Ejercicios resueltos de Selectividad

Física. Campo Electromagnético

mentoor.es

Índice de contenido

Madrid, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Un hilo conductor de longitud indefinida se extiende a lo largo del eje z. Otro hilo de longitud indefinida paralelo al primero pasa por el punto (5, 0, 0) cm. Los dos hilos se repelen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-5}$ N m^{-1}. El campo magnético total se anula a lo largo de la recta $x = +10$ cm en el plano xz.

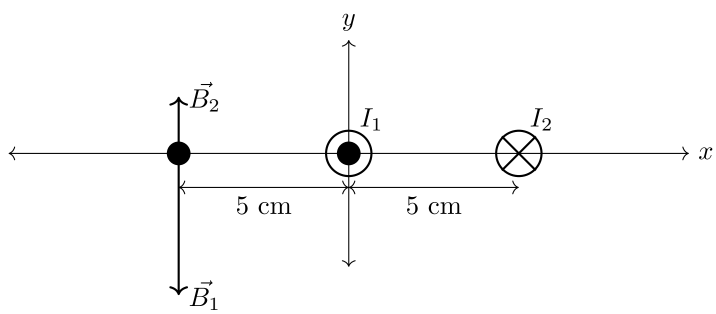
a) **Explique si las corrientes en los hilos son paralelas o antiparalelas y calcule su magnitud.**
b) **Determine el módulo del campo magnético en el punto (-5, 0, 0) cm.**

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

a) **Explique si las corrientes en los hilos son paralelas o antiparalelas y calcule su magnitud.**

Dado que los hilos experimentan una repulsión, se deduce que las corrientes en ellos deben fluir en direcciones opuestas. Esta conclusión se refuerza al observar que el campo magnético total se anula en la línea $x = 10\,\text{cm}$. Por ello, comenzamos este ejercicio representando gráficamente la situación:



Para determinar la intensidad de las corrientes, podemos utilizar la información relativa a los puntos donde el campo magnético se cancela, resultado de la superposición de las contribuciones de cada hilo. En estos puntos, las contribuciones tienen la misma magnitud, lo que se expresa como:

$$B_1 = B_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d_1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d_2}.$$

De aquí, se obtiene que

$$I_1 = \frac{d_1}{d_2} I_2 = 2I_2.$$

Al sustituir esta relación en la fórmula que describe la fuerza por unidad de longitud entre los hilos, obtenemos:

$$F_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{I_2^2}{d}$$

Ahora, podemos resolver para I_2:

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi d}{\mu_0} F_{12}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-7}} \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 2.5\,\text{A}$$

Consecuentemente, al aplicar la relación obtenida en el segundo paso, calculamos I_1:

$$I_1 = 2I_2 = 5\,\text{A}.$$

Por lo tanto, las corrientes en los hilos son antiparalelas. Además, las corrientes son $I_1 = 5$ A e $I_2 = 2.5$ A.

b) Determine el módulo del campo magnético en el punto (-5, 0, 0) cm.

En el punto $(-5, 0, 0)$ cm, como se muestra en la figura, los campos magnéticos generados por cada hilo tienen direcciones opuestas. Sin embargo, la contribución dominante proviene del hilo situado en el eje z, ya que está más cerca y su corriente tiene mayor intensidad.
El valor del campo magnético resultante en dicho punto puede calcularse con la siguiente expresión:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{|I_1|}{d_1} - \frac{|I_2|}{d_2}\right).$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$|\vec{B}| = 2 \cdot 10^{-7}\left(\frac{5}{0.05} - \frac{2.5}{0.1}\right) = 1.5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}.$$

Por lo tanto, el módulo del campo magnético resultante es $\mathbf{1.5 \cdot 10^{-5}}$ T.

Pregunta 3. Opción B

Dos partículas situadas en los puntos (-6, 0) mm y (6, 0) mm del plano xy poseen cargas iguales de +9 nC. Obtenga el potencial eléctrico y el campo eléctrico en:

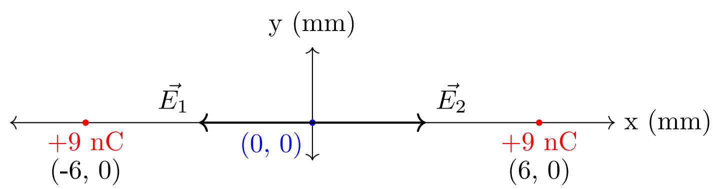
a) **El origen de coordenadas.**
b) **El punto (0, 3) mm.**

Dato: Constante de Coulomb, $\mathbf{K = 9 \cdot 10^9\, Nm^2C^{-2}}$.

Solución:

a) **El origen de coordenadas.**

Representemos, en primer lugar, toda la información que nos proporciona el problema en relación al origen de coordenadas:



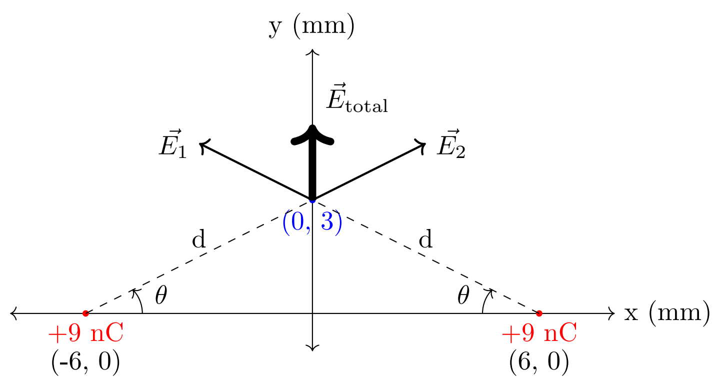
Observamos que el campo eléctrico en el origen de coordenadas es cero dado que los campos producidos tienen igual magnitud y sentidos opuestos. Por otra parte, el potencial eléctrico es

$$V = V_1 + V_2 = \frac{KQ}{d} + \frac{KQ}{d} = 2 \cdot \frac{KQ}{d} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 10^{-3}} = 2,7 \cdot 10^4\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, el potencial eléctrico es $\mathbf{2,7 \cdot 10^4}$ y el campo eléctrico resultante es nulo.

b) **El punto (0, 3) mm.**

Ahora, representemos toda la información que nos proporciona el problema en relación al punto (0, 3):



Por el Teorema de Pitágoras, la distancia desde cada una de las cargas hasta el punto $(0, 3)$ mm se calcula como:

$$d = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}\,\mathrm{mm} \approx 6,7\,\mathrm{mm} = 6,7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}.$$

Con esta distancia, el potencial eléctrico en ese punto es:

$$V = \frac{KQ}{d} + \frac{KQ}{d} = 2 \cdot \frac{KQ}{d} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-9}}{6,7 \cdot 10^{-3}} = 2,4 \cdot 10^4\,\mathrm{V}.$$

En el punto $(0, 3)$ mm, el campo eléctrico solo tendrá una componente vertical, ya que las componentes horizontales se anulan por simetría. Además, las componentes verticales de los campos generados por las dos cargas son iguales y apuntan en la misma dirección, por lo que

$$\vec{E}_{\text{total}} = (E_{1y} + E_{2y})\vec{j} = 2E_{1y}\vec{j}.$$

Descomponemos $\vec{E_1}$ en sus dos componentes vectoriales para obtener E_{1y}:

$$E_{1y} = E\sin(\theta) = \frac{KQ}{r^2}\sin(\theta),$$

donde θ está señalado en la figura. Geométricamente, se sigue que

$$\sin(\theta) = \frac{3\,\text{mm}}{6,7\,\text{mm}} = 0,45.$$

Por lo tanto, podemos calcular E_{1y}:

$$E_{1y} = 8 \cdot 10^5\,\text{N/C} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_{\text{total}} = 2 \cdot 8 \cdot 10^5 = 1,6 \cdot 10^6\,\vec{j}\,\text{N/C}.$$

Por ende, el potencial eléctrico en el punto (0, 3) mm es $\mathbf{2,4 \cdot 10^4}$ V y el campo eléctrico es $\mathbf{1,6 \cdot 10^6\,\tilde{j}}$ N/C.

Madrid, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Una partícula con carga 2 nC está situada en el origen de coordenadas mientras que una segunda partícula con carga 4 nC está situada en el punto $(6, 0)$ m del plano xy.

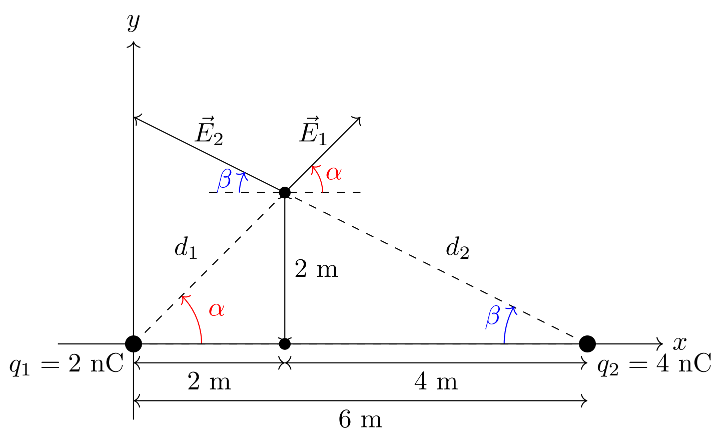
a) **Obtenga el campo eléctrico generado por ambas cargas en el punto $(2, 2)$ m.**
b) **Determine el punto situado entre ambas cargas en el que si situásemos un electrón la fuerza total sobre este sería nula. Obtenga el trabajo realizado por la fuerza electrostática para traer dicho electrón desde el infinito hasta el punto anterior.**

Datos: Constante de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ Nm^{2}C^{-2}.; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a) **Obtenga el campo eléctrico generado por ambas cargas en el punto $(2, 2)$ m.**

Representemos los datos proporcionados por el problema en un dibujo:



Para determinar el campo eléctrico generado en el punto $(2, 2)$ m por las dos cargas, primero calculamos el campo generado por cada una de las cargas individualmente y luego sumamos ambos de manera vectorial. Observando el esquema del problema proporcionado en el dibujo anterior obtenemos las siguientes relaciones:

$$\vec{E}_1 = K\frac{q_1}{d_1^2}\vec{u}_1 = K\frac{2\cdot 10^{-9}}{2^2+2^2}\left(\cos\alpha\,\vec{i}+\sin\alpha\,\vec{j}\right) = K\frac{2\cdot 10^{-9}}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,\vec{i}+\frac{1}{\sqrt{2}}\,\vec{j}\right) \text{ N/C},$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{q_2}{d_2^2}\vec{u}_2 = K\frac{4\cdot 10^{-9}}{2^2+4^2}\left(\cos\beta\,(-\vec{i})+\sin\beta\,\vec{j}\right) = K\frac{4\cdot 10^{-9}}{20}\left(\frac{4}{\sqrt{20}}\,(-\vec{i})+\frac{2}{\sqrt{20}}\,\vec{j}\right) \text{ N/C}.$$

Sumando ambos campos eléctricos:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \left(-0,02\,\vec{i}+2,40\,\vec{j}\right) \text{ N/C}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico generado por ambas cargas en el punto $(2, 2)$ m es $\left(-0,02\,\vec{i}+2,40\,\vec{j}\right)$ N/C.

b) **Determine el punto situado entre ambas cargas en el que si situásemos un electrón la fuerza total sobre este sería nula. Obtenga el trabajo realizado por la fuerza electrostática para traer dicho electrón desde el infinito hasta el punto anterior.**

Para encontrar el punto entre las dos cargas donde la fuerza neta sobre un electrón sería nula, debemos tener en cuenta que dicho punto se encuentra en la línea que conecta ambas cargas, es decir, sobre el eje x.
Igualamos la fuerza resultante a cero:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad K\frac{qQ_1}{x^2} = K\frac{qQ_2}{(6-x)^2}.$$

Sustituyendo:

$$\frac{2}{x^2} = \frac{4}{(6-x)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{x} = \frac{2}{(6-x)}.$$

Resolviendo para x se obtiene:

$$x = 2,49\,\text{m}.$$

Por lo tanto, el punto en el que la fuerza neta sobre el electrón es cero es $(2,49,0)\,\text{m}$. Ahora que conocemos el punto donde situar el electrón, podemos calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico generado por ambas cargas al traer el electrón desde el infinito hasta dicho punto:

$$\begin{aligned} W &= -q\Delta V = -q(V_f - V_0) = -q\left(K\frac{Q_1}{x} + K\frac{Q_2}{(6-x)}\right) \\ &= -(-1,6\cdot 10^{-19})\cdot 9\cdot 10^9 \left(\frac{2\cdot 10^{-9}}{2,49} + \frac{4\cdot 10^{-9}}{3,51}\right) = 2,80\cdot 10^{-18}\,\text{J}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, el punto situado entre ambas cargas en el que si situásemos un electrón la fuerza total sobre este sería nula es $\mathbf{(2,49,0)}$ m y el trabajo realizado por la fuerza electrostática para traer dicho electrón desde el infinito hasta dicho punto es $\mathbf{2,80\cdot 10^{-18}}$ J.

