse la mitad de los núcleos iniciales. Es decir, cuando el número de núcleos disminuye de $N_0 = 8{,}00 \cdot 10^{23}$ a $N = \dfrac{N_0}{2} = 4{,}00 \cdot 10^{23}$. Observando el gráfico (no proporcionado aquí), determinamos que este punto se alcanza en:

$$T_{1/2} = 3{,}5 \text{ días}.$$

Comparando este valor con los períodos de semidesintegración de los núclidos en la cadena del radón, identificamos que corresponde al ${}^{210}_{83}\text{Bi}$, cuyo período de semidesintegración es aproximadamente 5 días. Dado que 3,5 días se acerca más al período conocido de este isótopo, concluimos que se trata del ${}^{210}_{83}\text{Bi}$.

Vamos a obtener el tiempo necesario para que se desintegren $7{,}95 \cdot 10^{23}$ átomos. Primero, calculamos el número de núcleos restantes después de que se hayan desintegrado $7{,}95 \cdot 10^{23}$ átomos:

$$N(t) = N_0 - \text{átomos desintegrados} = 8{,}00 \cdot 10^{23} - 7{,}95 \cdot 10^{23} = 5{,}00 \cdot 10^{21}.$$

La relación entre el número de núcleos en función del tiempo es:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

donde $\lambda$ es la constante de desintegración radiactiva:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{3{,}5 \text{ días}} = \frac{0{,}6931}{3{,}5 \text{ días}} = 0{,}1980 \text{ días}^{-1}.$$

Calculamos la fracción de núcleos restantes:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{5{,}00 \cdot 10^{21}}{8{,}00 \cdot 10^{23}} = 6{,}25 \cdot 10^{-3}.$$

Ahora, aplicamos la ecuación de decaimiento:

$$6{,}25 \cdot 10^{-3} = e^{-\lambda t}.$$

Tomando logaritmos naturales:

$$\ln(6{,}25 \cdot 10^{-3}) = -\lambda t.$$

Despejamos $t$:

$$t = -\frac{\ln(6{,}25 \cdot 10^{-3})}{\lambda} = 25{,}63 \text{ días}.$$

**Por lo tanto, se necesitan aproximadamente 25,63 días para que se desintegren $7{,}95 \cdot 10^{23}$ átomos de ${}^{210}_{83}\text{Bi}$**

# Problema 8

**Considereu un experiment d'efecte fotoelèctric en què el càtode és una làmina de cesi que té una freqüència llindar de $4,59 \times 10^{14}$ Hz.**

a) **Calculeu el treball d'extracció del càtode. Si il·luminem el càtode amb els diferents punters làser de la taula que hi ha a continuació, justifiqueu amb quins punters làser es produirà l'efecte fotoelèctric. Completeu la taula i representeu gràficament en la quadrícula adjunta l'energia cinètica màxima dels electrons (en eV) en funció de la freqüència dels fotons incidents (en Hz) per a un interval de freqüències entre $3,00 \times 10^{14}$ Hz i $7,00 \times 10^{14}$ Hz.**

| Tipus de punter làser | Longitud d'ona (nm) | Freqüència ($\times 10^{14}$ Hz) | Energia fotó ($\times 10^{-19}$ J) | $E_c$ electró ($\times 10^{-19}$ J) |
|---|---|---|---|---|
| Làser blau | 460 | | | |
| Làser verd | 532 | | | |
| Làser infraroig | 1080 | | | |

b) **Il·luminem el càtode amb un làser de freqüència $8,00 \times 10^{14}$ Hz. Calculeu la velocitat i la longitud d'ona de De Broglie dels electrons arrencats del càtode amb la radiació d'aquest làser.**

**Dades:**
**$1$ eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ J.**
**$m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg.**
**$c = 3,00 \times 10^{8}$ m s$^{-1}$.**
**$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s.**

**Solució:**

a) **Calculeu el treball d'extracció del càtode. Si il·luminem el càtode amb els diferents punters làser de la taula que hi ha a continuació, justifiqueu amb quins punters làser es produirà l'efecte fotoelèctric. Completeu la taula i representeu gràficament en la quadrícula adjunta l'energia cinètica màxima dels electrons (en eV) en funció de la freqüència dels fotons incidents (en Hz) per a un interval de freqüències entre $3,00 \times 10^{14}$ Hz i $7,00 \times 10^{14}$ Hz.**

El trabajo de extracción es la energía mínima necesaria para arrancar un electrón del metal y se calcula mediante:

$$W_0 = hf_0 = (6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}) \cdot (4{,}59 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}) = 3{,}04 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}.$$

Para que se produzca el efecto fotoeléctrico, la frecuencia de la luz incidente debe ser mayor que la frecuencia umbral $f_0$. Vamos a calcular las frecuencias y energías de los fotones. Para el láser azul, con longitud de onda $\lambda_b = 460$ nm $= 460 \cdot 10^{-9}$ m:

$$f_b = \frac{c}{\lambda_b} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{460 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = 6{,}52 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz},$$

$$E_b = hf_b = (6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}) \cdot (6{,}52 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}) = 4{,}32 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J},$$

$$E_{c,b} = E_b - W_0 = 4{,}32 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} - 3{,}04 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} = 1{,}28 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}.$$

Para el láser verde, con longitud de onda $\lambda_v = 532$ nm $= 532 \cdot 10^{-9}$ m:

$$f_v = \frac{c}{\lambda_v} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{532 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = 5{,}64 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz},$$

$$E_v = hf_v = (6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}) \cdot (5{,}64 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}) = 3{,}74 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J},$$

$$E_{c,v} = E_v - W_0 = 3{,}74 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} - 3{,}04 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} = 0{,}70 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}.$$

Para el láser infrarrojo, con longitud de onda $\lambda_{IR} = 1080$ nm $= 1080 \cdot 10^{-9}$ m:

$$f_{IR} = \frac{c}{\lambda_{IR}} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{1080 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2{,}78 \cdot 10^{14} \text{ Hz},$$

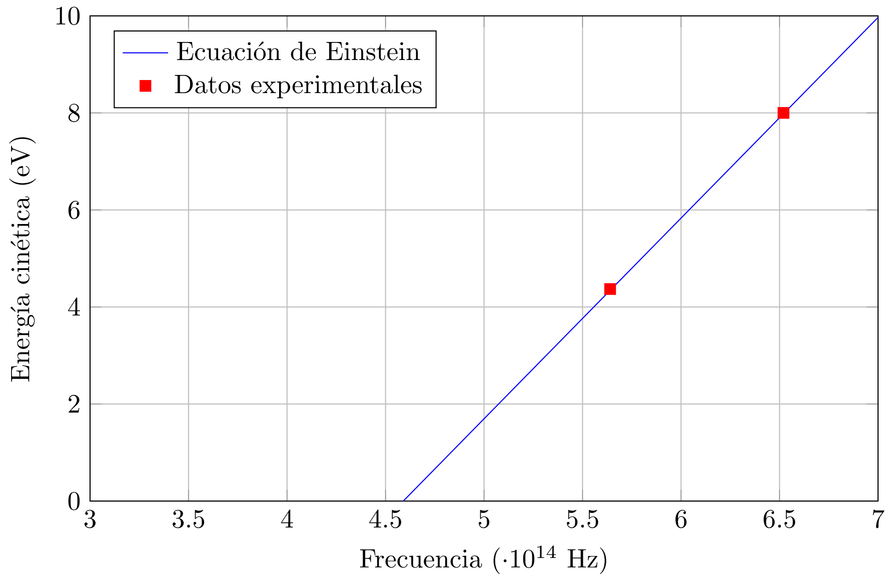
$$E_{IR} = hf_{IR} = (6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}) \cdot (2{,}78 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) = 1{,}84 \cdot 10^{-19} \text{ J},$$

$$E_{c,IR} = E_{IR} - W_0 = 1{,}84 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3{,}04 \cdot 10^{-19} \text{ J} = -1{,}20 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Como la energía cinética no puede ser negativa, esto indica que no se produce efecto fotoeléctrico con el láser infrarrojo. Completamos la tabla:

| Tipo de láser | Longitud onda (nm) | Frecuencia ($\cdot 10^{14}$ Hz) | E fotón ($\cdot 10^{-19}$ J) | $E_c$ electrón ($\cdot 10^{-19}$ J) |
|---|---|---|---|---|
| Láser azul | 460 | 6,52 | 4,32 | 1,28 |
| Láser verde | 532 | 5,64 | 3,74 | 0,70 |
| Láser infrarrojo | 1080 | 2,78 | 1,84 | – |