Pregunta 3. Opción B

Dos hilos indefinidos paralelos al eje z llevan intensidades iguales $I_1 = I_2 = 2$ A y cortan el plano xy en los puntos $(0,0)$ m y $(4,0)$ m, respectivamente. Si el primer hilo, el que pasa por el origen, lleva su intensidad en el sentido positivo del eje z y el segundo en sentido negativo, determine el campo magnético en los puntos:

a) **$A(0,3)$ m.**
b) **$B(2,3)$ m.**

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

a) **$A(0,3)$ m.**

Para encontrar el campo en el punto A, calcularemos primero los campos magnéticos generados por cada uno de los hilos en ese punto. El campo magnético generado por el hilo 1 en A, que está a 3 m de distancia, solo tiene componente en la dirección x (hacia la izquierda en el eje x), y se puede calcular como:

$$\vec{B}_1(A) = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot 3}\vec{i} = -1{,}33 \cdot 10^{-7}\vec{i}\,\mathrm{T}.$$

El campo generado por el hilo 2, que se encuentra a una distancia de 5 m de A, tiene componentes tanto en x como en y. Estas componentes se calculan utilizando los valores de $\cos\theta$ y $\sin\theta$, donde θ es el ángulo entre la línea que conecta el punto A y el hilo 2:

$$\cos\theta = \frac{3}{5} \quad \text{y} \quad \sin\theta = \frac{4}{5}.$$

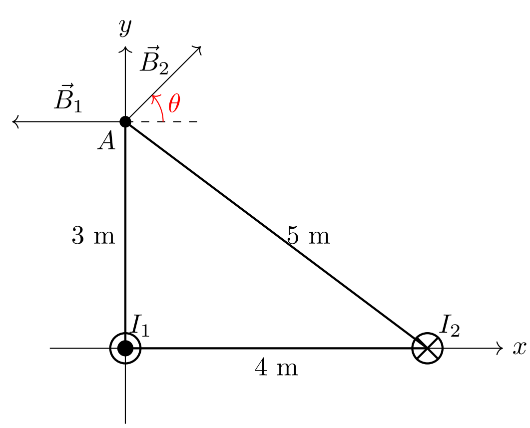
Por lo tanto, las componentes del campo magnético son:

$$B_{2x} = \frac{\mu_0 I_2 \cos\theta}{2\pi \cdot 5} = 4{,}80 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{T} \quad \text{y} \quad B_{2y} = \frac{\mu_0 I_2 \sin\theta}{2\pi \cdot 5} = 6{,}40 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{T}.$$

El campo magnético total en A es la suma vectorial de estos campos:

$$\vec{B}(A) = \left(-1{,}33 \cdot 10^{-7} + 4{,}80 \cdot 10^{-8}\right)\vec{i} + 6{,}40 \cdot 10^{-8}\vec{j} = \vec{B}(A) = -8{,}53 \cdot 10^{-8}\vec{i} + 6{,}40 \cdot 10^{-8}\vec{j}\,\mathrm{T}.$$

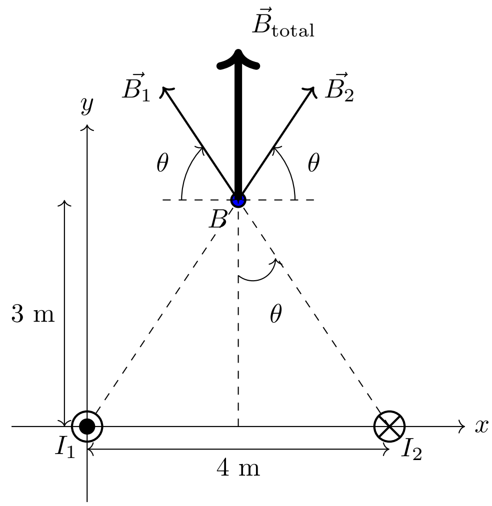
Dibujo representativo:



Por lo tanto, el campo magnético en A es $-8{,}53 \cdot 10^{-8}\vec{i} + 6{,}40 \cdot 10^{-8}\vec{j}$ T.

b) $\boldsymbol{B(2,3)}$ m.

En este punto, las componentes horizontales del campo magnético de los dos hilos se cancelan entre sí debido a la simetría, por lo que solo queda la componente vertical del campo, tal y como se observa en la siguiente figura:



El seno del ángulo θ para el punto B se calcula utilizando la distancia entre B y cualquiera de los dos hilos:

$$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}}.$$

Por lo tanto, el campo magnético total en B es:

$$\vec{B}(B) = 2\cdot\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\sqrt{13}}\sin\theta\vec{j} = 1{,}28\cdot 10^{-7}\vec{j}\,\text{T}.$$

Entonces, el campo magnético en $\boldsymbol{B}$ es $\boldsymbol{1{,}28\cdot 10^{-7}\vec{j}}$ T.

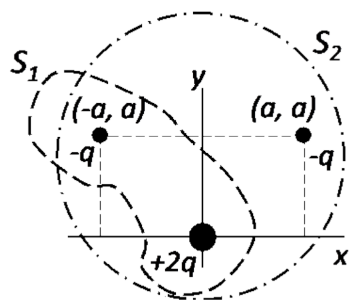
Madrid, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Tres cargas $-q$, $-q$ y $+2q$ se encuentran situadas en los puntos del plano $(-a, a)$, (a, a) y $(0, 0)$, respectivamente, tal y como se describe en la figura. Determine, en función de la constante de Coulomb, K, el valor de la carga, q, y la distancia, a:

a) **La expresión de la fuerza electrostática que se ejerce sobre la carga situada en la posición (a, a) y la expresión del trabajo que habrá realizado esa fuerza electrostática para traer la carga $-q$ desde el infinito a la posición (a, a).**
b) **El flujo del campo eléctrico a través de las superficies cerradas S_1 y S_2.**

Dato: Permitividad eléctrica del vacío, $\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi K}$.



Solución:

a) **La expresión de la fuerza electrostática que se ejerce sobre la carga situada en la posición (a, a) y la expresión del trabajo que habrá realizado esa fuerza electrostática para traer la carga $-q$ desde el infinito a la posición (a, a).**

Para determinar la fuerza que actúa sobre la carga $-q$ situada en (a, a), calculamos la fuerza ejercida por cada una de las demás cargas usando la Ley de Coulomb, que viene dada por:

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Vamos a considerar primero la fuerza debida a la carga $-q$ situada en $(-a, a)$. La distancia entre ambas cargas es $2a$, por lo que la fuerza será:

$$F_1 = K\frac{q^2}{(2a)^2} = K\frac{q^2}{4a^2}\,N.$$

Esta fuerza actúa horizontalmente hacia la derecha, ya que ambas cargas son del mismo signo y se repelen. El vector fuerza es entonces:

$$\vec{F}_1 = \frac{Kq^2}{4a^2}\vec{i}\,N.$$

Ahora consideramos la fuerza ejercida por la carga $+2q$ situada en el origen $(0, 0)$. La distancia entre las cargas es $r = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$, y la magnitud de la fuerza es:

$$F_2 = K\frac{2q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = K\frac{q^2}{a^2}\,N.$$

Esta fuerza actúa en la dirección del vector $-(a, a)$, que es equivalente a considerar el vector (puesto que son paralelos) $-(1, 1)$ por lo que el vector unitario en esta dirección es:

$$\vec{r} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\,N.$$

Así, el vector de fuerza es:

$$\vec{F}_2 = K\frac{q^2}{a^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right)\ N.$$

Sumamos las dos fuerzas para obtener la fuerza total:

$$\vec{F} = \frac{Kq^2}{4a^2}\vec{i} + K\frac{q^2}{a^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) = K\frac{q^2}{a^2}\left(\frac{2\sqrt{2}-1}{4}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right).$$

El trabajo realizado por la fuerza electrostática para traer la carga $-q$ desde el infinito hasta la posición (a, a) es igual al cambio en la energía potencial electrostática:

$$W_{\infty\to P} = -\Delta E_p = -\left(E_p^{\text{final}} - E_p^{\infty}\right).$$

La energía potencial en el punto (a, a) debido a las otras dos cargas es:

$$E_p^{\text{final}} = K\frac{q^2}{2a} + 2K\frac{q^2}{\sqrt{2}a}\ J.$$

Dado que la energía potencial en el infinito es cero ($E_p^{\infty} = 0$), el trabajo es:

$$W_{\infty\to P} = -\left(\frac{Kq^2}{2a} + 2K\frac{q^2}{a\sqrt{2}}\right) = -K\frac{q^2}{a}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\ J.$$

Por lo tanto, la fuerza electróstatica pedida es $K\frac{q^2}{a^2}\left(\frac{2\sqrt{2}-1}{4}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right)$ N y el trabajo que habrá realizado esa fuerza electrostática para traer la carga $-q$ desde el infinito a la posición (a, a) es $-K\frac{q^2}{a}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ J.

b) **El flujo del campo eléctrico a través de las superficies cerradas S_1 y S_2.**

Según el teorema de Gauss, el flujo del campo eléctrico a través de una superficie es proporcional a la carga neta encerrada en la superficie. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0},$$

donde $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi K}$, por lo que el flujo también puede escribirse en función de K como:

$$\Phi = 4\pi K Q_{\text{enc}}.$$

Para la superficie S_1, la carga contenida es $Q_1 = -q + 2q = q$. Entonces, el flujo es:

$$\Phi_1 = 4\pi K q.$$

Para la superficie S_2, la carga encerrada es $Q_2 = -q - q + 2q = 0$, lo que implica que el flujo es:

$$\Phi_2 = 4\pi K \cdot 0 = 0.$$

El flujo del campo eléctrico a través de la superficie cerrada S_1 es $4\pi Kq$, mientras que a través de S_2 es nulo.

Pregunta 3. Opción B

Un ion de He^+ se sitúa inicialmente en reposo dentro de una región del espacio donde existe un campo eléctrico homogéneo de 10^3 V m^{-1} que está dirigido a lo largo del eje +x.

a) **Calcule la aceleración que experimenta el ion en el instante inicial.**
b) **Determine la fuerza total sobre el ion si a los 20 µs de ser depositado se aplica un campo magnético homogéneo de 0,6 T a lo largo del eje +y.**

Datos: Masa atómica del ion de He^+, $M_{He} = 4\,u$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a) **Calcule la aceleración que experimenta el ion en el instante inicial.**

Sabemos que una carga en un campo eléctrico experimenta una fuerza dada por:

$$F = qE.$$

Por otro lado, según la Segunda Ley de Newton, la fuerza sobre un cuerpo también se relaciona con la aceleración:

$$F = ma.$$

Igualando las dos expresiones, obtenemos la aceleración:

$$qE = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{qE}{m}.$$

Sabemos que la carga del ion de helio es igual a la carga del electrón, $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, y que la masa de un ion de helio puede calcularse a partir de la masa molar del helio (4 u) dividiendo entre el número de Avogadro:

$$m = \frac{4\,\text{u}}{N_A} = \frac{4}{6,02 \cdot 10^{23}}\,\text{g} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}}\,\text{kg} = 6,64 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}.$$

Sustituyendo los valores:

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{6,64 \cdot 10^{-27}} = 2,41 \cdot 10^{10}\,\text{m/s}^2.$$

Por lo tanto, la aceleración que experimenta el ion es de aproximadamente $2,41 \cdot 10^{10}$ m/s², y está dirigida a lo largo del eje +x, paralela al campo eléctrico.

b) **Determine la fuerza total sobre el ion si a los 20 µs de ser depositado se aplica un campo magnético homogéneo de 0,6 T a lo largo del eje +y.**

Después de 20 μs, el ion ha adquirido una velocidad dada por la aceleración anterior. Usamos la ecuación de la cinemática:

$$v = at.$$

Sustituyendo los valores de la aceleración y el tiempo ($t = 2 \cdot 10^{-6}$ s):

$$v = 2,41 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 4,82 \cdot 10^4\,\text{m/s}.$$

Entonces, la velocidad del ion es de aproximadamente $4,82 \cdot 10^4$ m/s, y está dirigida a lo largo del eje +x. El ion ahora se mueve dentro de un campo magnético y, según la Ley de Lorentz, la fuerza total sobre la partícula viene dada por:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}.$$

En este caso, el campo eléctrico es $\vec{E} = 10^3\vec{i}$ V/m, la velocidad es $\vec{v} = 4,82 \cdot 10^4\vec{i}$ m/s, y el campo magnético es $\vec{B} = 0,6\vec{j}$ T.
Primero calculamos la contribución del término eléctrico, que es simplemente:

$$\vec{F}_E = q\vec{E} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3\vec{i} = 1,6 \cdot 10^{-16}\vec{i} \text{ N}.$$

Ahora calculamos el término magnético, usando el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

Dado que $\vec{v} = 4,82 \cdot 10^4\vec{i}$ y $\vec{B} = 0,6\vec{j}$, el producto vectorial resulta en una dirección en el eje +z:

$$\vec{v} \times \vec{B} = (4,82 \cdot 10^4\vec{i}) \times (0,6\vec{j}) = 4,82 \cdot 10^4 \cdot 0,6\vec{k} = 2,89 \cdot 10^4\vec{k}.$$

Entonces,

$$\vec{F}_B = q(2,89 \cdot 10^4\vec{k}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,89 \cdot 10^4\vec{k} = 4,62 \cdot 10^{-15}\vec{k} \text{ N}.$$

Finalmente, sumamos las dos contribuciones para obtener la fuerza total:

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = (1,6 \cdot 10^{-16}\vec{i}) + (4,62 \cdot 10^{-15}\vec{k}) = (1,6 \cdot 10^{-16}\vec{i} + 4,62 \cdot 10^{-15}\vec{k}) \text{ N}.$$

Por lo tanto, la fuerza total tiene una componente en el eje x de $1,6 \cdot 10^{-16}$ N y una componente en el eje z de $4,62 \cdot 10^{-15}$ N.

Madrid, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Una carga situada en un punto del plano xy da lugar a un potencial de 54 V y a un campo eléctrico $\vec{E} = -180\,\vec{j}$ V m^{-1} en el origen de coordenadas.

a) **Determine el valor de la carga y su posición.**
b) **Se trae una segunda carga desde el infinito hasta el origen de coordenadas, proceso en el que la fuerza ejercida por la primera carga realiza un trabajo de $-270\,$nJ. Determine el valor de la segunda carga.**

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2}.

Solución:

a) **Determine el valor de la carga y su posición.**

Dado que el potencial en el origen es positivo, podemos deducir que la carga debe ser positiva. Además, como el campo eléctrico apunta en la dirección negativa del eje y, esto indica que la carga está situada en la parte positiva de dicho eje. Supongamos que la carga está en la posición $(0, d)$. El campo eléctrico

y el potencial generados por una carga puntual en el origen están dados por las siguientes expresiones:

$$E = K\frac{q}{d^2} \quad \text{y} \quad V = K\frac{q}{d}.$$

Podemos relacionar el campo eléctrico y el potencial mediante la expresión:

$$V = E \cdot d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{V}{E} = \frac{54}{180} = 0,3\,\text{m}.$$

Conociendo la distancia, podemos ahora despejar la carga q a partir de la ecuación del potencial:

$$V = K\frac{q}{d} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{V \cdot d}{K} = \frac{54 \cdot 0,3}{9 \cdot 10^9} = 1,8 \cdot 10^{-9}\,\text{C} = 1,8\,\text{nC}.$$

Por lo tanto, la carga es de $1,8\,$nC y se encuentra en el punto $(0, 0, 3)$ m.

b) **Se trae una segunda carga desde el infinito hasta el origen de coordenadas, proceso en el que la fuerza ejercida por la primera carga realiza un trabajo de $-270\,$nJ. Determine el valor de la segunda carga.**

Sabemos que el trabajo realizado por la primera carga sobre la segunda al moverla desde el infinito hasta el origen es de $-270\,$nJ. Este trabajo está relacionado con la diferencia de potencial ΔV y la carga q' por la siguiente fórmula:

$$W = -q'\Delta V$$

Dado que el potencial en el origen es $54\,$V, tenemos:

$$q' = -\frac{W}{\Delta V} = -\frac{-270 \cdot 10^{-9}}{54} = 5 \cdot 10^{-9}\,\text{C} = 5\,\text{nC}.$$

Por lo tanto, el valor de la segunda carga es $5\,$nC.

Pregunta 3. Opción B

Dos hilos rectilíneos indefinidos, paralelos al eje y, están respectivamente situados en $x = -0,1$ m y $x = 0,1$ m. El primero de ellos conduce una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje y. Si un electrón viaja en línea recta con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\,\vec{j}$ m s^{-1} a lo largo de $x = 0,4$ m sin desviarse, calcule:

a) **La intensidad de corriente en el segundo hilo, especificando su sentido.**
b) **La fuerza que experimentaría un electrón que pasara por el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\,\vec{j}$ m s^{-1}.**

Datos: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a) **La intensidad de corriente en el segundo hilo, especificando su sentido.**

El electrón se mueve en dirección positiva del eje y, por lo que para que no se desvíe, las fuerzas ejercidas por ambos hilos deben cancelarse. Estas fuerzas estarán dirigidas a lo largo del eje x. Igualamos las magnitudes de las fuerzas magnéticas generadas por los hilos:

$$F_1 = F_2,$$

donde

$$F = ev \cdot B.$$

Para el hilo 1 (que lleva corriente $I_1 = 10\,\mathrm{A}$) a una distancia $d_1 = 0.3\,\mathrm{m}$:

$$ev \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = ev \cdot \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}.$$

Simplificando, obtenemos:

$$\frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{d_2}{d_1} I_1 = \frac{0.5}{0.3} \cdot 10 = \frac{5}{3} \cdot 10 = 6\,\mathrm{A}.$$

Dado que la trayectoria del electrón está a la derecha de ambos hilos y las fuerzas deben ser opuestas para cancelarse, la corriente en el segundo hilo, I_2, debe ser en sentido negativo del eje y:

$$I_2 = -6\,\mathrm{A}.$$

Por lo tanto, la corriente en el segundo hilo debe ser en sentido negativo del eje y y toma un valor de -6 A.

b) **La fuerza que experimentaría un electrón que pasara por el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\,\vec{j}$ m s^{-1}.**

La fuerza total que experimenta el electrón se obtiene sumando las contribuciones de ambos hilos:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = q\vec{v} \times \vec{B}_1 + q\vec{v} \times \vec{B}_2.$$

En el origen, los campos magnéticos generados por los hilos son:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}(-\vec{k}) \quad \text{y} \quad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}(-\vec{k}).$$

En esta región, ambos campos tienen la misma dirección. Expresando la velocidad $\vec{v}$ como $\vec{v} = v\vec{j}$:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -ev\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}(\vec{j} \times -\vec{k}) - ev\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}(\vec{j} \times -\vec{k}).$$

Así que tenemos:

$$\vec{F_T} = ev\frac{\mu_0}{2\pi d}(I_1 + I_2)\vec{i}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\vec{F_T} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0.1}(10 + (-6))\,\vec{i}.$$

Simplificando:

$$\vec{F_T} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-7}}{0.2} \cdot 4\vec{i} = 1,024 \cdot 10^{-17}\,\vec{i}\;N.$$

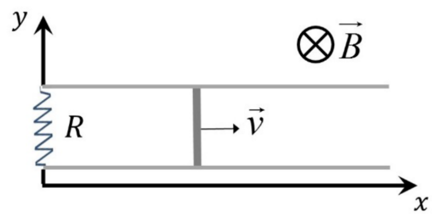
Por lo tanto, la fuerza es $\boldsymbol{1,024 \cdot 10^{-17}\,\vec{i}\;N}$.

Madrid, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta 3. Opción A

La figura representa una varilla metálica de 20 cm de longitud, cuyos extremos deslizan sin rozamiento sobre unos raíles horizontales, paralelos al eje x, metálicos y de resistencia despreciable. La varilla tiene resistencia despreciable y su velocidad es $\vec{v} = 2\,\vec{i}\,\text{m s}^{-1}$. Los raíles están conectados en $x = 0$ por una resistencia de valor $R = 0,5\,\Omega$. En la región hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = -0,4\vec{k}\,\text{T}$. Calcule:

a) **La intensidad de la corriente en el circuito formado por la varilla, la resistencia y los tramos de raíl entre ellas.**
b) **La fuerza $\vec{F}$ que el campo magnético ejerce sobre la varilla.**



Solución:

a) **La intensidad de la corriente en el circuito formado por la varilla, la resistencia y los tramos de raíl entre ellas.**

Para calcular la intensidad de corriente inducida en el circuito, utilizamos la Ley de Faraday y la relación entre flujo magnético y fuerza electromotriz (FEM). El flujo magnético a través de la superficie barrida por la varilla se puede expresar como:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos(\alpha).$$

En este caso, el ángulo α es 180° ya que el campo magnético está en dirección opuesta a la normal de la superficie, lo que nos da $\cos(180°) = -1$. Además, la superficie S cambia con el tiempo debido al movimiento de la varilla, por lo que:

$$S(t) = L \cdot v \cdot t,$$

donde $L = 0,2\,\text{m}$ es la longitud de la varilla y $v = 2\,\text{m/s}$ es la velocidad de la varilla. El flujo magnético es entonces:

$$\Phi(t) = -B \cdot L \cdot v \cdot t.$$

La FEM inducida se obtiene derivando el flujo con respecto al tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot L \cdot v.$$

Sustituyendo los valores dados ($B = 0,4\,\text{T}$, $L = 0,2\,\text{m}$ y $v = 2\,\text{m/s}$):

$$\mathcal{E} = 0,4 \cdot 0,2 \cdot 2 = 0,16\,\text{V}.$$

La intensidad de corriente se calcula utilizando la Ley de Ohm:

$$\mathcal{E} = I \cdot R \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,16}{0,5} = 0,32\,\text{A}.$$

Por ende, la intensidad de corriente inducida en el circuito es:

$$I = 0,32\,\text{A}.$$

Por lo tanto, la intensidad de la corriente en el circuito es 0,32 A.

b) **La fuerza $\vec{F}$ que el campo magnético ejerce sobre la varilla.**

La fuerza que ejerce el campo magnético sobre la varilla se calcula utilizando la Ley de Lorentz. La expresión para la fuerza es:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B},$$

donde $\vec{L} = L\,\vec{i}$ es el vector que representa la longitud de la varilla y $\vec{B} = -0,4\,\vec{k}$ es el campo magnético. El producto vectorial es:

$$\vec{F} = I \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix}.$$

Resolvemos el determinante:

$$\vec{F} = -I \cdot L \cdot B \cdot \vec{i}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\vec{F} = -0,32 \cdot 0,2 \cdot 0,4\,\vec{i} = -0,0256\,\vec{i}\,\mathrm{N}.$$

Por lo tanto, la fuerza que el campo magnético ejerce sobre la varilla es $\boldsymbol{-0,0256\,\vec{i}}$ N.

Pregunta 3. Opción B

Una carga puntual positiva está situada en el punto (3, 4) m del plano xy. En otro punto del plano se coloca una segunda carga puntual, también positiva y de magnitud el cuádruple de la primera, haciendo que el campo se anule en el origen de coordenadas.

a) **Determine la posición de la segunda carga.**
b) **Si el potencial en el origen de coordenadas vale $1,08 \cdot 10^4$ V, encuentre el valor de las cargas.**

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2}.

Solución:

a) **Determine la posición de la segunda carga.**

Para que el campo eléctrico total en el origen sea nulo, el campo generado por la carga q_2 debe ser igual y de sentido opuesto al creado por la carga q_1. Esto implica que, en términos de magnitudes, ambos campos eléctricos deben ser equivalentes. Llamemos r_1 a la distancia de la carga q_1 al origen y r_2 a la distancia de q_2 al mismo punto. Entonces podemos escribir la relación:

$$E_1 = E_2 \quad \Rightarrow \quad k\frac{q_1}{r_1^2} = k\frac{q_2}{r_2^2}.$$

Eliminando la constante k de Coulomb:

$$\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2}.$$

Dado que $q_2 = 4q_1$, sustituimos en la ecuación:

$$\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{4q_1}{r_2^2} \quad \Rightarrow \quad r_2^2 = 4r_1^2 \quad \Rightarrow \quad r_2 = 2r_1.$$

Aplicando el Teorema de Pitágoras para determinar r_1, que es la distancia de q_1 al origen:

$$r_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,\text{m}.$$

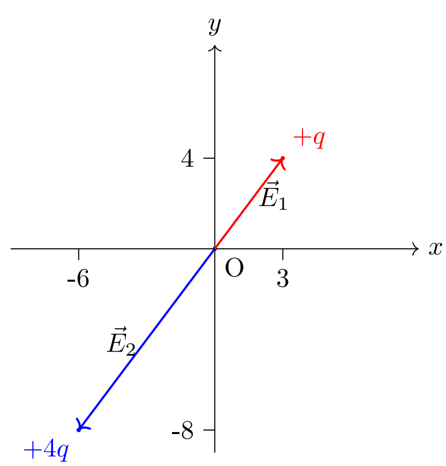
De este modo, se obtiene:

$$r_2 = 2r_1 = 10\,\text{m}.$$

Además, observamos que la carga q_2 debe ubicarse en el tercer cuadrante. Entonces, su vector de posición se expresa como:

$$\vec{r}_2 = -2 \cdot \vec{r}_1 \quad \Rightarrow \quad \vec{r}_2 = -2 \cdot (3, 4) = (-6, -8)\,\text{m}.$$

Visualmente:



Por lo tanto, la posición de la segunda carga es $(-6, -8)$ m.

b) **Si el potencial en el origen de coordenadas vale $1,08 \cdot 10^4$ V, encuentre el valor de las cargas.**

El potencial total generado por ambas cargas es:

$$V = V_1 + V_2,$$

donde el potencial debido a una carga puntual se define como

$$V = k\frac{q}{r}.$$

Entonces, el potencial en el origen debido a q_1 y q_2 se expresa como:

$$V_1 = k\frac{q_1}{r_1} \quad \text{y} \quad V_2 = k\frac{q_2}{r_2}.$$

Sustituyendo $q_2 = 4q_1$ y $r_2 = 10$:

$$V = k\frac{q_1}{5} + k\frac{4q_1}{10} = k\frac{q_1}{5} + k\frac{2q_1}{5} = k\frac{3q_1}{5}.$$

Dado que el potencial en el origen se conoce como $1.08 \cdot 10^4$ V, tenemos:

$$1.08 \cdot 10^4 = k\frac{3q_1}{5} \quad \Rightarrow \quad q_1 = \frac{1.08 \cdot 10^4 \cdot 5}{3k} = \frac{1.08 \cdot 10^4 \cdot 5}{3 \cdot 9 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-6}\,\text{C}.$$

Así, q_2 será:

$$q_2 = 4q_1 = 8 \cdot 10^{-6}\,\text{C}.$$

Por lo tanto, el valor de la primera carga es $2 \cdot 10^{-6}$ C y el de la segunda es $8 \cdot 10^{-6}$ C.

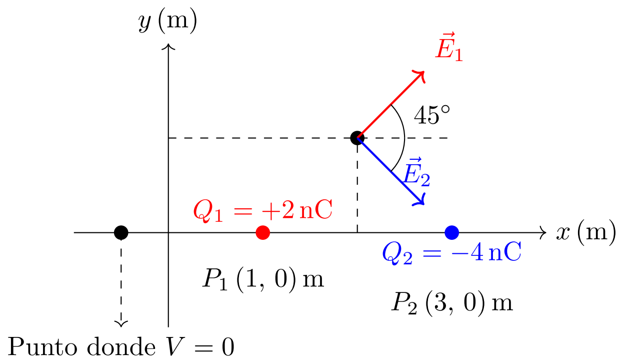
Madrid, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Solución:

a) **El campo eléctrico creado por ambas cargas en el punto (2, 1) m.**

Comenzamos representando la situación descrita por el ejercicio:



Para determinar el campo eléctrico en el punto (2, 1) m debido a las cargas Q_1 y Q_2, observamos que los vectores de campo eléctrico $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ forman un ángulo de 45° con respecto al eje x, como se muestra en la figura. Primero, calculamos la distancia desde cada carga hasta el punto de interés utilizando el Teorema de Pitágoras:

$$r_1 = \sqrt{(2-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\,\text{m},$$

$$r_2 = \sqrt{(2-3)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}\,\text{m}.$$

Las distancias son iguales debido a la simetría en la disposición de las cargas. A continuación, calculamos los módulos de los campos eléctricos producidos por cada carga:

$$E_1 = \frac{k|Q_1|}{r_1^2} = \frac{9{,}0 \cdot 10^9\,\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-9}\,\text{C}}{(\sqrt{2}\,\text{m})^2} = \frac{18\,\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}}{2\,\text{m}^2} = 9\,\text{N/C},$$

$$E_2 = \frac{k|Q_2|}{r_2^2} = \frac{9{,}0 \cdot 10^9\,\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-9}\,\text{C}}{2\,\text{m}^2} = \frac{36\,\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}}{2\,\text{m}^2} = 18\,\text{N/C}.$$

Ahora, descomponemos cada campo eléctrico en sus componentes x e y. Para $\vec{E}_1$, debido a que Q_1 es positiva, el campo eléctrico apunta alejándose de la carga:

$$E_{1x} = E_1 \cos(45°) = 9\,\text{N/C} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6{,}36\,\text{N/C},$$

$$E_{1y} = E_1 \sin(45°) = 9\,\text{N/C} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6{,}36\,\text{N/C}.$$

Para $\vec{E}_2$, como Q_2 es negativa, el campo eléctrico apunta hacia la carga:

$$E_{2x} = E_2 \cos(45°) = 18\,\text{N/C} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12{,}73\,\text{N/C},$$

$$E_{2y} = -E_2 \sin(45°) = -18\,\text{N/C} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -12{,}73\,\text{N/C}.$$

Notamos que E_{2y} es negativo porque el campo eléctrico apunta en dirección negativa del eje y. Sumamos las componentes de los campos para obtener el campo eléctrico total en el punto:

$$E_{\text{total},\,x} = E_{1x} + E_{2x} = 6{,}36\,\text{N/C} + 12{,}73\,\text{N/C} = 19{,}09\,\text{N/C},$$

$$E_{\text{total},\,y} = E_{1y} + E_{2y} = 6{,}36\,\text{N/C} + (-12{,}73\,\text{N/C}) = -6{,}37\,\text{N/C}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico total en el punto (2, 1) m es:

$$\boldsymbol{\vec{E}_{\text{total}} = E_{\text{total},\,x}\,\vec{\imath} + E_{\text{total},\,y}\,\vec{\jmath} = (19{,}09\,\vec{\imath} - 6{,}37\,\vec{\jmath})\,\text{N/C}.}$$

b) Las coordenadas del punto del eje x situado a la izquierda de la carga Q_1 ($x < 1\,\text{m}$) en el que el potencial electrostático creado por ambas cargas es cero.