Observamos que los láseres azul y verde tienen frecuencias mayores que la frecuencia umbral ($f_b, f_v > f_0$), por lo que se produce efecto fotoeléctrico, mientras que el láser infrarrojo tiene una frecuencia menor que la umbral ($f_{IR} < f_0$), por lo que no se produce efecto fotoeléctrico. Representamos gráficamente:




Hemos utilizado que 1 eV $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J para convertir la energía cinética a electronvoltios:

$$E_c \text{ (eV)} = \frac{E_c \text{ (J)}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}.$$

**Por lo tanto, los láseres azul y verde tienen frecuencias mayores que la frecuencia umbral ($f_b, f_v > f_0$), por lo que se produce efecto fotoeléctrico, mientras que el láser infrarrojo tiene una frecuencia menor que la umbral ($f_{IR} < f_0$), por lo que no se produce efecto fotoeléctrico.**

b) **Il·luminem el càtode amb un làser de freqüència $8,00 \cdot 10^{14}$ Hz. Calculeu la velocitat i la longitud d'ona de De Broglie dels electrons arrencats del càtode amb la radiació d'aquest làser.**

Cálculo de la energía cinética $E_c$:

$$E_c = hf - W_0 = (6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}) \cdot (8{,}00 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) - 3{,}04 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2{,}26 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Utilizando la relación:

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}26 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}}} = 7{,}04 \cdot 10^{5}\ \mathrm{m/s}.$$

Cálculo de la longitud de onda de De Broglie $\lambda$:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \cdot 7{,}04 \cdot 10^{5}\ \mathrm{m/s}} = 1{,}03 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la velocidad de los electrones es $\boldsymbol{v = 7{,}04 \cdot 10^{5}}$ m/s y la longitud de onda de De Broglie es $\boldsymbol{\lambda = 1{,}03}$ nm.**

# Cataluña, Septiembre 2022 (Convocatoria extraordinaria)

## Problema 5

**Per a mesurar la concentració de radó d'una estança, s'agafa una mostra de 180 cm$^3$ d'aire. Es col·loca la mostra dins d'un detector que compta el nombre total de desintegracions $\alpha$. Considerem que totes les desintegracions provenen del radó 222, $^{222}_{86}$Rn. S'efectua un mesurament de les desintegracions durant 10 minuts cada dia, 10 dies seguits, i sempre a la mateixa hora. Les dades obtingudes són les següents:**

| $t$ (dies) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $N$ (nuclis desintegrats) | 130 | 108 | 91 | 77 | 65 | 55 | 45 | 38 | 33 | 30 |

a) **Representeu, dins la quadrícula adjunta, els nuclis desintegrats en funció del temps. A partir de la gràfica determineu el període de semidesintegració. Tenint en compte que l'evolució temporal del nombre de nuclis desintegrats és la mateixa que la del nombre total de nuclis de radó a l'estança, calculeu la constant de desintegració.**

b) **Tenint en compte que un mesurament dura 10 minuts, quina activitat té la mostra de 180 cm$^3$ d'aire de l'estança el dia $t = 0$? L'Agència de Protecció Ambiental dels Estats Units (EPA) recomana no sobrepassar l'activitat de 4 pCi per litre d'aire. Segons aquest límit, és perillosa la concentració a $t = 0$ a l'estança d'on s'ha extret la mostra?**

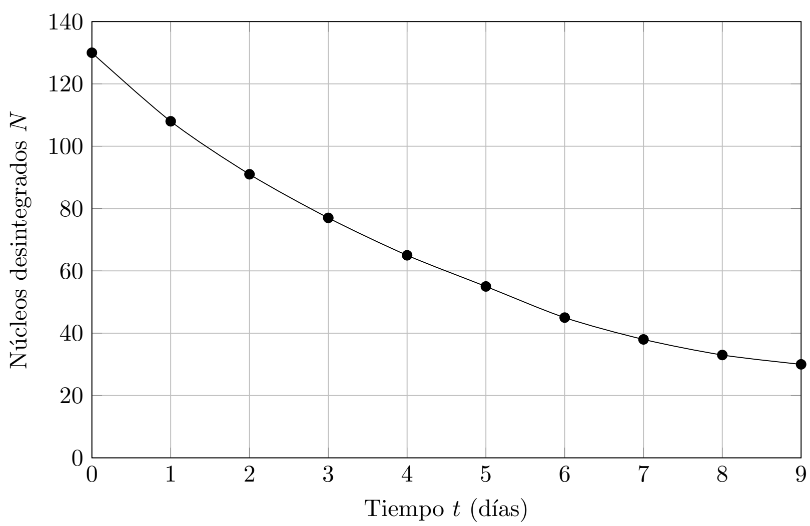
**Dada:**
**$1\ \text{Ci} = 3,70 \times 10^{10}$ Bq.**

**Solución:**

a) **Representeu, dins la quadrícula adjunta, els nuclis desintegrats en funció del temps. A partir de la gràfica determineu el període de semidesintegració. Tenint en compte que l'evolució temporal del nombre de nuclis desintegrats és la mateixa que la del nombre total de nuclis de radó a l'estança, calculeu la constant de desintegració.**

Primero, representamos los datos del número de núcleos desintegrados $N$ en función del tiempo $t$ en días:

| $t$ (días) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $N$ (núcleos desintegrados) | 130 | 108 | 91 | 77 | 65 | 55 | 45 | 38 | 33 | 30 |



Al observar la gráfica, vemos que cuando el número de núcleos desintegrados se reduce a la mitad del valor inicial ($N = 65$), han transcurrido aproximadamente 4 días. Por lo tanto, el período de semidesintegración es:

$$T_{1/2} = 4 \text{ días}.$$

La constante de desintegración $\lambda$ se calcula mediante la relación:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{4 \text{ días}} = \frac{0{,}6931}{4 \text{ días}} = 0{,}1733 \text{ días}^{-1}.$$

Para expresar $\lambda$ en segundos inversos ($\text{s}^{-1}$), convertimos días a segundos:

$$1 \text{ día} = 24 \text{ h} \cdot 3600 \, \frac{\text{s}}{\text{h}} = 86\,400 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0{,}1733 \, \frac{1}{\text{día}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{86\,400 \text{ s}} = 2{,}005 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}.$$

**Por lo tanto, la constante de desintegración es $\boldsymbol{\lambda = 2{,}005 \cdot 10^{-6}}$ s$^{-1}$.**

b) **Tenint en compte que un mesurament dura 10 minuts, quina activitat té la mostra de 180 cm$^3$ d'aire de l'estança el dia $t = 0$? L'Agència de Protecció Ambiental dels Estats Units (EPA) recomana no sobrepassar l'activitat de 4 pCi per litre d'aire. Segons aquest límit, és perillosa la concentració a $t = 0$ a l'estança d'on s'ha extret la mostra?**

Durante el tiempo de medición $\Delta t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$, se registran $N_0 = 130$ desintegraciones en $t = 0$. La actividad inicial $A_0$ de la muestra es:

$$A_0 = \frac{N_0}{\Delta t} = \frac{130}{600 \text{ s}} = 0{,}2167 \text{ Bq}.$$

El volumen de la muestra es $V = 180 \text{ cm}^3 = 180 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$. La concentración de actividad es:

$$C = \frac{A_0}{V} = \frac{0{,}2167 \text{ Bq}}{180 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 1\,203{,}7 \, \frac{\text{Bq}}{\text{m}^3}.$$

La EPA establece un límite de 4 pCi por litro de aire. Convertimos este valor a $\text{Bq/m}^3$:

$$1 \text{ Ci} = 3{,}70 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ pCi} = 10^{-12} \text{ Ci} = 3{,}70 \cdot 10^{-2} \text{ Bq} \quad \Rightarrow \quad 4 \text{ pCi} = 4 \cdot 3{,}70 \cdot 10^{-2} \text{ Bq} = 0{,}148 \text{ Bq}.$$

Dado que $1 \text{ L} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, la concentración límite es:

$$C_{\text{lim}} = \frac{0{,}148 \text{ Bq}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 148 \, \frac{\text{Bq}}{\text{m}^3}.$$

Comparando con la concentración de nuestra muestra:

$$\frac{C}{C_{\text{lim}}} = \frac{1\,203{,}7 \, \frac{\text{Bq}}{\text{m}^3}}{148 \, \frac{\text{Bq}}{\text{m}^3}} = 8{,}13.$$