Consideremos un punto en el eje x con coordenadas $(x, 0)$, donde $x < 1\,\text{m}$. El potencial eléctrico en ese punto debido a las cargas Q_1 y Q_2 es la suma de los potenciales individuales:

$$V_{\text{total}} = V_1 + V_2,$$

donde

$$V_1 = \frac{kQ_1}{|x - x_1|} \quad \text{y} \quad V_2 = \frac{kQ_2}{|x - x_2|},$$

y $x_1 = 1\,\text{m}$ y $x_2 = 3\,\text{m}$ son las posiciones de las cargas Q_1 y Q_2, respectivamente. Queremos encontrar el valor de x tal que $V_{\text{total}} = 0$:

$$V_1 + V_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{kQ_1}{|x-1|} + \frac{kQ_2}{|x-3|} = 0.$$

Dividimos ambos lados por k y reordenamos la ecuación:

$$\frac{Q_1}{|x-1|} + \frac{Q_2}{|x-3|} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_1}{|x-1|} = -\frac{Q_2}{|x-3|}.$$

Sustituimos los valores de las cargas ($Q_1 = +2\,\text{nC}$ y $Q_2 = -4\,\text{nC}$):

$$\frac{2\,\text{nC}}{|x-1|} = -\frac{-4\,\text{nC}}{|x-3|} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{|x-1|} = \frac{4}{|x-3|}.$$

Simplificamos la ecuación:

$$\frac{|x-3|}{|x-1|} = 2.$$

Como estamos analizando puntos donde $x < 1\,\text{m}$, las expresiones $(x-1)$ y $(x-3)$ son negativas, por lo que sus valores absolutos son:

$$|x-1| = -(x-1) = 1 - x \quad \text{y} \quad |x-3| = -(x-3) = 3 - x.$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$\frac{3-x}{1-x} = 2.$$

Resolvemos para x:

$$3 - x = 2(1-x) \quad \Rightarrow \quad 3 - x = 2 - 2x \quad \Rightarrow \quad x = -1\,\text{m}.$$

Por lo tanto, el punto buscado es (−1, 0).

Pregunta 3. Opción B

Una espira cuadrada de 20 cm de lado se somete a la acción de un campo magnético variable con el tiempo $B(t)$ perpendicular al plano de la espira. Halle el flujo magnético y la f.e.m. inducida en la espira en el tiempo $t = 2\,\mathrm{s}$ en los siguientes casos:

a) **Cuando el campo magnético es $B(t) = Kt$, con K igual a $2 \cdot 10^{-3}$ T s^{-1}.**
b) **Cuando el campo magnético es $B(t) = 3 \cdot 10^{-3} \cos(3\pi t)$, donde B está en T y t está en s.**

Solución:

a) **Cuando el campo magnético es $B(t) = Kt$, con K igual a $2 \cdot 10^{-3}$ T s^{-1}.**

Dado que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, el flujo magnético $\Phi(t)$ a través de ella se calcula como:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S,$$

donde S es el área de la espira. Para una espira cuadrada de lado $L = 20\,\mathrm{cm} = 0{,}2\,\mathrm{m}$, el área es:

$$S = L^2 = (0{,}2\,\mathrm{m})^2 = 0{,}04\,\mathrm{m}^2.$$

Entonces, el flujo magnético en función del tiempo es:

$$\Phi(t) = Kt \cdot S = (2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T\ s^{-1}}) \cdot t \cdot 0{,}04\,\mathrm{m}^2 = 8 \cdot 10^{-5}\, t\,\mathrm{Wb}.$$

Evaluando en $t = 2\,\mathrm{s}$:

$$\Phi(2\,\mathrm{s}) = 8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Wb/s} \cdot 2\,\mathrm{s} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Wb}.$$

Para determinar la f.e.m. inducida, aplicamos la ley de Faraday:

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = 8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Wb/s}.$$

Por ende, la f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon(t) = -8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{V}.$$

Observamos que la f.e.m. inducida es constante en el tiempo.

Por lo tanto, el flujo magnético es $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Wb y la f.e.m. inducida es $-8 \cdot 10^{-5}$ V en el tiempo $t = 2$ s.

b) **Cuando el campo magnético es $B(t) = 3 \cdot 10^{-3} \cos(3\pi t)$, donde B está en T y t está en s.**

Nuevamente, calculamos el flujo magnético:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S = \big(3 \cdot 10^{-3} \cos(3\pi t)\big) \cdot 0{,}04\,\mathrm{m}^2 = 1{,}2 \cdot 10^{-4} \cos(3\pi t)\,\mathrm{Wb}.$$

Evaluando en $t = 2\,\mathrm{s}$:

$$\Phi(2\,\mathrm{s}) = 1{,}2 \cdot 10^{-4} \cos(6\pi)\,\mathrm{Wb} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Wb}.$$

Para la f.e.m. inducida, aplicamos:

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -S\frac{dB(t)}{dt}.$$

Calculamos la derivada del campo magnético:

$$\frac{dB(t)}{dt} = -3 \cdot 10^{-3} \cdot 3\pi \sin(3\pi t) = -9\pi \cdot 10^{-3} \sin(3\pi t).$$

Entonces, la f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon(t) = -S\left(-9\pi \cdot 10^{-3} \sin(3\pi t)\right) = 0{,}04 \cdot 9\pi \cdot 10^{-3} \sin(3\pi t) = 3{,}6\pi \cdot 10^{-4} \sin(3\pi t)\,\mathrm{V}.$$

Evaluando en $t = 2\,\mathrm{s}$:

$$\varepsilon(2\,\mathrm{s}) = 3{,}6\pi \cdot 10^{-4} \sin(6\pi)\,\mathrm{V}.$$

Como $\sin(6\pi) = 0$, entonces:

$$\varepsilon(2\,\mathrm{s}) = 0\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, en $t = 2\,\mathrm{s}$, el flujo magnético es $1{,}2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Wb}$ y la f.e.m. inducida es $0\,\mathrm{V}$.

Madrid, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Una carga puntual de 2 μC se encuentra situada en el origen de coordenadas.

a) **Aplicando el teorema de Gauss, obtenga el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de 10 mm de diámetro centrada en el origen.**
b) **Utilizando el valor del flujo obtenido en el apartado anterior, calcule el módulo del campo eléctrico en puntos situados a 5 mm de la carga.**

Dato: Permitividad eléctrica del vacío, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C^2\,N^{-1}m^{-2}}$.

Solución:

a) **Aplicando el teorema de Gauss, obtenga el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de 10 mm de diámetro centrada en el origen.**

Según el Teorema de Gauss, el flujo eléctrico Φ a través de una superficie cerrada es:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0},$$

donde Q_{enc} es la carga encerrada por la superficie y ε_0 es la permitividad eléctrica del vacío. Dado que la esfera de diámetro $10\,\text{mm}$ (radio $r = 5\,\text{mm} = 5 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$) está centrada en el origen y contiene la carga puntual $Q = 2\,\mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6}\,\text{C}$, el flujo es:

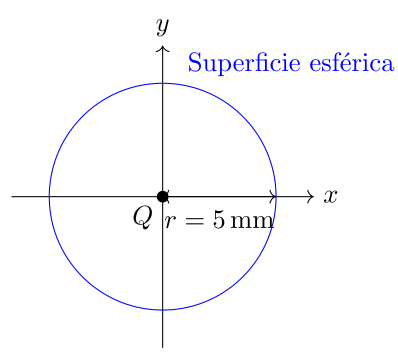
$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-6}\,\text{C}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2}} = 2{,}26 \cdot 10^5\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{C}^{-1},$$

siendo positivo pues la carga interior es positiva y el campo es saliente.

Por lo tanto, el flujo eléctrico a través de la superficie esférica es $\boldsymbol{\Phi = 2{,}26 \cdot 10^5\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}}$.

b) **Utilizando el valor del flujo obtenido en el apartado anterior, calcule el módulo del campo eléctrico en puntos situados a 5 mm de la carga.**

Observamos que los puntos situados a 5 mm de la carga se encuentran sobre la siguiente superficie (vista de perfil):



El flujo eléctrico también puede expresarse como:

$$\Phi = E \cdot S,$$

donde E es el módulo del campo eléctrico en la superficie y S es el área de la superficie esférica de radio $r = 5\,\text{mm}$. Calculamos el área de la esfera:

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi(5 \cdot 10^{-3}\,\text{m})^2 = 3{,}14 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2.$$

Despejamos E de la ecuación del flujo:

$$E = \frac{\Phi}{S} = \frac{2{,}26 \cdot 10^5\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}}{3{,}14 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2}} = 7{,}19 \cdot 10^8\,\mathrm{N\,C^{-1}}.$$

Por lo tanto, el módulo del campo eléctrico a 5 mm de la carga es $\boldsymbol{E = 7{,}19 \cdot 10^8\,\mathrm{N\,C^{-1}}}$.

Pregunta 3. Opción B

Un hilo conductor rectilíneo indefinido situado a lo largo del eje x transporta una corriente de 25 A en sentido positivo del eje. Obtenga:

a) **El campo magnético creado en un punto situado en $(0, 5, 0)$ cm.**
b) **La fuerza magnética que experimenta un electrón cuando está en la posición $(0, 5, 0)$ cm y tiene una velocidad de $1000\,\mathrm{m\ s^{-1}}$ en sentido positivo del eje y.**

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

a) **El campo magnético creado en un punto situado en $(0, 0, 1)$ m.**

El campo magnético creado por un hilo conductor rectilíneo infinito en un punto situado a una distancia d del hilo se calcula mediante la fórmula:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d},$$

donde:
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}}$ es la permeabilidad magnética del vacío,
- $I = 25\,\mathrm{A}$ es la corriente que circula por el hilo,
- $d = 5\,\mathrm{cm} = 5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$ es la distancia desde el hilo hasta el punto considerado.

Sustituyendo los valores:

$$B = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(25\,\mathrm{A})}{2\pi(5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})} = 1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}.$$

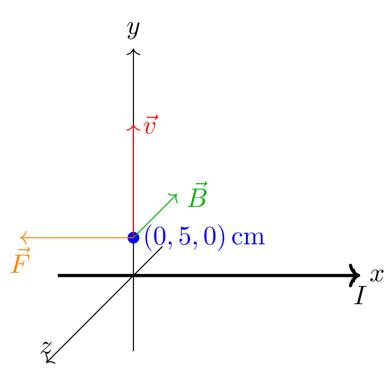
La dirección del campo magnético se determina mediante la regla de la mano derecha, y en este caso, apunta en la dirección positiva del eje z, es decir, $\vec{k}$. Entonces,

$$\vec{B} = 1 \cdot 10^{-4}\,\vec{k}\,\mathrm{T}.$$

Por lo tanto, el campo magnético es $\vec{B} = 1 \cdot 10^{-4}\,\vec{k}\,\mathrm{T}$.

b) **La fuerza magnética que experimenta un electrón cuando está en la posición $(0, 5, 0)$ cm y tiene una velocidad de $1000\,\mathrm{m\ s^{-1}}$ en sentido positivo del eje y.**

Representamos gráficamente las condiciones del enunciado:



La fuerza magnética que experimenta una carga en movimiento en un campo magnético se calcula con la Ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:

- $q = -e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C (la carga del electrón es negativa),
- $\vec{v} = v\,\vec{j} = 1000\,\vec{j}$ m/s,
- $\vec{B} = 1 \cdot 10^{-4}\,\vec{k}$ T.

Entonces,

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot 10^{-4} \end{vmatrix} = -1.6 \cdot 10^{-20}\,\vec{i}\,\mathrm{N}.$$

Por lo tanto, la fuerza magnética es $-1.6 \cdot 10^{-20}\,\vec{i}$ N.

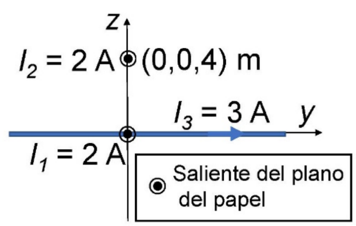
Madrid, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Se tienen tres hilos indefinidos de corriente. Los hilos de intensidades $I_1 = 2$ A e $I_2 = 2$ A son paralelos al eje x y pasan por los puntos $(0, 0, 0)$ y $(0, 0, 4)$ m, respectivamente. El tercer hilo, con una intensidad $I_3 = 3$ A pasa por el origen de coordenadas y es paralelo al eje y. En todos los casos la corriente va en el sentido positivo de los ejes. Calcule:

a) **El campo magnético total creado por los tres hilos en el punto $(0, 0, 2)$ m.**
b) **La fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el hilo de intensidad I_1 sobre el hilo de intensidad I_2. ¿La fuerza es atractiva o repulsiva?**

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N A^{-2}.



Solución:

a) **El campo magnético total creado por los tres hilos en el punto $(0, 0, 2)$ m.**

La expresión del campo magnético creado por un hilo de corriente infinito es:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\vec{\phi},$$

donde:
- μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío,
- I es la intensidad de la corriente,
- r es la distancia desde el hilo al punto de interés,
- $\vec{u}_\phi$ es el vector unitario en la dirección azimutal, determinado por la regla de la mano derecha.

Analizamos cada hilo por separado en el punto $(0, 0, 2)$ m:
Hilo 1: $I_1 = 2$ A, paralelo al eje x, ubicado en $(0, 0, 0)$.

$$r_1 = 2\,\text{m}, \quad \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}\,\vec{u}_\phi^{(1)} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 2}\,(-\vec{j}) = -2 \cdot 10^{-7}\,\vec{j}\,\text{T},$$

ya que la dirección del campo es hacia el eje $-y$.

Hilo 2: $I_2 = 2$ A, paralelo al eje x, ubicado en $(0, 0, 4)$ m.

$$r_2 = 2\,\text{m}, \quad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}\,\vec{u}_\phi^{(2)} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 2}\,\vec{j} = 2 \cdot 10^{-7}\,\vec{j}\,\text{T},$$

pues la dirección del campo es hacia el eje $+y$.

Hilo 3: $I_3 = 3$ A, paralelo al eje y, ubicado en $(0, 0, 0)$.

$$r_3 = 2\,\text{m}, \quad \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi r_3}\,\vec{u}_\phi^{(3)} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 2}\,\vec{i} = 3 \cdot 10^{-7}\,\vec{i}\,\text{T},$$

dado que la dirección del campo es hacia el eje $+x$.

El campo magnético total en el punto $(0, 0, 2)$ m es

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = (-2 \cdot 10^{-7}\,\vec{j}) + (2 \cdot 10^{-7}\,\vec{j}) + (3 \cdot 10^{-7}\,\vec{i}) = 3 \cdot 10^{-7}\,\vec{i}\,\text{T}.$$

Por lo tanto, el campo magnético total en el punto $(0, 0, 2)$ m es $\vec{B}_{\text{total}} = 3 \cdot 10^{-7}\,\vec{i}\,\text{T}$.

b) **La fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el hilo de intensidad I_1 sobre el hilo de intensidad I_2. ¿La fuerza es atractiva o repulsiva?**

La fuerza magnética por unidad de longitud entre dos hilos paralelos se calcula mediante:

$$\frac{\vec{F}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\,\vec{n},$$

donde:
- μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío,
- I_1 e I_2 son las intensidades de las corrientes,
- d es la distancia entre los hilos,
- $\vec{n}$ es el vector unitario que indica la dirección de la fuerza.

Para los hilos I_1 e I_2, ambos paralelos al eje x y separados por una distancia $d = 4$ m:

$$\frac{F}{L} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 2}{2\pi \cdot 4} = 2 \cdot 10^{-7}\,\text{N/m}.$$

Dado que las corrientes en ambos hilos son en la misma dirección (positiva del eje x), la fuerza es atractiva, es decir, los hilos se atraen entre sí. Además, se tiene que $\vec{n} = -\vec{k}$ usando la regla de la mano derecha.

Por lo tanto, la fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el hilo I_1 sobre el hilo I_2 es $-2 \cdot 10^{-7}, \vec{k}$ N/m y es atractiva.

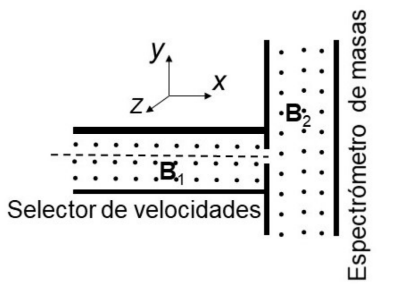
Pregunta 3. Opción B

Un espectrómetro de masas es un dispositivo que mide la masa de los iones y cuyo esquema se muestra en la figura. Consta de un selector de velocidades, en el que, mediante un campo eléctrico y un campo magnético mutuamente perpendiculares, se seleccionan únicamente los iones que viajan en línea recta paralela al eje x de la figura y con un valor determinado de la velocidad. A continuación, los iones pasan a una segunda región con un campo magnético perpendicular a la velocidad de los iones, de forma que éstos realizan una trayectoria circular. En el experimento se usan iones positivos de oxígeno $^{18}O^{+}$ cuya masa es $2,7\cdot 10^{-26}$ kg y su carga es $+e$. En el selector de velocidades los campos eléctrico y magnético son $\vec{E} = 4,0\cdot 10^{5}\,\vec{j}$ V m^{-1} y $\vec{B_1} = 2\,\vec{k}$ T. El campo magnético en la segunda región del espectrómetro de masas es $\vec{B_2} = 5\,\vec{k}$ T. Calcule:

a) **La velocidad de los iones de oxígeno que viajan en línea recta a lo largo del eje x en el selector de velocidades.**

b) **El radio de la órbita circular descrita por los iones en la segunda región del espectrómetro de masas donde el campo magnético es B_2.**

Dato: Valor absoluto de la carga de electrón, $e = 1,6\cdot 10^{-19}$ C.



Solución:

a) **La velocidad de los iones de oxígeno que viajan en línea recta a lo largo del eje x en el selector de velocidades.**

En el selector de velocidades, los campos eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}_1$ están mutuamente perpendiculares. Para que los iones viajen en línea recta, la fuerza eléctrica debe cancelar a la fuerza magnética:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = \vec{0},$$

donde

$$\vec{F}_E = q\vec{E} \quad \text{y} \quad \vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B}_1.$$

Considerando las direcciones de los campos:
- $\vec{E} = 4{,}0\cdot 10^{5}\,\vec{j}\,\mathrm{V/m}$ (en dirección positiva del eje y),
- $\vec{B}_1 = 2\,\vec{k}\,\mathrm{T}$ (en dirección positiva del eje z).

La velocidad $\vec{v}$ de los iones que viajan en línea recta debe ser paralela al eje x, es decir, $\vec{v} = v_x\vec{i}$. Entonces, el producto cruzado $\vec{v}\times\vec{B}_1$ es:

$$\vec{v}\times\vec{B}_1 = v_x\vec{i}\times B_1\vec{k} = v_xB_1(\vec{i}\times\vec{k}) = v_xB_1(-\vec{j}).$$

La condición para que los iones viajen en línea recta es:

$$q\vec{E} + q(\vec{v}\times\vec{B}_1) = \vec{0} \quad\Rightarrow\quad \vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}_1 = \vec{0}.$$

Sustituyendo:

$$4{,}0\cdot 10^{5}\,\vec{j} - v_x\cdot 2\,\vec{j} = \vec{0}.$$

Igualando las componentes:

$$4{,}0 \cdot 10^5 - 2v_x = 0 \quad \Rightarrow \quad 2v_x = 4{,}0 \cdot 10^5 \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{4{,}0 \cdot 10^5}{2} = 2{,}0 \cdot 10^5 \,\mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad de los iones de oxígeno que viajan en línea recta a lo largo del eje x en el selector de velocidades es $v_x = 2{,}0 \cdot 10^5$ m/s.

b) **El radio de la órbita circular descrita por los iones en la segunda región del espectrómetro de masas donde el campo magnético es B_2.**

En la segunda región, solo actúa el campo magnético $\vec{B}_2 = 5\,\vec{k}\,\mathrm{T}$. Los iones en esta región realizan una trayectoria circular debido a la fuerza magnética:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}_2.$$

Para una órbita circular, la fuerza centrípeta es igual a la magnitud de la fuerza magnética:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB_2 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv}{qB_2}.$$

Se tienen los siguientes valores:

- Masa del ion de oxígeno $^{18}O^{+}$: $m = 2{,}7 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$,
- Velocidad $v = 2{,}0 \cdot 10^5\,\mathrm{m/s}$ (del apartado anterior),
- Carga del ion $q = +e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$,
- Campo magnético $\vec{B}_2 = 5\,\vec{k}\,\mathrm{T}$.

Sustituyendo en la fórmula del radio:

$$r = \frac{2{,}7 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg} \cdot 2{,}0 \cdot 10^5\,\mathrm{m/s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 5\,\mathrm{T}} = 0{,}67\,\mathrm{cm}.$$

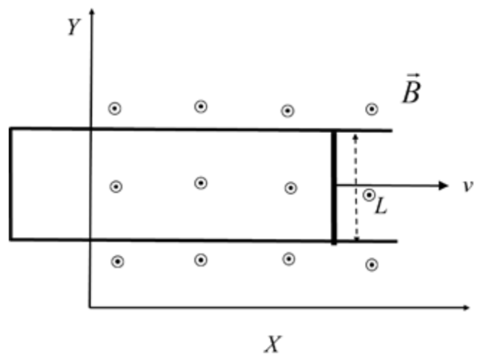
Por lo tanto, el radio de la órbita circular descrita por los iones en la segunda región del espectrómetro de masas es $r = 0{,}67$ cm.

Madrid, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Una barra conductora, de 30 cm de longitud y paralela al eje y, se mueve en el plano xy con una velocidad en el sentido positivo del eje x. La barra se mueve sobre unos rieles conductores paralelos en forma de U (ver figura). Perpendicular al plano, hay un campo magnético uniforme $10^{-3}\,\vec{k}$ T. Halle la fuerza electromotriz inducida en la barra en función del tiempo en los siguientes casos:

a) **La velocidad de la barra es constante e igual a $10^2\,\vec{i}$ m/s.**
b) **La barra parte del reposo y su aceleración es constante e igual a $5\,\vec{i}$m/s^2.**



Solución:

a) **La velocidad de la barra es constante e igual a $10^2\,\vec{i}$ m/s.**

La fuerza electromotriz (ε) inducida en una barra conductora que se mueve en un campo magnético se puede calcular utilizando la Ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt},$$

donde Φ es el flujo magnético a través del circuito formado por la barra y los rieles. Dado que la barra se mueve con una velocidad constante $\vec{v} = 10^2\,\vec{i}\,$m/s, el flujo magnético cambia debido al desplazamiento de la barra en el campo magnético $\vec{B} = 10^{-3}\,\vec{k}\,$T.

El flujo magnético Φ se expresa como:

$$\Phi = B \cdot A = B \cdot l \cdot (x_0 + vt),$$

donde:
- $B = 10^{-3}\,$T es la magnitud del campo magnético,
- $l = 0,3\,$m es la longitud de la barra,
- x_0 es la posición inicial de la barra en el eje x,
- $v = 10^2\,$m/s es la velocidad constante de la barra.

Derivando el flujo respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot l \cdot \frac{d}{dt}(x_0 + vt) = B \cdot l \cdot v.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -B \cdot l \cdot v = -10^{-3} \cdot 0,3 \cdot 10^2 = -0,03\,\text{V},$$

donde el signo negativo, según la Ley de Lenz, indica que la corriente inducida se opone a la causa que la originó (la variación de flujo en este caso).

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en la barra es $\varepsilon = -0,03\,\mathrm{V}$.

b) La barra parte del reposo y su aceleración es constante e igual a $5\,\vec{\imath}\mathrm{m/s^2}$.

En este caso, la barra parte del reposo y adquiere una aceleración constante $\vec{a} = 5\,\vec{\imath}\,\mathrm{m/s^2}$. La velocidad de la barra en función del tiempo es:

$$v(t) = a \cdot t = 5 \cdot t.$$

El flujo magnético Φ ahora es:

$$\Phi = B \cdot l \cdot (x_0 + \frac{1}{2}at^2).$$

Derivando el flujo respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot l \cdot \frac{d}{dt}\left(x_0 + \frac{1}{2}at^2\right) = B \cdot l \cdot (at).$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -B \cdot l \cdot a \cdot t = -10^{-3} \cdot 0{,}3 \cdot 5 \cdot t = -1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot t\,\mathrm{V}.$$

De nuevo, el signo nos indica que la fuerza electromotriz se opone a la variación de flujo.

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en la barra es $\varepsilon(t) = -1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot t\,\mathrm{V}$.

Pregunta 3. Opción B

Se tienen cuatro cargas cuyo valor absoluto es $|q| = 1 \cdot 10^{-6}$ C, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a = 30$ cm, que está en el plano xy. Dos de ellas son positivas y están en los puntos $(0, 0)$ y (a, a). Las otras dos son negativas y están situadas en los puntos $(0, a)$ y $(a, 0)$. Calcule:

a) **La fuerza que se ejerce sobre la carga $+q$ situada en el punto (a, a) debida a las otras tres.**
b) **La energía potencial de la carga situada en el origen de coordenadas debida a las otras tres.**

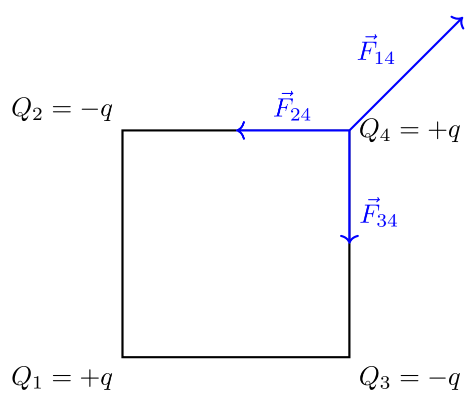
Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2}.

Solución:

a) **La fuerza que se ejerce sobre la carga $+q$ situada en el punto (a, a) debida a las otras tres.**

Para determinar la fuerza que se ejerce sobre la carga positiva $+q$ situada en el punto (a, a) debido a las otras tres cargas, aplicamos la Ley de Coulomb y el principio de superposición de fuerzas. Las posiciones de las cargas son las siguientes:

- $Q_1 = +q$ en $(0, 0)$,
- $Q_2 = -q$ en $(0, a)$,
- $Q_3 = -q$ en $(a, 0)$,
- $Q_4 = +q$ en (a, a)) (carga sobre la cual se calcula la fuerza).



La fuerza eléctrica ejercida por una carga Q sobre otra carga q se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\vec{F} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r,$$

donde:

- $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2} es la constante de Coulomb,
- r es la distancia entre las cargas,
- $\vec{u}_r$ es el vector unitario en la dirección de la línea que une las cargas.