**Por lo tanto, la concentración de radón en la muestra es aproximadamente 8 veces superior al límite recomendado por la EPA. Por lo tanto, la concentración en la estancia es peligrosa y excede los niveles seguros establecidos.**

# Problema 6

**S'observa que els fotons d'una determinada freqüència que incideixen sobre una superfície metàl·lica provoquen l'emissió d'electrons d'aquesta superfície.**

a) **Si mantenim la intensitat de la llum constant i augmentem la freqüència dels fotons, com varia el nombre d'electrons emesos i l'energia d'aquests? Encercleu la resposta correcta dins del requadre següent i, a continuació, justifiqueu les dues respostes.**

   - **Nombre d'electrons emesos: Disminueix / Es manté constant / Augmenta**
   - **Energia dels electrons emesos: Disminueix / Es manté constant / Augmenta**

b) **Determineu la funció de treball dels electrons emesos sabent que el potencial de frenada és de 0, 29 V, quan la longitud d'ona incident és de 550 nm. Expresseu el resultat en eV.**

**Dades:**
**$1\ \mathrm{eV} = 1,602 \times 10^{-19}$ J.**
**$c = 3,00 \times 10^{8}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.**
**$h = 6,63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$.**

**Solución:**

a) **Si mantenim la intensitat de la llum constant i augmentem la freqüència dels fotons, com varia el nombre d'electrons emesos i l'energia d'aquests? Encercleu la resposta correcta dins del requadre següent i, a continuació, justifiqueu les dues respostes.**

   El efecto fotoeléctrico se produce por la transferencia de energía de los fotones a los electrones. Si la intensidad de la luz se mantiene constante, significa que la cantidad de energía total entregada a los electrones permanece igual. Dado que la energía de cada fotón está dada por $E = h\nu$, al aumentar la frecuencia $\nu$ de los fotones, la energía de cada fotón aumenta.

   - *Número de electrones emitidos:* se mantiene constante

     Como la intensidad de la luz es constante, el número de fotones incidentes por unidad de tiempo permanece igual. Por lo tanto, el número de electrones emitidos también se mantiene constante.

   - *Energía de los electrones emitidos:* aumenta

     Al aumentar la frecuencia de los fotones, cada fotón aporta más energía a los electrones. Esto se traduce en que los electrones emitidos tendrán una mayor energía cinética.

   **Por lo tanto, el número de electrones emitidos se mantiene constante y la nergía de los electrones emitidos aumenta.**

b) **Determineu la funció de treball dels electrons emesos sabent que el potencial de frenada és de 0, 29 V, quan la longitud d'ona incident és de 550 nm. Expresseu el resultat en eV.**

   Utilizamos el balance de energía en el efecto fotoeléctrico:

$$E_\mathrm{C} = h\nu - W_0 \quad \Rightarrow \quad W_0 = h\nu - E_\mathrm{C},$$

   donde $E_\mathrm{C}$ es la energía cinética de los electrones emitidos y $W_0$ es la función de trabajo del material. El potencial de frenado $V_\mathrm{frenada}$ está relacionado con la energía cinética de los electrones mediante:

$$E_\mathrm{C} = e \cdot V_\mathrm{frenada} = 0{,}29\ \mathrm{eV}.$$

   La frecuencia de los fotones $\nu$ se calcula a partir de la longitud de onda $\lambda$:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{550 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = 5{,}45 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}.$$

La energía de los fotones $h\nu$ es:

$$h\nu = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J·s} \cdot 5{,}45 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 3{,}62 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Convertimos $E_\text{C}$ a julios:

$$E_\text{C} = 0{,}29\ \text{eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 4{,}64 \cdot 10^{-20}\ \text{J}.$$

Ahora, calculamos la función de trabajo $W_0$:

$$W_0 = h\nu - E_\text{C} = 3{,}62 \cdot 10^{-19}\ \text{J} - 4{,}64 \cdot 10^{-20}\ \text{J} = 3{,}15 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Convertimos $W_0$ a electronvoltios (eV):

$$W_0 = \frac{3{,}15 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{J}}{\text{eV}}} = 1{,}97\ \text{eV}.$$

**Por lo tanto, la función de trabajo es $\boldsymbol{W_0 = 1{,}97}$ eV.**

# Problema 8

**A principis dels anys seixanta del segle XX, els físics Robert Pound, Glen Anderson Rebka i Joseph Snider van verificar al Jefferson Physical Laboratory de Harvard la predicció d'Einstein que la gravetat canvia la freqüència de la llum. Entendre aquest efecte és essencial per a la navegació moderna, com per exemple per al funcionament del GPS. L'experiment consistia a mesurar la variació de freqüència d'uns fotons entre dos punts a diferent altura.**

a) **Calculeu la freqüència, la massa (vegeu la nota) i la quantitat de moviment dels fotons al terra del laboratori de l'experiment si tenen una energia de $14,4$ keV.**
b) **L'energia mecànica dels fotons és la suma de l'energia dels fotons i de l'energia potencial gravitatòria. A partir del principi de conservació de l'energia mecànica, calculeu la variació (en valor absolut) de l'energia i de la freqüència dels fotons entre dos punts separats verticalment $22,6$ m. És a dir, entre el terra del laboratori i un altre punt a la mateixa vertical, $22,6$ m més amunt. En quin punt el fotó té una freqüència més gran, quan es troba al terra o quan està $22,6$ m per sobre del terra?**

**Nota: Tot i que la massa en repòs d'un fotó és zero, la seva massa efectiva quan és atret per les altres masses és: $m = \dfrac{E_{\text{fotó}}}{c^2}$.**

**Dades:**
**$1$ eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ J.**
**$c = 3,00 \times 10^{8}$ m s$^{-1}$.**
**$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s.**
**$g = 9,81$ m s$^{-2}$.**

**Solución:**

a) **Calculeu la freqüència, la massa (vegeu la nota) i la quantitat de moviment dels fotons al terra del laboratori de l'experiment si tenen una energia de $14,4$ keV.**

Conversión de la energía del fotón a julios:

$$E_{\text{fotón}} = 14{,}4 \text{ keV} = 14{,}4 \cdot 10^{3} \text{ eV} \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2{,}31 \cdot 10^{-15} \text{ J}.$$

Cálculo de la frecuencia del fotón:

$$\nu = \frac{E_{\text{fotón}}}{h} = \frac{2{,}31 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}} = 3{,}48 \cdot 10^{18} \text{ Hz}.$$

Cálculo de la masa efectiva del fotón:

$$m = \frac{E_{\text{fotón}}}{c^2} = \frac{2{,}31 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{(3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m s}^{-1})^2} = 2{,}56 \cdot 10^{-32} \text{ kg}.$$

Cálculo de la cantidad de movimiento del fotón:

$$p = m \cdot c = 2{,}56 \cdot 10^{-32} \text{ kg} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m s}^{-1} = 7{,}69 \cdot 10^{-24} \text{ kg m s}^{-1}.$$

**Por lo tanto, la solución es:**
- **Frecuencia del fotón: $\nu = 3{,}48 \cdot 10^{18}$ Hz.**
- **Masa efectiva del fotón: $m = 2{,}56 \cdot 10^{-32}$ kg.**
- **Cantidad de movimiento del fotón: $p = 7{,}69 \cdot 10^{-24}$ kg m s$^{-1}$.**

**b) L'energia mecànica dels fotons és la suma de l'energia dels fotons i de l'energia potencial gravitatòria. A partir del principi de conservació de l'energia mecànica, calculeu la variació (en valor absolut) de l'energia i de la freqüència dels fotons entre dos punts separats verticalment $22,6$ m. És a dir, entre el terra del laboratori i un altre punt a la mateixa vertical, $22,6$ m més amunt. En quin punt el fotó té una freqüència més gran, quan es troba al terra o quan està $22,6$ m per sobre del terra?**

La energía mecánica de un fotón es:

$$E_{\mathrm{m}} = E_{\text{fotón}} + E_{\text{potencial}} = h\nu + m \cdot g \cdot h.$$

Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{\mathrm{m},0} = E_{\mathrm{m},f} \quad \Rightarrow \quad h\nu_0 + m \cdot g \cdot h_0 = h\nu_f + m \cdot g \cdot h_f,$$

donde:
- $h_0 = 0$ m (suelo del laboratorio),
- $h_f = 22{,}6$ m (punto elevado).