Ahora, calculamos las fuerzas individuales:

- Fuerza ejercida por $Q_1 = +q$ en $(0, 0)$ sobre $Q_4 = +q$ en (a, a):
  La distancia entre Q_1 y Q_4 es:
  $$r_{14} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$
  La dirección de la fuerza es repulsiva, ya que ambas son positivas. El vector unitario en esta dirección es:
  $$\vec{u}_{14} = \frac{(a-0)\vec{i} + (a-0)\vec{j}}{a\sqrt{2}} = \frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}}.$$
  La magnitud de la fuerza es:
  $$F_{14} = K \cdot \frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2} = K \cdot \frac{q^2}{2a^2}.$$

Por lo tanto, la fuerza vectorial es:

$$\vec{F}_{14} = F_{14} \cdot \vec{u}_{14} = K \cdot \frac{q^2}{2a^2} \cdot \left(\frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} \right) = \frac{Kq^2}{2a^2\sqrt{2}}(\vec{i} + \vec{j}).$$

– Fuerza ejercida por $Q_2 = -q$ en $(0, a)$ sobre $Q_4 = +q$ en (a, a):
La distancia entre Q_2 y Q_4 es:

$$r_{24} = a.$$

La dirección de la fuerza es hacia Q_2 (atractiva, ya que son cargas opuestas). El vector unitario en esta dirección es:

$$\vec{u}_{24} = \frac{(0 - a)\vec{i} + (a - a)\vec{j}}{a} = -\vec{i}.$$

La magnitud de la fuerza es:

$$F_{24} = K \cdot \frac{q^2}{a^2}.$$

Por lo tanto, la fuerza vectorial es:

$$\vec{F}_{24} = F_{24} \cdot \vec{u}_{24} = K \cdot \frac{q^2}{a^2} \cdot (-\vec{i}) = -K \cdot \frac{q^2}{a^2}\vec{i}.$$

– Fuerza ejercida por $Q_3 = -q$ en $(a, 0)$ sobre $Q_4 = +q$ en (a, a):
La distancia entre Q_3 y Q_4 es:

$$r_{34} = a.$$

La dirección de la fuerza es hacia Q_3 (atractiva, ya que son cargas opuestas). El vector unitario en esta dirección es:

$$\vec{u}_{34} = \frac{(a - a)\vec{i} + (0 - a)\vec{j}}{a} = -\vec{j}.$$

La magnitud de la fuerza es:

$$F_{34} = K \cdot \frac{q^2}{a^2}.$$

Por lo tanto, la fuerza vectorial es:

$$\vec{F}_{34} = F_{34} \cdot \vec{u}_{34} = K \cdot \frac{q^2}{a^2} \cdot (-\vec{j}) = -K \cdot \frac{q^2}{a^2}\vec{j}.$$

A continuación, aplicamos el principio de superposición. Para ello, sumamos las fuerzas vectoriales para obtener la fuerza total sobre Q_4:

$$\vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}.$$

Sustituyendo los valores calculados:

$$\vec{F}_{\text{Total}} = \frac{Kq^2}{2a^2\sqrt{2}}(\vec{i} + \vec{j}) - K \cdot \frac{q^2}{a^2}\vec{i} - K \cdot \frac{q^2}{a^2}\vec{j} = \frac{Kq^2}{2\sqrt{2}a^2}\vec{i} + \frac{Kq^2}{2\sqrt{2}a^2}\vec{j} - \frac{Kq^2}{a^2}\vec{i} - \frac{Kq^2}{a^2}\vec{j}.$$

Agrupando:

$$\vec{F}_{\text{Total}} = \left(\frac{Kq^2}{2\sqrt{2}a^2} - \frac{Kq^2}{a^2} \right)\vec{i} + \left(\frac{Kq^2}{2\sqrt{2}a^2} - \frac{Kq^2}{a^2} \right)\vec{j}.$$

Calculando numéricamente:

$$\vec{F}_{\text{Total}} = -6,46 \cdot 10^4\,\vec{i} - 6,46 \cdot 10^4\,\vec{j}\ \text{N}.$$

Por lo tanto, la fuerza que se ejerce sobre la carga $+q$ situada en el punto (a, a) es $\vec{F}_{\text{Total}} = -6,46 \cdot 10^4\,\vec{i} - 6,46 \cdot 10^4\,\vec{j}$ N.

b) La energía potencial de la carga situada en el origen de coordenadas debida a las otras tres.

Dado que el campo electrostático es un campo conservativo, se puede definir una energía potencial: la energía potencial (E_p) es aquella que tiene una determinada carga por encontrarse bajo la influencia de otra u otras cargas. La energía potencial se puede encontrar a partir el potencial (V) que cada carga genera sobre la carga q_1:

$$E_p = K \cdot \frac{q \cdot Q}{r} = V \cdot q.$$

Hallamosel valor del potencial total (V_T) sobre la carga q_1, mediante el principio de superposición:

$$V_T = V_2 + V_3 + V_4 = K \cdot \frac{q_2}{r} + K \cdot \frac{q_3}{r} + K \cdot \frac{q_4}{r}.$$

Consideramos las posiciones y signos de las cargas:
- $q_2 = -q$ en $(0, a)$,
- $q_3 = -q$ en $(a, 0)$,
- $q_4 = +q$ en (a, a).

Las distancias desde q_1 hasta cada carga son:
- $r_{12} = a$,
- $r_{13} = a$,
- $r_{14} = a\sqrt{2}$.

Sustituyendo en la fórmula del potencial total:

$$\begin{aligned} V_T &= K \cdot \frac{-q}{a} + K \cdot \frac{-q}{a} + K \cdot \frac{+q}{a\sqrt{2}} = -\frac{Kq}{a} - \frac{Kq}{a} + \frac{Kq}{a\sqrt{2}} = -\frac{2Kq}{a} + \frac{Kq}{a\sqrt{2}} \\ &= -\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0{,}3} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0{,}3 \cdot \sqrt{2}} = -3{,}88 \cdot 10^4\,\text{V}. \end{aligned}$$

Finalmente, obtenemos el valor de la energía potencial:

$$E_p = V_T \cdot q = -3{,}88 \cdot 10^4\,\text{V} \cdot 1 \cdot 10^{-6}\,\text{C} = -3{,}88 \cdot 10^{-2}\,\text{J}.$$

Por lo tanto, la energía potencial de la carga situada en el origen de coordenadas debida a las otras tres es $\boldsymbol{E_p = -3{,}88 \cdot 10^{-2}\,\textbf{J}}$.

Madrid, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta 3. Opción A

Dos cargas eléctricas puntuales A y B de valores $q_A = +5$ nC y $q_B = -5$ nC, están situadas en el plano xy en las posiciones $(-4, 0)$ cm y $(4, 0)$ cm, respectivamente. Determine el potencial eléctrico y el campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en:

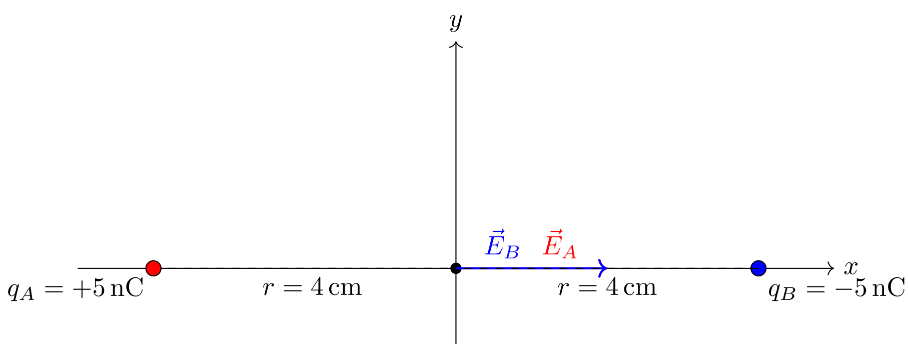
a) **El origen de coordenadas.**
b) **El punto del plano $(0, 3)$ cm.**

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2}.

Solución:

a) **El origen de coordenadas.**

Las cargas q_A y q_B están situadas simétricamente respecto al origen. Utilizaremos el principio de superposición para calcular el campo eléctrico total y el potencial eléctrico en el origen:



El campo eléctrico generado por una carga puntual está dado por:

$$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r,$$

donde:
- $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2} es la constante de Coulomb,
- Q es la carga,
- r es la distancia entre la carga y el punto de interés,
- $\vec{u}_r$ es el vector unitario en la dirección del campo.

Calculamos el campo eléctrico debido a cada carga en el origen:

$$\vec{E}_A = K\frac{q_A}{r_A^2}\vec{u}_A = 9 \cdot 10^9\,\frac{5 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}}{(0{,}04\,\mathrm{m})^2}\vec{i} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0{,}0016}\vec{i} = 28{,}125 \cdot 10^3\,\vec{i}\,\mathrm{N/C},$$

$$\vec{E}_B = K\frac{q_B}{r_B^2}\vec{u}_B = 9 \cdot 10^9\,\frac{-5 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}}{(0{,}04\,\mathrm{m})^2}(-\vec{i}) = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-5) \cdot 10^{-9}}{0{,}0016}(-\vec{i}) = 28{,}125 \cdot 10^3\,\vec{i}\,\mathrm{N/C}.$$

Aplicando el principio de superposición:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 28{,}125 \cdot 10^3\,\vec{i}\,\mathrm{N/C} + 28{,}125 \cdot 10^3\,\vec{i}\,\mathrm{N/C} = 5{,}625 \cdot 10^4\,\vec{i}\,\mathrm{N/C}.$$

El potencial eléctrico debido a una carga puntual está dado por:

$$V = K\frac{Q}{r}.$$

Calculamos el potencial debido a cada carga en el origen:

$$V_A = K\frac{q_A}{r_A} = 9\cdot 10^9\,\frac{5\cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}}{0{,}04\,\mathrm{m}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 5\cdot 10^{-9}}{0{,}04} = 1125\,\mathrm{V},$$

$$V_B = K\frac{q_B}{r_B} = 9\cdot 10^9\,\frac{-5\cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}}{0{,}04\,\mathrm{m}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot(-5)\cdot 10^{-9}}{0{,}04} = -1125\,\mathrm{V}.$$

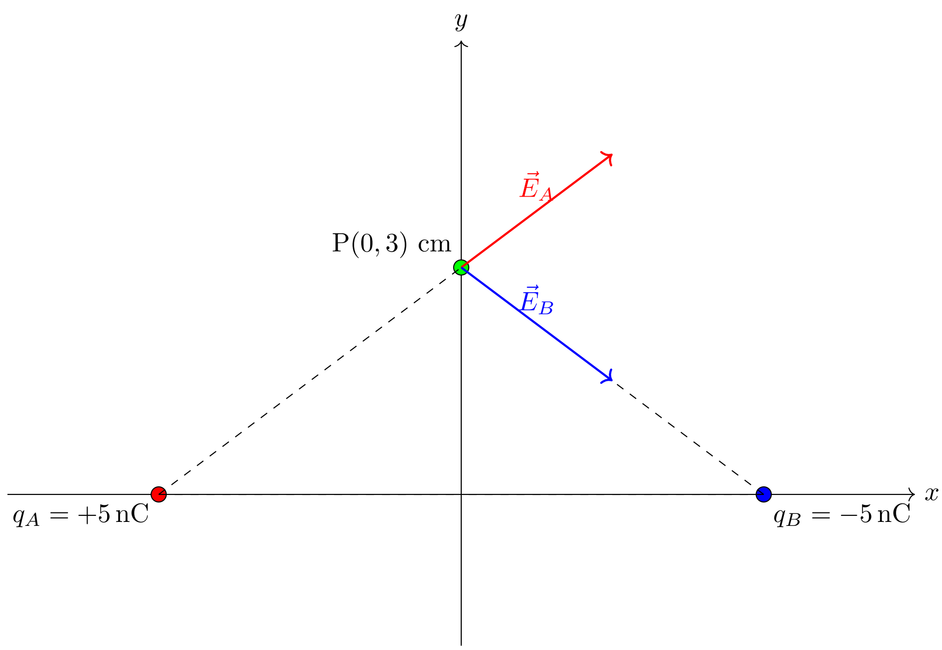
Aplicando el principio de superposición:

$$V_{\text{total}} = V_A + V_B = 1125\,\mathrm{V} + (-1125\,\mathrm{V}) = 0\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, en el origen de coordenadas, el campo eléctrico total es $\vec{E}_{\text{total}} = 5{,}625\cdot 10^4\,\vec{i}\,\mathrm{N/C}$ y el potencial eléctrico es $V_{\text{total}} = 0\,\mathrm{V}$.

b) El punto del plano $(0,3)$ cm.

En este caso, el punto de interés no está en la línea que une a las cargas, por lo que debemos considerar las componentes vectoriales del campo eléctrico:



Hallamos la distancia desde las cargas hasta el punto P:

$$r_A = r_B = \sqrt{(4\cdot 10^{-2})^2 + (3\cdot 10^{-2})^2} = 0{,}05\,\mathrm{m}.$$

Para caluclar el valor del campo eléctrico, aplicamos la Ley de Coulomb para cada carga:

$$E_A = K\frac{|q_A|}{r_A^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{5\cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}}{(0{,}05\,\mathrm{m})^2} = 18000\,\mathrm{N/C},$$

$$E_B = K\frac{|q_B|}{r_B^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{5\cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}}{(0{,}05\,\mathrm{m})^2} = 18000\,\mathrm{N/C}.$$

Dado que las direcciones de los campos son diferentes, debemos considerar sus componentes vectoriales.

$$\vec{E}_A = 18000\,\mathrm{N/C}\cdot\left(\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}\right) = 14400\,\vec{i} + 10800\,\vec{j}\ \mathrm{N/C},$$

$$\vec{E}_B = 18000\,\mathrm{N/C} \cdot \left(\frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j}\right) = 14400\,\vec{i} - 10800\,\vec{j}\ \mathrm{N/C}.$$

Aplicando el principio de superposición:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = (14400 + 14400)\,\vec{i} + (10800 - 10800)\,\vec{j} = 2,88 \cdot 10^4\,\vec{i}\ \mathrm{N/C}.$$

Finalmente, calculamos el potencial eléctrico en P:

$$V = V_A + V_B = K\frac{q_A}{r_A} + K\frac{q_B}{r_B} = 9 \cdot 10^9\,\frac{5 \cdot 10^{-9}}{0{,}05} + 9 \cdot 10^9\,\frac{-5 \cdot 10^{-9}}{0{,}05} = 900\,\mathrm{V} - 900\,\mathrm{V} = 0\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, en (0, 3) m, el campo eléctrico total es $\boldsymbol{\vec{E}_{\text{total}} = 2{,}88 \cdot 10^4\,\vec{i}\ \mathrm{N/C}\,\vec{i}}$ y el potencial eléctrico es $\boldsymbol{V_{\text{total}} = 0\,\mathrm{V}}$.