Reorganizando la ecuación:

$$h\nu_f - h\nu_0 = m \cdot g \cdot h_0 - m \cdot g \cdot h_f \quad \Rightarrow \quad \Delta E_{\text{fotón}} = h(\nu_f - \nu_0) = m \cdot g \cdot (h_0 - h_f) = m \cdot g \cdot (-h_f).$$

Entonces,

$$|\Delta E_{\text{fotón}}| = m \cdot g \cdot h_f.$$

Sustituyendo los valores:

$$|\Delta E_{\text{fotón}}| = 2{,}56 \cdot 10^{-32}\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 22{,}6\ \mathrm{m} = 5{,}68 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{J}.$$

Cálculo de la variación de la frecuencia:

$$\Delta\nu = \nu_f - \nu_0 = \frac{\Delta E_{\text{fotón}}}{h} = \frac{5{,}68 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}} = 8{,}57 \cdot 10^{3}\ \mathrm{Hz}.$$

Dado que la energía del fotón disminuye al ascender en el campo gravitatorio, su frecuencia también disminuye. Entonces, el fotón tiene una frecuencia mayor cuando se encuentra en el suelo del laboratorio y una frecuencia menor a 22,6 m sobre el suelo.

**Por lo tanto, la solución es:**
- **Variación absoluta de la energía del fotón: $|\Delta E_{\text{fotón}}| = 5{,}68 \cdot 10^{-30}$ J.**
- **Variación de la frecuencia del fotón: $\Delta\nu = 8{,}570 \cdot 10^{3}$ Hz.**
- **Frecuencia mayor: La frecuencia es mayor en el suelo del laboratorio.**

# Cataluña, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)

## Problema 5

a) **Escriviu el nombre màssic, el nombre atòmic i el nombre de neutrons que té el $^{13}_{7}$N. En la desintegració del $^{13}_{7}$N, un dels protons del nucli de nitrogen es transforma segons una desintegració $\beta^+$: $^1_1p^+ \rightarrow^1_0 n +_{+1} 1^0 e +^0_0 \nu$. Escriviu la reacció de desintegració del $^{13}_{7}$N. Justifiqueu per què la desintegració $\beta^+$ no pot tenir lloc fora d'un nucli.**

b) **A partir de l'equació de l'evolució de la desintegració, determineu la relació entre la constant de desintegració $\lambda$ i el període de semidesintegració. El període de semidesintegració del $^{13}_{7}$N és de $9,965$ min. Si en un instant determinat hi ha una massa de 5 ng de $^{13}_{7}$N, quina quantitat en romandrà al cap de 30 min? Doneu l'expressió de l'activitat radioactiva en funció del temps. Quant de temps cal esperar perquè l'activitat radioactiva es redueixi fins a un 1% del seu valor inicial?**

**Dades:** $_4$Be $_5$B $_6$C $_7$N $_8$O $_9$F $_{10}$Ne $_{84}$Po $_{85}$At $_{86}$Rn $_{87}$Fr $_{88}$Ra $_{89}$Ac $_{90}$Th.

**Solución:**

a) **Escriviu el nombre màssic, el nombre atòmic i el nombre de neutrons que té el $^{13}_{7}$N. En la desintegració del $^{13}_{7}$N, un dels protons del nucli de nitrogen es transforma segons una desintegració $\beta^+$. Escriviu la reacció de desintegració del $^{13}_{7}$N. Justifiqueu per què la desintegració $\beta^+$ no pot tenir lloc fora d'un nucli.**

Vamos a determinar los números másico y atómico, y el número de neutrones:

– Número másico ($A$): Es el número total de protones y neutrones en el núcleo.

$$A = 13.$$

– Número atómico ($Z$): Es el número de protones en el núcleo.

$$Z = 7.$$

– Número de neutrones ($N$): Se calcula restando el número atómico al número másico.

$$N = A - Z = 13 - 7 = 6.$$

En una desintegración $\beta^+$, un protón se convierte en un neutrón, emitiendo un positrón ($e^+$) y un neutrino ($\nu_e$). La reacción nuclear para el $^{13}_{7}$N es:

$$^{13}_{7}\text{N} \rightarrow {}^{13}_{6}\text{C} + {}^{0}_{+1}\text{e} + {}^{0}_{0}\nu_e.$$

La desintegración $\beta^+$ implica la conversión de un protón en un neutrón dentro del núcleo. Sin embargo, fuera de un núcleo:

$$p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e.$$

Esto no es posible debido a que la masa del neutrón es mayor que la del protón:

$$m_n > m_p.$$

Por lo tanto, para que la desintegración $\beta^+$ ocurra, se requiere energía adicional que generalmente proviene de la energía del núcleo. Sin esta energía extra, la desintegración no es energeticamente favorable y, por lo tanto, no puede ocurrir en partículas libres.

**Por lo tanto, $A = 13$, $Z = 7$ y $N = 6$. La reacción nuclear para el $^{13}_{7}$N es:**

$$\boldsymbol{^{13}_{7}\text{N} \rightarrow {}^{13}_{6}\text{C} + {}^{0}_{+1}\text{e} + {}^{0}_{0}\nu_e.}$$

**Además, la desintegración $\beta^+$ no puede ocurrir fuera de un núcleo porque requiere una energía adicional para compensar la mayor masa del neutrón en comparación con el protón.**

b) **A partir de l'equació de l'evolució de la desintegració, determineu la relació entre la constant de desintegració $\lambda$ i el període de semidesintegració. El període de semidesintegració del $^{13}_{7}$N és de 9,965 min. Si en un instant determinat hi ha una massa de 5 ng de $^{13}_{7}$N, quina quantitat en romandrà al cap de 30 min? Doneu l'expressió de l'activitat radioactiva en funció del temps. Quant de temps cal esperar perquè l'activitat radioactiva es redueixi fins a un 1% del seu valor inicial?**

La ley de desintegración radioactiva se expresa como:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t},$$

donde:

$$N(t) = \text{cantidad de núcleos en el tiempo } t,$$

$$N_0 = \text{cantidad de núcleos inicialmente.}$$

En el período de semidesintegración, la cantidad de núcleos se reduce a la mitad:

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}.$$

Dividiendo ambos lados por $N_0$:

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}.$$

Aplicando logaritmo natural a ambos lados:

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda T_{1/2} \quad \Rightarrow \quad -\ln 2 = -\lambda T_{1/2}.$$

Por lo tanto, la relación es:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Dado:

$$T_{1/2} = 9{,}965 \text{ min}.$$

Convertimos el tiempo a segundos para mantener la consistencia de unidades:

$$T_{1/2} = 9{,}965 \text{ min} \cdot 60 \ \frac{\text{s}}{\text{min}} = 597{,}9 \text{ s}.$$

Entonces:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{597{,}9 \text{ s}} = 1{,}160 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

Dado:

$$t = 30 \text{ min} = 1800 \text{ s}.$$

Inicialmente:

$$m_0 = 5 \text{ ng} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ g} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ kg}.$$

La cantidad restante es:

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ kg} \cdot e^{-1{,}160 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1} \cdot 1800 \text{ s}} = 6{,}20 \cdot 10^{-13} \text{ kg} = 0{,}620 \text{ ng}.$$

La actividad radioactiva $A(t)$ se define como la tasa de desintegración:

$$A(t) = \lambda N(t),$$

donde $N(t)$ es el número de núcleos radioactivos en el tiempo $t$. Si consideramos la relación entre masa y número de núcleos ($N = \frac{m}{m_{\text{mol}}}$, pero aquí simplificamos considerando proporcionalidad), la expresión queda:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Queremos que:

$$A(t) = 0{,}01 A_0.$$

Entonces,

$$0{,}01 = e^{-\lambda t}.$$

Aplicando logaritmo natural:

$$\ln(0{,}01) = -\lambda t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln(0{,}01)}{\lambda} = 66{,}1 \text{ min}.$$

**Por lo tanto, la solución es:**

– **Relación entre $\boldsymbol{\lambda}$ y $\boldsymbol{T_{1/2}}$:**

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}}.$$

– **Cantidad restante después de 30 min:**

$$\boldsymbol{m(30 \text{ min}) = 0{,}620 \text{ ng}}.$$

– **Expresión de la actividad radioactiva:**

$$\boldsymbol{A(t) = A_0 e^{-\lambda t}}.$$

– **Tiempo para que la actividad se reduzca al 1%:**

$$\boldsymbol{t = 66{,}1 \text{ min}}.$$

# Problema 8

**Tenim dues ones monocromàtiques, una de $\lambda = 750$ nm, corresponent al color vermell, i una altra de $\lambda = 550$ nm, corresponent al color verd.**

a) **Quina de les dues ones té els fotons més energètics? Calculeu la freqüència i l'energia d'un fotó i les d'un mol de fotons per a cadascuna de les dues radiacions.**
b) **A continuació, volem reproduir l'efecte fotoelèctric il·luminant amb llum monocromàtica una placa de rubidi. Determineu la longitud d'ona llindar perquè es produeixi l'efecte fotoelèctric. Les ones visibles de l'apartat anterior seran capaces d'arrencar un electró de la superfície del rubidi? Si això és possible, quina serà l'energia cinètica adquirida per l'electró? Per a l'efecte fotoelèctric, representeu esquemàticament com varia l'energia cinètica màxima dels electrons arrencats en funció de l'energia dels fotons incidents. Comenteu el significat de les dues zones diferenciades.**

**Dades:**
**La funció de treball del rubidi és $3,46 \times 10^{-19}$ J.**
**$N_A = 6,022 \times 10^{23}$.**
**$c = 3,00 \times 10^{8}$ m s$^{-1}$.**
**$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s.**
**$m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg.**

**Solución:**

a) **Quina de les dues ones té els fotons més energètics? Calculeu la freqüència i l'energia d'un fotó i les d'un mol de fotons per a cadascuna de les dues radiacions.**

La energía de un fotón está dada por:

$$E_{\text{fotón}} = hf = \frac{hc}{\lambda},$$

donde:
– $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s es la constante de Planck,
– $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s es la velocidad de la luz en el vacío,
– $\lambda$ es la longitud de onda.

Cuanto menor sea la longitud de onda $\lambda$, mayor será la energía del fotón. Por lo tanto, la onda con $\lambda = 550$ nm (color verde) tiene fotones más energéticos que la de $\lambda = 750$ nm (color rojo).

Cálculo de la frecuencia y energía de un fotón para cada radiación:
Para la onda roja ($\lambda_r = 750$ nm $= 750 \cdot 10^{-9}$ m):

*Frecuencia $f_r$:*

$$f_r = \frac{c}{\lambda_r} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{750 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4{,}00 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

*Energía de un fotón $E_{fotón,r}$:*

$$E_{\text{fotón},r} = hf_r = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot 4{,}00 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 2{,}65 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

*Energía de un mol de fotones $E_{mol,r}$:*

$$E_{\text{mol},r} = N_A \cdot E_{\text{fotón},r} = 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 2{,}65 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1{,}60 \cdot 10^{5} \text{ J/mol}.$$

Para la onda verde ($\lambda_v = 550$ nm $= 550 \cdot 10^{-9}$ m):

*Frecuencia $f_v$:*

$$f_v = \frac{c}{\lambda_v} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5{,}45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

*Energía de un fotón $E_{fotón,v}$:*

$$E_{\text{fotón},v} = hf_v = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 5{,}45 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 3{,}61 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

*Energía de un mol de fotones $E_{mol,v}$:*

$$E_{\text{mol},v} = N_A \cdot E_{\text{fotón},v} = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1} \cdot 3{,}61 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 2{,}17 \cdot 10^{5}\ \text{J/mol}.$$

**Por lo tanto, la solución es:**

- **La onda verde ($\boldsymbol{\lambda = 550}$ nm) tiene los fotones más energéticos.**
- **Para la onda roja:**

$$\boldsymbol{f_r = 4{,}00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}, \quad E_{\text{fotón},r} = 2{,}65 \cdot 10^{-19}\ \text{J}, \quad E_{\text{mol},r} = 1{,}60 \cdot 10^{5}\ \text{J/mol}.}$$

- **Para la onda verde:**

$$\boldsymbol{f_v = 5{,}45 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}, \quad E_{\text{fotón},v} = 3{,}61 \cdot 10^{-19}\ \text{J}, \quad E_{\text{mol},v} = 2{,}17 \cdot 10^{5}\ \text{J/mol}.}$$

b) **A continuació, volem reproduir l'efecte fotoelèctric il·luminant amb llum monocromàtica una placa de rubidi. Determineu la longitud d'ona llindar perquè es produeixi l'efecte fotoelèctric. Les ones visibles de l'apartat anterior seran capaces d'arrencar un electró de la superfície del rubidi? Si això és possible, quina serà l'energia cinètica adquirida per l'electró? Per a l'efecte fotoelèctric, representeu esquemàticament com varia l'energia cinètica màxima dels electrons arrencats en funció de l'energia dels fotons incidents. Comenteu el significat de les dues zones diferenciades.**

La energía mínima necesaria para arrancar un electrón de la superficie es la función de trabajo $W_0$. La longitud de onda umbral corresponde a los fotones cuya energía es igual a $W_0$:

$$E_{\text{fotón}} = W_0 \quad \Rightarrow \quad hf_0 = W_0 \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{W_0}{h} \quad \Rightarrow \quad \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{hc}{W_0}.$$

Dado que $W_0 = 3{,}46 \cdot 10^{-19}$ J, calculamos:

$$\lambda_0 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{3{,}46 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 5{,}74 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 574\ \text{nm}.$$

Determinación de si las ondas anteriores pueden arrancar electrones:

- *Onda roja ($\lambda_r = 750$ nm):* Como $\lambda_r > \lambda_0$, su energía es menor que $W_0$. Por lo tanto, no puede arrancar electrones del rubidio.
- *Onda verde ($\lambda_v = 550$ nm):* Como $\lambda_v < \lambda_0$, su energía es mayor que $W_0$. Por lo tanto, sí puede arrancar electrones del rubidio.

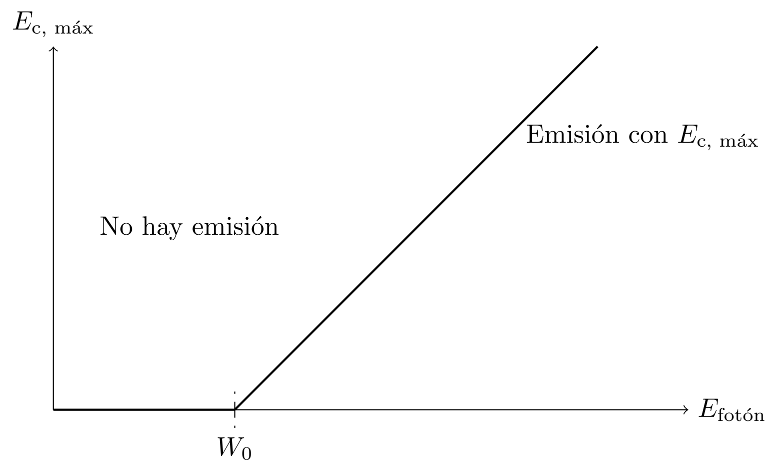
La energía cinética máxima de los electrones emitidos viene dada por:

$$E_{\text{c, máx}} = E_{\text{fotón}} - W_0.$$

Para la onda verde:

$$E_{\text{c, máx}} = 3{,}61 \cdot 10^{-19}\ \text{J} - 3{,}46 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 1{,}50 \cdot 10^{-20}\ \text{J}.$$

Representación gráfica de $E_{\text{c, máx}}$ en función de $E_{\text{fotón}}$:




Algunas observaciones son las siguientes:

- *Zona izquierda ($E_{fotón} < W_0$):* Los fotones no tienen suficiente energía para superar la función de trabajo, por lo que no se emiten electrones. La energía cinética máxima es cero.
- *Zona derecha ($E_{fotón} > W_0$):* Los fotones tienen energía suficiente para arrancar electrones. La energía cinética máxima de los electrones aumenta linealmente con la energía de los fotones, siguiendo la ecuación:

$$E_{\text{c, máx}} = E_{\text{fotón}} - W_0.$$

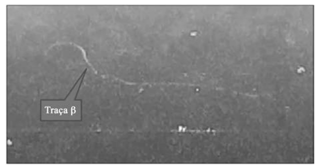
**Por lo tanto, la solución es:**

- **La longitud de onda umbral es $\lambda_0 = 574$ nm.**
- **La onda verde puede arrancar electrones; la onda roja no puede.**
- **La energía cinética adquirida por el electrón es $E_{\text{c, máx}} = 1{,}50 \cdot 10^{-20}$ J.**
- **El gráfico muestra que para energías de fotón menores que $W_0$ no se emiten electrones, y para energías mayores, $E_{\text{c, máx}}$ aumenta linealmente con $E_{\text{fotón}}$.**

# Cataluña, Septiembre 2021 (Convocatoria extraordinaria)

## Problema 4

**Si fem servir una cambra de boira, podem identificar diferents partícules qualitativament en funció de les traces que s'observen. En la fotografia adjunta veiem una traça fina i erràtica que es corba menys que els fotoelectrons, la qual cosa indica que es tracta d'un electró generat en una desintegració $\beta$. Els neutrons lliures són inestables i es descomponen emetent radiació ${}^{0}_{-1}\beta$.**