Pregunta 3. Opción B

Una espira circular de radio 6 cm, inicialmente situada en el plano xy, está inmersa en el seno de un campo magnético homogéneo dirigido hacia el sentido positivo del eje z. Calcule, para el instante $t = 7$ ms, el flujo del campo magnético en la espira y la fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:

a) **El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).**
b) **El módulo del campo magnético es constante e igual a $B = 8$ mT, y la espira gira con una velocidad angular de 60 rad/s, alrededor del eje y.**

Solución:

a) **El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).**

El flujo magnético (Φ_B) se define como la cantidad de líneas de inducción que atraviesan una superficie. Matemáticamente, se expresa como el producto escalar entre el campo magnético $\vec{B}$ y el área $\vec{S}$ de la espira:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S}.$$

Dado que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, el ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{S}$ es 0°, por lo que:

$$\Phi_B = B \cdot S \cdot \cos(0°) = B \cdot S.$$

La superficie de una espira circular de radio $r = 6\,\text{cm} = 0{,}06\,\text{m}$ es:

$$S = \pi r^2 = \pi(0{,}06\,\text{m})^2 = \pi \cdot 0{,}0036\,\text{m}^2 = 0{,}0113\,\text{m}^2.$$

Por lo tanto, el flujo magnético en función del tiempo es:

$$\Phi_B(t) = B(t) \cdot S = 3t^2 \cdot 0{,}0113\,\text{m}^2 = 0{,}0339\,t^2\,\text{Wb}.$$

Evaluando en $t = 7 \cdot 10^{-3}$ s:

$$\Phi_B(7 \cdot 10^{-3}\,\text{s}) = 0{,}0339 \cdot (7 \cdot 10^{-3})^2 = 0{,}0339 \cdot 4{,}9 \cdot 10^{-5} = 1{,}66 \cdot 10^{-6}\,\text{Wb}.$$

Para determinar la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida, utilizamos la Ley de Faraday-Lenz:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo magnético respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi_B(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(0{,}0339\,t^2\right) = 2 \cdot 0{,}0339\,t = 0{,}0678\,t.$$

Entonces, la f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E}(t) = -0{,}0678\,t.$$

Evaluando en $t = 7 \cdot 10^{-3}$ s:

$$\mathcal{E}(7 \cdot 10^{-3}\,\text{s}) = -0{,}0678 \cdot 7 \cdot 10^{-3} = -4{,}75 \cdot 10^{-4}\,\text{V}.$$

Por lo tanto, en $t = 7 \cdot 10^{-3}$ s, el flujo magnético es $1{,}66 \cdot 10^{-6}$ Wb y la f.e.m. inducida es $-4{,}75 \cdot 10^{-4}$ V.

b) El módulo del campo magnético es constante e igual a $B = 8$ mT, y la espira gira con una velocidad angular de 60 rad/s, alrededor del eje y.

En este caso, el campo magnético es constante en magnitud pero la espira está rotando, lo que hace que el ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{S}$ varíe con el tiempo. El flujo magnético se expresa como:

$$\Phi_B(t) = B \cdot S \cdot \cos(\theta(t)),$$

donde $\theta(t)$ es el ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{S}$ en el instante t. Dado que la espira gira con una velocidad angular $\omega = 60\,\text{rad/s}$, el ángulo es:

$$\theta(t) = \omega t.$$

Por lo tanto, el flujo magnético es:

$$\Phi_B(t) = B \cdot S \cdot \cos(\omega t) = 8 \cdot 10^{-3}\,\text{T} \cdot 0{,}0113\,\text{m}^2 \cdot \cos(60\,\text{rad/s} \cdot t) = 9{,}05 \cdot 10^{-5}\,\cos(60t)\,\text{Wb}.$$

Evaluando en $t = 7 \cdot 10^{-3}\,\text{s}$:

$$\Phi_B(7 \cdot 10^{-3}\,\text{s}) = 9{,}05 \cdot 10^{-5}\,\cos(60 \cdot 7 \cdot 10^{-3}) = 9{,}05 \cdot 10^{-5}\,\cos(0{,}42) = 8{,}218 \cdot 10^{-5}\,\text{Wb}.$$

Para determinar la f.e.m. inducida, aplicamos nuevamente la ley de Faraday-Lenz:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo magnético respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi_B(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\big(9{,}05 \cdot 10^{-5}\cos(60t)\big) = -9{,}05 \cdot 10^{-5} \cdot 60\sin(60t) = -5{,}43 \cdot 10^{-3}\sin(60t).$$

Entonces, la f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E}(t) = 5{,}43 \cdot 10^{-3}\sin(60t)\,\text{V}.$$

Evaluando en $t = 7 \cdot 10^{-3}\,\text{s}$:

$$\mathcal{E}(7 \cdot 10^{-3}\,\text{s}) = 5{,}43 \cdot 10^{-3}\sin(60 \cdot 7 \cdot 10^{-3}) = 5{,}43 \cdot 10^{-3}\sin(0{,}42) = 2{,}202 \cdot 10^{-3}\,\text{V}.$$

Por lo tanto, en $t = 7 \cdot 10^{-3}\,\text{s}$, el flujo magnético es $8{,}218 \cdot 10^{-5}$ Wb y la f.e.m. inducida es $2{,}202 \cdot 10^{-3}$ V.

Andalucía, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta B. Opción 1

a) Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:

i. ¿Puede ser nulo el flujo magnético a través de una espira colocada en una región en la que existe un campo magnético?

ii. El hecho de que la f.e.m. inducida en una espira sea nula en un instante determinado, ¿implica que no hay flujo magnético en la espira en ese instante?

b) Una bobina formada por 100 espiras circulares de radio 5 cm está situada en el interior de un campo magnético uniforme dirigido en la dirección del eje de la bobina y de módulo $B(t) = 0,1 - 0,1\,t^2$ (S.I.). Determine:

i. el flujo magnético en la bobina para $t = 2\,\mathrm{s}$.

ii. la fuerza electromotriz inducida en la bobina para $t = 2\,\mathrm{s}$.

iii. el instante de tiempo en el que la fuerza electromotriz inducida es nula.

Solución:

a) Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:

i. ¿Puede ser nulo el flujo magnético a través de una espira colocada en una región en la que existe un campo magnético?

Sí, el flujo magnético a través de una espira puede ser nulo aunque exista un campo magnético en la región. El flujo magnético Φ_B está dado por:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta,$$

donde:

* B es el módulo del campo magnético,
* S es el área de la espira,
* θ es el ángulo entre el campo magnético y el vector normal a la superficie de la espira.

Si la espira está orientada de modo que $\theta = 90^\circ$, entonces $\cos 90^\circ = 0$ y el flujo magnético es cero:

$$\Phi_B = B \cdot S \cdot \cos 90^\circ = 0.$$

Por lo tanto, el flujo magnético puede ser nulo si la espira está perpendicular al campo magnético.

ii. El hecho de que la f.e.m. inducida en una espira sea nula en un instante determinado, ¿implica que no hay flujo magnético en la espira en ese instante?

No necesariamente. La fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida en una espira está dada por la Ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Si la f.e.m. inducida es nula ($\mathcal{E} = 0$), esto significa que el flujo magnético a través de la espira es constante en el tiempo ($\frac{d\Phi_B}{dt} = 0$), pero el flujo magnético Φ_B puede tener cualquier valor distinto de cero.

Por lo tanto, una f.e.m. inducida nula no implica ausencia de flujo magnético, sino que el flujo es constante en ese instante.

b) **Una bobina formada por 100 espiras circulares de radio 5 cm está situada en el interior de un campo magnético uniforme dirigido en la dirección del eje de la bobina y de módulo $\boldsymbol{B(t) = 0,1 - 0,1\,t^2}$ (S.I.). Determine:**

i. **el flujo magnético en la bobina para $\boldsymbol{t = 2}$ s.**

Sabemos que

$$N = 100\,\text{espiras}, \quad r = 5\,\text{cm} = 0{,}05\,\text{m}, \quad B(t) = 0{,}1 - 0{,}1\,t^2.$$

Calculamos el área de cada espira:

$$S = \pi\,r^2 = \pi \cdot (0{,}05\,\text{m})^2 = \pi \cdot 0{,}0025\,\text{m}^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2.$$

El flujo magnético total en la bobina es:

$$\Phi(t) = N \cdot B(t) \cdot S \cdot \cos\alpha.$$

Dado que el campo magnético es paralelo al eje de la bobina, $\alpha = 0°$ y $\cos 0° = 1$:

$$\Phi(t) = N \cdot B(t) \cdot S.$$

Sustituyendo los valores:

$$\Phi(t) = 100 \cdot \left(0{,}1 - 0{,}1\,t^2\right) \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\text{Wb}.$$

Para $t = 2\,\text{s}$:

$$B(2) = 0{,}1 - 0{,}1 \cdot (2)^2 = 0{,}1 - 0{,}4 = -0{,}3\,\text{T},$$
$$\Phi(2) = 100 \cdot (-0{,}3) \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3} = -0{,}2355\,\text{Wb}.$$

Por lo tanto, el flujo magnético en la bobina para $\boldsymbol{t = 2}$ s es $\boldsymbol{-0{,}2355}$ Wb.

ii. **la fuerza electromotriz inducida en la bobina para $\boldsymbol{t = 2}$ s.**

La fuerza electromotriz inducida se calcula mediante la Ley de Faraday:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -N \cdot S \cdot \frac{dB(t)}{dt}.$$

Calculamos la derivada temporal del campo magnético:

$$\frac{dB(t)}{dt} = -0{,}1 \cdot 2t = -0{,}2t.$$

Entonces:

$$\mathcal{E}(t) = -N \cdot S \cdot (-0{,}2t) = N \cdot S \cdot 0{,}2t.$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$\mathcal{E}(t) = 100 \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2t = 0{,}157\,t\,\text{V}.$$

Para $t = 2\,\text{s}$:

$$\mathcal{E}(2) = 0{,}157 \cdot 2 = 0{,}314\,\text{V}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en la bobina para $\boldsymbol{t = 2}$ s es 0,314 V.

iii. **el instante de tiempo en el que la fuerza electromotriz inducida es nula.**

La f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E}(t) = 0{,}157\,t.$$

Para que $\mathcal{E}(t) = 0$, debe cumplirse:

$$0{,}157\,t = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 0\,\text{s}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida es nula en el instante $\boldsymbol{t = 0}$ s.

Pregunta B. Opción 2

a) **i. Explique qué es una superficie equipotencial. ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual?**
   ii. Razone el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza por una superficie equipotencial.

b) **Dos cargas puntuales iguales de valor $-1,2 \cdot 10^{-6}$ C están situadas en los puntos $A(0,8)$ m y $B(6,0)$ m. Una tercera carga de valor $-1,5 \cdot 10^{-6}$ C se sitúa en el punto $P(3,4)$ m. Calcule:**
   i. la fuerza eléctrica total ejercida sobre la carga situada en P, apoyándose en un esquema.
   ii. el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar la tercera carga desde el infinito hasta el punto P.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2}

Solución:

a) **i. Explique qué es una superficie equipotencial. ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual?**

Una superficie equipotencial es el conjunto de puntos en el espacio donde el potencial eléctrico tiene el mismo valor. Esto significa que no existe diferencia de potencial entre dichos puntos, y por lo tanto, no se realiza trabajo al mover una carga eléctrica a lo largo de esta superficie.
Para una carga puntual, el potencial eléctrico depende únicamente de la distancia r a la carga y está dado por:

$$V = \frac{K \cdot Q}{r},$$

donde K es la constante de Coulomb y Q es la carga puntual. Las superficies equipotenciales son esferas concéntricas alrededor de la carga, ya que todos los puntos que están a la misma distancia r de la carga tienen el mismo potencial.

Por lo tanto, las superficies equipotenciales de una carga puntual son esferas concéntricas con centro en la carga.

ii. Razone el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza por una superficie equipotencial.

El trabajo W realizado por la fuerza eléctrica al mover una carga q entre dos puntos es:

$$W = -q \cdot \Delta V,$$

donde ΔV es la diferencia de potencial eléctrico entre los puntos inicial y final. En una superficie equipotencial, $\Delta V = 0$ porque el potencial es constante en toda la superficie.
Por lo tanto:

$$W = -q \cdot 0 = 0.$$

Esto implica que no se realiza trabajo al mover una carga a lo largo de una superficie equipotencial, ya que la fuerza eléctrica es perpendicular al desplazamiento.

Por lo tanto, el trabajo realizado es cero cuando una carga se desplaza por una superficie equipotencial.