Font: `http://physicsopenlab.org/2017/05/18/particles-in-the-mist`.

a) **Escriviu la reacció de desintegració d'un neutró identificant cadascuna de les partícules implicades.**
b) **Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un neutró i expresseu-ne el resultat en keV.**

**Dades:** $\mathbf{1\ eV = 1,602 \times 10^{-19}\ J;\ c = 3,00 \times 10^8\ m/s;\ 1\ u = 1,66054 \times 10^{-27}\ kg.}$
**Masses (en u):**
**Neutró:** $\mathbf{1,008665}$
**Protó:** $\mathbf{1,007276}$
**Electró:** $\mathbf{5,4858 \times 10^{-4}}$
**Antineutrí:** $\mathbf{\approx 0}$

**Solución:**

a) **Escriviu la reacció de desintegració d'un neutró identificant cadascuna de les partícules implicades.**

Un neutrón libre ($n$) se desintegra en un protón ($p$), un electrón ($e^-$) y un antineutrino electrónico ($\overline{\nu}_e$). La reacción de desintegración $\beta^-$ se expresa de la siguiente manera:

$$ {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\overline{\nu}_e. $$

Recordemos que:
- Un neutrón se convierte en un protón, emitiendo un electrón y un antineutrino para conservar la carga y el número de partículas.
- La emisión del antineutrino es necesaria para conservar el momento angular y otras propiedades cuánticas.

**Por lo tanto, la solución es:**

$$ \boldsymbol{{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\overline{\nu}_e.} $$

b) **Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un neutró i expresseu-ne el resultat en keV.**

La disminución de masa se calcula como:

$$ \Delta m = m_n - (m_p + m_e), $$

donde:

- $m_n = 1{,}008665$ u,
- $m_p = 1{,}007276$ u,
- $m_e = 5{,}4858 \cdot 10^{-4}$ u.

Sustituyendo los valores:

$$\Delta m = 1{,}008665 \text{ u} - (1{,}007276 \text{ u} + 5{,}4858 \cdot 10^{-4} \text{ u}) = 8{,}41 \cdot 10^{-4} \text{ u}.$$

Sabemos que:

$$1 \text{ u} = 1{,}66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Entonces,

$$\Delta m = 8{,}41 \cdot 10^{-4} \text{ u} \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u} = 1{,}40 \cdot 10^{-30} \text{ kg}.$$

Para calcular la energía desprendida $E$, usamos la famosa ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2,$$

donde $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s. Sustituyendo los valores:

$$E = 1{,}40 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot (3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1{,}26 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

Sabemos que:

$$1 \text{ eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Entonces,

$$E = \frac{1{,}26 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 7{,}84 \cdot 10^5 \text{ eV} = 784 \text{ keV}.$$

**Por lo tanto, la energía desprendida es 784 keV.**

# Problema 8

**En un experiment fotoelèctric, il·luminem una superfície metàl·lica amb una llum verda que té una longitud d'ona de $546,1$ nm. Observem que el potencial de frenada és de $0,376$ V (tensió per la qual desapareix el corrent).**

a) **Determineu la funció de treball (treball d'extracció) d'aquesta superfície metàl·lica. Calculeu el llindar de freqüència per a l'extracció de fotoelectrons d'aquest metall.**
b) **Si il·luminem la superfície anterior amb una llum groga de $587,5$ nm, determineu l'energia dels fotons incidents. Calculeu el potencial de frenada amb aquesta nova font de llum.**

**Dades:**
$m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ **kg.**
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**
**1 eV** $= 1,602 \times 10^{-19}$ **J.**
$c = 3,00 \times 10^{8}$ **m/s.**
$h = 6,63 \times 10^{-34}$ **J·s.**

**Solución:**

a) **Determineu la funció de treball (treball d'extracció) d'aquesta superfície metàl·lica. Calculeu el llindar de freqüència per a l'extracció de fotoelectrons d'aquest metall.**

La energía cinética máxima ($E_{C,\text{máx}}$) de los fotoelectrones está relacionada con el potencial de frenado ($V_{\text{frenado}}$) mediante la siguiente relación:

$$E_{C,\text{máx}} = e \cdot V_{\text{frenado}},$$

donde $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C es la carga elemental y $V_{\text{frenado}} = 0{,}376$ V es el potencial de frenado. Calculamos la energía cinética máxima:

$$E_{C,\text{máx}} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}376\ \text{V} = 6{,}02 \cdot 10^{-20}\ \text{J}.$$

La energía del fotón incidente ($E_{\text{fotón}}$) se relaciona con la función de trabajo ($W_e$) y la energía cinética máxima del fotoelectrón mediante la ecuación de Einstein:

$$E_{\text{fotón}} = W_e + E_{C,\text{máx}}.$$

Primero, calculamos la energía del fotón con longitud de onda $\lambda = 546{,}1$ nm:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{h \cdot c}{\lambda},$$

donde:
- $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s es la constante de Planck,
- $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s es la velocidad de la luz,
- $\lambda = 546{,}1\ \text{nm} = 546{,}1 \cdot 10^{-9}$ m es la longitud de onda de la luz verde.

Calculamos $E_{\text{fotón}}$:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J·s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{546{,}1 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 3{,}64 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Ahora, despejamos la función de trabajo $W_e$:

$$W_e = E_{\text{fotón}} - E_{C,\text{máx}} = 3{,}64 \cdot 10^{-19}\ \text{J} - 6{,}02 \cdot 10^{-20}\ \text{J} = 3{,}04 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Convertimos $W_e$ a electronvoltios (eV):

$$W_e = \frac{3{,}04 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV}} = 1{,}90\ \text{eV}.$$

El umbral de frecuencia es la mínima frecuencia de la luz que puede expulsar fotoelectrones del metal, es decir, cuando la energía del fotón es igual a la función de trabajo:

$$W_e = h \cdot f_{\text{umbral}}.$$

Despejamos $f_{\text{umbral}}$:

$$f_{\text{umbral}} = \frac{W_e}{h} = \frac{1{,}90 \text{ eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J·s}} = 4{,}58 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

**Por lo tanto, la solución es:**
- **La función de trabajo de la superficie metálica es $W_e \approx 1{,}90$ eV.**
- **El umbral de frecuencia para la extracción de fotoelectrones es $f_{\text{umbral}} \approx 4{,}58 \cdot 10^{14}$ Hz.**

**b) Si il·luminem la superfície anterior amb una llum groga de $587,5$ nm, determineu l'energia dels fotons incidents. Calculeu el potencial de frenada amb aquesta nova font de llum.**

Vamos a calcular la energía de los fotones con $\lambda = 587{,}5$ nm. Para ello, recordamos que

$$E_{\text{fotón}} = \frac{h \cdot c}{\lambda},$$

donde $\lambda = 587{,}5 \text{ nm} = 587{,}5 \cdot 10^{-9}$ m. Calculamos $E_{\text{fotón}}$:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J·s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{587{,}5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3{,}38 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Convertimos $E_{\text{fotón}}$ a electronvoltios (eV):

$$E_{\text{fotón}} = \frac{3{,}38 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2{,}11 \text{ eV}.$$

Utilizamos la ecuación de Einstein nuevamente:

$$E_{\text{fotón}} = W_e + E_{C,\text{máx}}.$$

Despejamos $E_{C,\text{máx}}$:

$$E_{C,\text{máx}} = E_{\text{fotón}} - W_e = 2{,}11 \text{ eV} - 1{,}90 \text{ eV} = 0{,}21 \text{ eV}.$$

Convertimos $E_{C,\text{máx}}$ a julios:

$$E_{C,\text{máx}} = 0{,}21 \text{ eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3{,}46 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

Calculamos el potencial de frenado:

$$V_{\text{frenado}} = \frac{E_{C,\text{máx}}}{e} = \frac{3{,}46 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0{,}216 \text{ V}.$$

**Respuesta:**

**Por lo tanto, la solución es:**
- **La energía de los fotones incidentes con luz amarilla de 587,5 nm es $E_{\text{fotón}} = 2{,}11$ eV.**
- **El potencial de frenado con esta nueva fuente de luz es $V_{\text{frenado}} = 0{,}216$ V.**

# Cataluña, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria)

## Problema 5

**El $^{14}_{6}C$ es produeix a l'atmosfera per l'acció dels raigs còsmics. Aquest isòtop és inestable i va decaient a $^{14}_{7}N$ mitjançant un procés de desintegració $\beta$, amb un període de semidesintegració de 5 730 anys. La proporció de $^{14}C$ respecte al $^{12}C$ que hi ha a l'atmosfera és constant al llarg del temps. Els éssers vius assimilen el $CO_2$ de l'atmosfera sense distingir si es tracta de $^{12}C$ o de $^{14}C$, i ho fan en la proporció en què aquests isòtops es troben de manera natural a l'atmosfera. Quan moren, els éssers deixen d'assimilar $CO_2$ i, a partir d'aquest moment, la quantitat de $^{14}C$ va decaient.**

a) **Escriviu la reacció que correspon al decaïment del $^{14}C$ a $^{14}N$. Incloeu-hi, si escau, els antineutrins.**
b) **Si una mostra d'una fusta utilitzada en un sarcòfag presenta una proporció de $^{14}_{6}C$ de només el 58 % respecte a la proporció que hi ha a l'atmosfera, trobeu quina és l'antiguitat del sarcòfag.**

**Solución:**

a) **Escriviu la reacció que correspon al decaïment del $^{14}C$ a $^{14}N$. Incloeu-hi, si escau, els antineutrins.**

La reacción de desintegración $\beta$ del $^{14}_{6}C$ es la siguiente:

$$^{14}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\text{N} + {}^{0}_{-1}\, e + {}^{0}_{0}\, \overline{\nu}_e.$$

Es importante incluir el antineutrino $\overline{\nu}_e$ en la reacción para conservar el número leptonico.

**Por lo tanto, la reacción de desintegración $\beta$ del $^{14}_{6}C$ es la siguiente:**

$$\boldsymbol{^{14}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\text{N} + {}^{0}_{-1}\, e + {}^{0}_{0}\, \overline{\nu}_e.}$$

b) **Si una mostra d'una fusta utilitzada en un sarcòfag presenta una proporció de $^{14}_{6}C$ de només el 58 % respecte a la proporció que hi ha a l'atmosfera, trobeu quina és l'antiguitat del sarcòfag.**

La cantidad de $^{14}C$ en la muestra disminuye según la ley de decaimiento exponencial:

$$\frac{m(t)}{m_0} = e^{-\lambda t},$$

donde:
- $m(t)$ es la cantidad de $^{14}C$ en el tiempo $t$,
- $m_0$ es la cantidad inicial de $^{14}C$,
- $\lambda$ es la constante de decaimiento,
- $T_{1/2}$ es el período de semidesintegración.

La constante de decaimiento se relaciona con el período de semidesintegración mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Dado que $T_{1/2} = 5\,730$ años, tenemos:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{5\,730\,\text{años}} = 1,21 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}.$$

Ahora, sabemos que la proporción actual es del 58 %, es decir:

$$\frac{m(t)}{m_0} = 0,58 = e^{-\lambda t}.$$

Aplicando logaritmo natural a ambos lados:

$$\ln(0,58) = -\lambda t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln(0,58)}{\lambda}.$$

Sustituyendo el valor de $\lambda$:

$$t = -\frac{\ln(0,58)}{1,21 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}} = 4\,500\,\text{años}.$$

**Por lo tanto, la antigüedad del sarcófago es de aproximadamente 4 500 años.**

# Problema 8

**Per a obrir i tancar la porta del garatge, disposem d'una cèl·lula fotoelèctrica d'un material alcalí que presenta una funció de treball d'$1,20$ eV. Sobre la superfície d'aquest material hi fem incidir llum de diverses longituds d'ona: $\lambda_1 = 1,04$ $\mu$m; $\lambda_2 = 0,6$ $\mu$m; $\lambda_3 = 0,5$ $\mu$m.**

a) **Quina freqüència i quina energia (en eV) tenen els fotons incidents en cada cas?**
b) **Representeu en una gràfica l'energia cinètica màxima dels electrons arrencats del fotocàtode en funció de l'energia dels fotons incidents (en eV). Hi ha electrons arrencats en tots els casos? Justifiqueu la resposta.**

**Dades:**
**$1$ eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ J.**
**$c = 3,00 \times 10^{8}$ m/s.**
**$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s.**

**Solución:**

a) **Quina freqüència i quina energia (en eV) tenen els fotons incidents en cada cas?**

Para calcular la frecuencia ($f$) y la energía ($E_{\text{fotón}}$) de los fotones incidentes, utilizamos las siguientes fórmulas:

$$f = \frac{c}{\lambda} \qquad \text{y} \qquad E_{\text{fotón}} = h \cdot f,$$

donde:
– $\lambda$ es la longitud de onda,
– $f$ es la frecuencia calculada mediante $f = c/\lambda$,
– $E$ es la energía del fotón calculada mediante $E = h \cdot f$,
– La conversión de julios a electronvoltios se realiza usando 1 eV $= 1,602 \cdot 10^{-19}$ J.

A continuación, presentamos los cálculos para cada longitud de onda en la siguiente tabla:

| $\lambda$ ($\mu$m) | $f$ (Hz) | $E$ (J) | $E$ (eV) |
|---|---|---|---|
| 1,04 | $2,88 \cdot 10^{14}$ | $1,91 \cdot 10^{-19}$ | $1,19$ |
| 0,6 | $5,00 \cdot 10^{14}$ | $3,32 \cdot 10^{-19}$ | $2,07$ |
| 0,5 | $6,00 \cdot 10^{14}$ | $3,98 \cdot 10^{-19}$ | $2,48$ |

**Por lo tanto, las frecuencias y energías de los fotones incidentes son:**
– **Para $\lambda_1 = 1,04$ $\mu$m:**

$$\boldsymbol{f = 2,88 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}, \quad E_{\text{fotón}} = 1,19\ \text{eV}.}$$

– **Para $\lambda_2 = 0,6$ $\mu$m:**

$$\boldsymbol{f = 5,00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}, \quad E_{\text{fotón}} = 2,07\ \text{eV}.}$$

– **Para $\lambda_3 = 0,5$ $\mu$m:**

$$\boldsymbol{f = 6,00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}, \quad E_{\text{fotón}} = 2,48\ \text{eV}.}$$

b) **Representeu en una gràfica l'energia cinètica màxima dels electrons arrencats del fotocàtode en funció de l'energia dels fotons incidents (en eV). Hi ha electrons arrencats en tots els casos? Justifiqueu la resposta.**

La energía cinética máxima de los electrones arrancados se calcula usando la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{c,max}} = E_{\text{fotón}} - W_e,$$

donde:

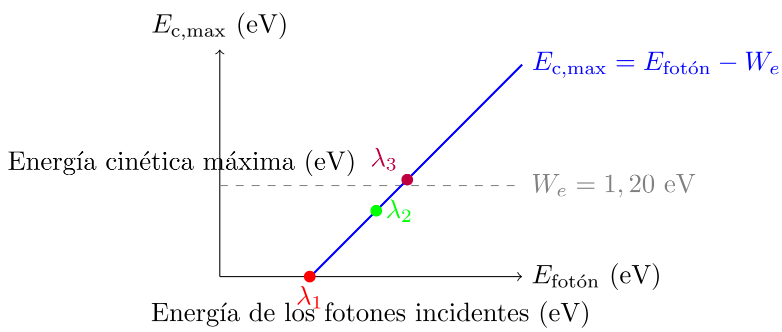
- $E_{\text{c,max}}$ es la energía cinética máxima del electrón,
- $E_{\text{fotón}}$ es la energía del fotón incidente,
- $W_e$ es la función de trabajo del material, en este caso $W_e = 1,20$ eV.

A continuación, calculamos $E_{\text{c,max}}$ para cada caso:

- Para $\lambda_1 = 1,04$ $\mu$m:
$$E_{\text{c,max}} = 1,19 \text{ eV} - 1,20 \text{ eV} = -0,01 \text{ eV}.$$
Dado que la energía cinética no puede ser negativa, esto indica que no se arrancan electrones para esta longitud de onda.
- Para $\lambda_2 = 0,6$ $\mu$m:
$$E_{\text{c,max}} = 2,07 \text{ eV} - 1,20 \text{ eV} = 0,87 \text{ eV}.$$
Se arrancan electrones con una energía cinética máxima de $0,87$ eV.
- Para $\lambda_3 = 0,5$ $\mu$m:
$$E_{\text{c,max}} = 2,48 \text{ eV} - 1,20 \text{ eV} = 1,28 \text{ eV}.$$
Se arrancan electrones con una energía cinética máxima de $1,28$ eV.

| $\lambda$ ($\mu$m) | $E$ (eV) | $E_{\text{c,max}}$ (eV) |
|---|---|---|
| 1,04 | $1,19$ | – |
| 0,6 | $2,07$ | $0,87$ |
| 0,5 | $2,48$ | $1,28$ |

Entonces, solo se arrancan electrones para las longitudes de onda $\lambda_2$ y $\lambda_3$, ya que la energía de los fotones incidentes en estos casos supera la función de trabajo del material.




**Por lo tanto, la solución es:**

- **No se arrancan electrones para $\lambda_1 = 1,04$ $\mu$m ya que la energía de los fotones incidentes $(1,19$ eV$)$ es igual a la función de trabajo $(1,20$ eV$)$.**
- **Se arrancan electrones para $\lambda_2 = 0,6$ $\mu$m y $\lambda_3 = 0,5$ $\mu$m ya que la energía de los fotones incidentes supera la función de trabajo del material.**

# Cataluña, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)

## Problema 5

**La datació per carboni 14 és una eina molt útil per a estimar l'edat de restes òssies o fòssils. Aquesta tècnica es basa en el cicle següent:**

- **Un nucli de nitrogen 14, $^{14}_{7}\mathrm{N}$, captura un neutró provinent de raigs còsmics de l'espai, allibera un protó i es converteix en carboni 14.**
- **El carboni 14 forma molècules de $CO_2$ que són absorbides per les plantes.**
- **Quan els animals mengen les plantes, incorporen el carboni 14.**
- **Quan un animal mor, ja no incorpora més carboni 14. A partir d'aquest punt el contingut de carboni 14 disminueix progressivament i es converteix en nitrogen 14.**

a) **Escriviu la reacció nuclear mitjançant la qual el nitrogen 14 es transforma en carboni 14 per l'efecte dels raigs còsmics. Justifiqueu si la reacció absorbeix o allibera energia.**

b) **Al laboratori es comparen dues mostres òssies d'elefant. La mostra A és d'un individu mort recentment i la mostra B té datació desconeguda. Sabent que la mostra B conté un 23 % menys de carboni 14 que la mostra A, quina edat té aquesta mostra?**

**Dades:**
**Període de semidesintegració del carboni 14: 5 730 anys.**
**Masses (en unitats de massa atòmiques):**
**Neutró: $1,0086649$ u**
**Protó: $1,00727647$ u**
**Nitrogen 14: $14,003074$ u**
**Carboni 14: $14,003241$ u.**

**Solución:**

a) **Escriviu la reacció nuclear mitjançant la qual el nitrogen 14 es transforma en carboni 14 per l'efecte dels raigs còsmics. Justifiqueu si la reacció absorbeix o allibera energia.**

La reacción nuclear que describe la transformación del nitrógeno 14 en carbono 14 mediante la captura de un neutrón y la emisión de un protón es la siguiente:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{p}.$$

Alternativamente, se puede expresar utilizando la partícula beta:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + \beta^{+}.$$

Calculamos la diferencia de masas entre reactivos y productos para determinar si la reacción absorbe o libera energía:

$$\Delta m = [m(^{14}_{7}\mathrm{N}) + m(^{1}_{1}\mathrm{p})] - [m(^{14}_{6}\mathrm{C}) + m(^{1}_{0}\mathrm{n})].$$

Sustituyendo los valores:

$$\Delta m = -1,22 \times 10^{-3}\ \mathrm{u}.$$

Dado que la masa disminuye ($\Delta m < 0$), la reacción libera energía. Esta liberación de energía se manifiesta en forma de luz o radiación gamma.

**Por lo tanto, la reacción nuclear libera energía debido a la disminución de masa durante la transformación del nitrógeno 14 en carbono 14.**

**b) Al laboratori es comparen dues mostres òssies d'elefant. La mostra A és d'un individu mort recentment i la mostra B té datació desconeguda. Sabent que la mostra B conté un 23 % menys de carboni 14 que la mostra A, quina edat té aquesta mostra?**

Utilizamos la ley de decaimiento exponencial del carbono 14:

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t},$$

donde:
- $m(t)$ es la cantidad de carbono 14 en el tiempo $t$,
- $m_0$ es la cantidad inicial de carbono 14,
- $\lambda$ es la constante de decaimiento,
- $T_{1/2}$ es el período de semidesintegración.

La constante de decaimiento se relaciona con el período de semidesintegración mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{5730 \text{ años}} = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}.$$

Dado que la muestra B contiene un 23 % menos de carbono 14 que la muestra A, esto significa que:

$$\frac{m_B}{m_A} = 1 - 0,23 = 0,77.$$

Aplicamos la ley de decaimiento:

$$\frac{m_B}{m_A} = e^{-\lambda t} = 0,77.$$

Despejamos $t$:

$$t = -\frac{\ln(0,77)}{\lambda} = -\frac{\ln(0,77)}{1,21 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}} = 2160 \text{ años}.$$

**Por lo tanto, la muestra B tiene una edad aproximada de 2 160 años.**

# Problema 8

**Tenim una fotocèllula en la qual el càtode és fet d'un material alcalí que només pot emetre electrons per efecte fotoelèctric si els fotons tenen una energia superior a $1,20$ eV. Enviem sobre el càtode un feix de fotons format per $10^7$ fotons/s d'una longitud d'ona de llum verda de 500 nm.**

a) **Quina energia cinètica tindran els electrons arrancats del càtode per aquesta llum verda?**
b) **Si en lloc de $10^7$ fotons/s sobre el càtode hi enviem un feix 10 vegades més intens (i.e., $10^8$ fotons/s), quins canvis es produiran en l'emissió dels electrons? Justifiqueu la resposta.**

**Dades:**
**$1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}$ J.**
**$c = 3,00 \times 10^8$ m/s.**
**$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s.**

**Solución:**

a) **Quina energia cinètica tindran els electrons arrancats del càtode per aquesta llum verda?**

La energía de un fotón se calcula mediante la fórmula de Planck:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{h \cdot c}{\lambda},$$

donde:
- $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s es la constante de Planck,
- $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s es la velocidad de la luz,
- $\lambda = 500\text{ nm} = 500 \cdot 10^{-9}$ m es la longitud de onda de la luz verde.

Sustituyendo los valores:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\text{ J·s} \cdot 3,00 \cdot 10^8\text{ m/s}}{500 \cdot 10^{-9}\text{ m}} = 3,978 \cdot 10^{-19}\text{ J}.$$

Convertimos la energía a electronvoltios:

$$E_{\text{fotón}} = \frac{3,978 \cdot 10^{-19}\text{ J}}{1,602 \cdot 10^{-19}\text{ J/eV}} = 2,48\text{ eV}.$$

La energía cinética máxima de los electrones arrancados se calcula usando la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{C,max}} = E_{\text{fotón}} - W_e,$$

donde:
- $E_{\text{C,max}}$ es la energía cinética máxima del electrón,
- $E_{\text{fotón}} = 2,48$ eV es la energía de los fotones incidentes,
- $W_e = 1,20$ eV es la función de trabajo del material.

Sustituyendo los valores:

$$E_{\text{C,max}} = 2,48\text{ eV} - 1,20\text{ eV} = 1,28\text{ eV}.$$

**Por lo tanto, los electrones arrancados del cátodo por la luz verde tendrán una energía cinética máxima de $1,28$ eV.**

b) **Si en lloc de $10^7$ fotons/s sobre el càtode hi enviem un feix 10 vegades més intens (i.e., $10^8$ fotons/s), quins canvis es produiran en l'emissió dels electrons? Justifiqueu la resposta.**

La energía cinética de los electrones arrancados depende únicamente de la energía de los fotones incidentes, la cual está determinada por la longitud de onda de la luz. En este caso, la longitud de onda y, por lo tanto, la energía de los fotones no cambian. Sin embargo, al aumentar la intensidad del haz en un factor de 10, se está incrementando el número de fotones incidentes por segundo. Esto tiene un efecto directo en el número de electrones que pueden ser arrancados del cátodo, ya que cada fotón con energía suficiente puede arrancar un electrón.

**Por lo tanto, al aumentar la intensidad del haz a $10^8$ fotones/s, el número de electrones emitidos aumentará en un factor de 10, lo que se traduce en un aumento de la intensidad de corriente en la fotocélula. Sin embargo, la energía cinética de cada electrón arrancado permanecerá constante en $1,28$ eV, ya que depende únicamente de la energía de los fotones y no de la intensidad del haz.**