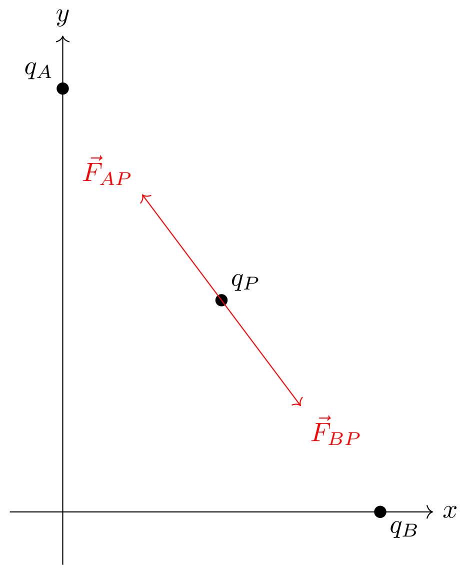
b) **Dos cargas puntuales iguales de valor $-1,2 \cdot 10^{-6}$ C están situadas en los puntos $A(0,8)$ m y $B(6,0)$ m. Una tercera carga de valor $-1,5 \cdot 10^{-6}$ C se sitúa en el punto $P(3,4)$ m. Calcule:**

i. **la fuerza eléctrica total ejercida sobre la carga situada en P, apoyándose en un esquema.**

Se tiene que

* $q_A = q_B = -1{,}2 \cdot 10^{-6}$ C,
* $q_P = -1{,}5 \cdot 10^{-6}$ C,
* $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

Gráficamente:



Las fuerzas eléctricas ejercidas por q_A y q_B sobre q_P se calculan mediante la Ley de Coulomb:

$$F = K \cdot \frac{|q_A| \cdot |q_P|}{r^2}.$$

Calculamos las distancias:

$$r_{AP} = \sqrt{(3-0)^2 + (4-8)^2} = \sqrt{9+16} = 5\,\text{m},$$
$$r_{BP} = \sqrt{(3-6)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16} = 5\,\text{m}.$$

Las magnitudes de las fuerzas son iguales debido a la simetría:

$$F = K \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}}{(5)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}8 \cdot 10^{-12}}{25} = 6{,}48 \cdot 10^{-4}\,\text{N}.$$

Las fuerzas son repulsivas (las cargas son del mismo signo), por lo que q_P es empujada en direcciones opuestas por q_A y q_B. Debido a la simetría del problema, las componentes horizontales y verticales de las fuerzas se cancelan:

$$\vec{F}_{AP} + \vec{F}_{BP} = \vec{0}.$$

Por lo tanto, la fuerza eléctrica total sobre la carga en P es cero.

ii. **el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar la tercera carga desde el infinito hasta el punto P.**

El trabajo realizado por el campo eléctrico es igual a la energía potencial eléctrica en el punto P:

$$W = -q_P \cdot V_P.$$

El potencial total en P es la suma de los potenciales debido a q_A y q_B:

$$V_P = V_A + V_B = K \cdot \left(\frac{q_A}{r_{AP}} + \frac{q_B}{r_{BP}} \right).$$

Dado que $r_{AP} = r_{BP} = 5\,\mathrm{m}$ y $q_A = q_B$:

$$V_P = 2 \cdot K \cdot \frac{q_A}{5} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-1{,}2 \cdot 10^{-6}}{5} = -4{,}32 \cdot 10^3\,\mathrm{V}.$$

Entonces, el trabajo es:

$$W = -q_P \cdot V_P = -(-1{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}) \cdot (-4{,}32 \cdot 10^3\,\mathrm{V}) = -6{,}48 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}.$$

Nótese que el trabajo es negativo, lo que indica que se requiere una fuerza externa para mover la carga q_P desde el infinito hasta P contra el campo eléctrico.

Por lo tanto, el trabajo realizado es $\mathbf{-6{,}48 \cdot 10^{-3}\,J}$.

Andalucía, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta B. Opción 1

a) **Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **En una espira circular de radio R, situada con su plano perpendicular a un campo magnético de módulo $B(t) = at + b$, siendo a y b constantes y t el tiempo, se induce una fuerza electromotriz constante.**
   ii. **Cuando se sitúa una espira en reposo en el seno de un campo magnético variable con el tiempo, siempre se induce una fuerza electromotriz.**

b) **Una espira circular de 20 cm de radio está situada en el plano XY en una región en la que hay un campo magnético variable en el tiempo $B(t) = 3t^2 - 2t$ (S.I.) en sentido negativo del eje OZ.**
   i. **Obtenga la expresión del flujo magnético en función del tiempo.**
   ii. **Calcule la fuerza electromotriz inducida para $t = 2$ s.**
   iii. **Razone el sentido de la corriente inducida en la espira.**

Solución:

a) **Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:**
   i. **En una espira circular de radio R, situada con su plano perpendicular a un campo magnético de módulo $B(t) = at + b$, siendo a y b constantes y t el tiempo, se induce una fuerza electromotriz constante.**

La fuerza electromotriz inducida en una espira está dada por la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

El flujo magnético a través de la espira es:

$$\Phi = B(t) \cdot A,$$

donde A es el área de la espira y es constante. Si $B(t) = at + b$, entonces:

$$\Phi = (at + b) \cdot A.$$

La derivada del flujo respecto al tiempo es:

$$\frac{d\Phi}{dt} = aA.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -aA.$$

Como a y A son constantes, $\mathcal{E}$ es constante.

Por lo tanto, la afirmación es verdadera, ya que se induce una fuerza electromotriz constante.

   ii. **Cuando se sitúa una espira en reposo en el seno de un campo magnético variable con el tiempo, siempre se induce una fuerza electromotriz.**

Según la ley de Faraday, una fuerza electromotriz se induce cuando hay una variación del flujo magnético con el tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Si la espira está en reposo y el campo magnético varía con el tiempo, entonces el flujo magnético también varía, y se induce una fuerza electromotriz en la espira.

Por lo tanto, la afirmación es verdadera, ya que siempre se induce una fuerza electromotriz en estas condiciones.

b) **Una espira circular de 20 cm de radio está situada en el plano XY en una región en la que hay un campo magnético variable en el tiempo $B(t) = 3t^2 - 2t$ (S.I.) en sentido negativo del eje OZ.**

i. **Obtenga la expresión del flujo magnético en función del tiempo.**

El flujo magnético a través de la espira es:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot A \cdot \cos\theta.$$

Dado que la espira está en el plano XY y el campo magnético está en sentido negativo del eje OZ, el ángulo entre el campo y el vector normal a la espira es $\theta = 180°$, por lo que $\cos\theta = -1$. El área de la espira es:

$$A = \pi R^2 = \pi(0{,}20\,\mathrm{m})^2 = \pi \cdot 0{,}04\,\mathrm{m}^2 = 0{,}04\pi\,\mathrm{m}^2.$$

Entonces, el flujo magnético es:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot A \cdot \cos\theta = B(t) \cdot A \cdot (-1) = -B(t) \cdot A.$$

Sustituyendo $B(t)$ y A:

$$\Phi(t) = -[3t^2 - 2t] \cdot 0{,}04\pi\,\mathrm{Wb} = -0{,}04\pi(3t^2 - 2t)\,\mathrm{Wb}.$$

Por lo tanto, la expresión del flujo magnético en función del tiempo es:

$$\boldsymbol{\Phi(t) = -0{,}04\pi(3t^2 - 2t)\,\mathrm{Wb}.}$$

ii. **Calcule la fuerza electromotriz inducida para $t = 2$ s.**

La fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo magnético respecto al tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\left(-0{,}04\pi(3t^2 - 2t)\right) = -\left(-0{,}04\pi \cdot (6t - 2)\right) = 0{,}04\pi(6t - 2)\,\mathrm{V}.$$

Para $t = 2$ s:

$$\mathcal{E} = 0{,}04\pi[6 \cdot 2 - 2] = 0{,}04\pi(12 - 2) = 0{,}04\pi \cdot 10 = 0{,}4\pi\,\mathrm{V}.$$

Evaluamos numéricamente:

$$\mathcal{E} = 0{,}4 \cdot 3{,}1416 = 1{,}2566\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida para $t = 2$ s es aproximadamente 1,26 V.

iii. Razone el sentido de la corriente inducida en la espira.

Según la ley de Lenz, la corriente inducida en la espira se opone al cambio de flujo magnético que la produce.
El campo magnético $B(t)$ está en sentido negativo del eje OZ, y su magnitud está dada por:

$$B(t) = 3t^2 - 2t.$$

Calculamos la derivada del campo magnético respecto al tiempo:

$$\frac{dB}{dt} = 6t - 2.$$

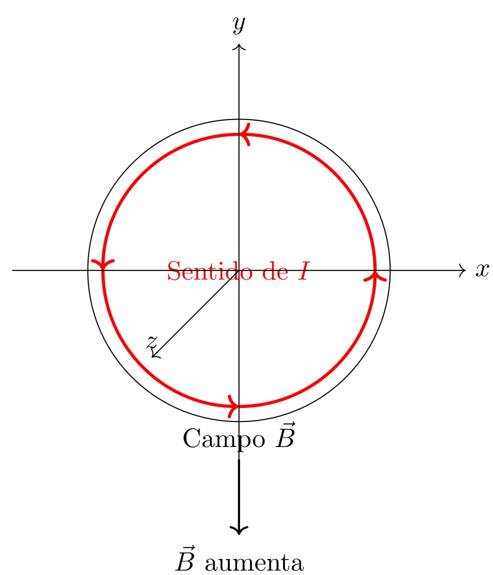
Para $t = 2$ s:

$$\frac{dB}{dt} = 6 \cdot 2 - 2 = 12 - 2 = 10\,\mathrm{T\ s^{-1}}.$$

Como $\frac{dB}{dt} > 0$, el campo magnético negativo está aumentando en magnitud (haciéndose más negativo), lo que significa que el flujo magnético negativo a través de la espira está aumentando.

Para oponerse a este incremento del flujo magnético negativo, la corriente inducida generará un campo magnético en dirección positiva del eje OZ (hacia arriba).

Utilizando la regla de la mano derecha, el sentido de la corriente inducida debe ser antihorario visto desde arriba (eje positivo OZ).



Por lo tanto, la corriente inducida en la espira circula en sentido antihorario visto desde el eje positivo OZ.

Pregunta B. Opción 2

a) **Un electrón que se mueve en línea recta penetra en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico y un campo magnético perpendiculares entre sí. Explique la relación que debe existir entre los campos y la velocidad para que la partícula continúe en trayectoria rectilínea.**

b) **Por dos conductores rectilíneos muy largos, paralelos y separados por una distancia de 2 m circulan corrientes eléctricas de 1 y 3 A. Determine, apoyándose en un esquema, a qué distancia del primer hilo se anula el campo magnético en los siguientes casos:**
   i. **las dos corrientes van en el mismo sentido.**
   ii. **las corrientes van en sentidos opuestos.**

Dato: $\boldsymbol{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}}$ **T m A^{-1}**

Solución:

a) **Un electrón que se mueve en línea recta penetra en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico y un campo magnético perpendiculares entre sí. Explique la relación que debe existir entre los campos y la velocidad para que la partícula continúe en trayectoria rectilínea.**

Para que el electrón continúe en línea recta, la fuerza neta que actúa sobre él debe ser cero. Las fuerzas que actúan son:
- Fuerza eléctrica: $\vec{F}_E = q\vec{E}$
- Fuerza magnética: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Recordemos que q es la carga del electrón ($q = -e$), $\vec{E}$ es el campo eléctrico, $\vec{v}$ es la velocidad del electrón y $\vec{B}$ es el campo magnético. Para que $\vec{F}_{\text{net}} = 0$:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0 \quad \Rightarrow \quad q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0.$$

Dividiendo ambos lados por q (no nulo):

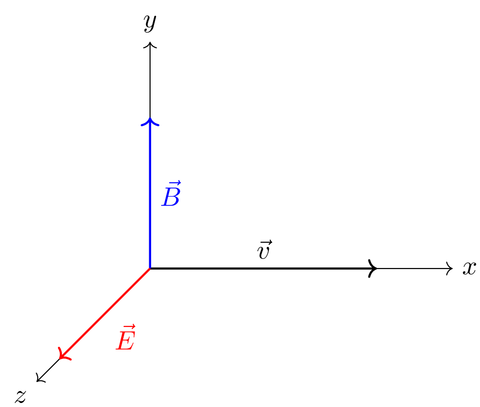
$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0.$$

Despejando el campo eléctrico:

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}.$$

Dado que $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, y $\vec{v}$ también es perpendicular a $\vec{B}$ (por el producto cruz), la magnitud del campo eléctrico es:

$$E = vB\sin\theta.$$



Como $\theta = 90°$, entonces $\sin 90° = 1$:

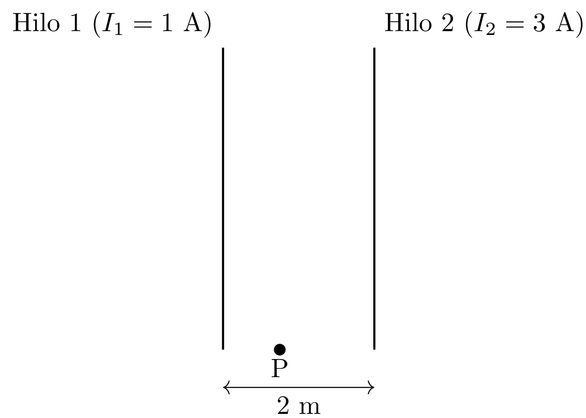
$$E = vB.$$

Por lo tanto, la relación necesaria es:

- **El campo eléctrico debe ser igual en magnitud al producto de la velocidad por el campo magnético:** $\boldsymbol{E = vB}$
- **El campo eléctrico debe estar en dirección opuesta al producto cruz $\vec{v} \times \vec{B}$.**

b) **Por dos conductores rectilíneos muy largos, paralelos y separados por una distancia de 2 m circulan corrientes eléctricas de 1 y 3 A. Determine, apoyándose en un esquema, a qué distancia del primer hilo se anula el campo magnético en los siguientes casos:**
   i. las dos corrientes van en el mismo sentido.

Representamos la situación:



Consideremos un punto P a una distancia x del Hilo 1. El campo magnético creado por un conductor rectilíneo infinito en un punto a distancia r es:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}.$$

Los campos magnéticos en P debido a los dos hilos son:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{x}, \quad B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d-x},$$

donde $d = 2$ m es la separación entre los hilos. Para corrientes en el mismo sentido, los campos magnéticos se oponen entre sí en la región entre los hilos. Por lo tanto, para que el campo magnético total sea cero en algún punto entre los hilos:

$$B_1 = B_2.$$

Sustituyendo:

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d-x}.$$

Simplificando $\frac{\mu_0}{2\pi}$:

$$\frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{d-x}.$$

Despejamos x:

$$I_1(d-x) = I_2 x \quad \Rightarrow \quad I_1 d - I_1 x = I_2 x \quad \Rightarrow \quad I_1 d = x(I_1+I_2) \quad \Rightarrow \quad x = \frac{I_1 d}{I_1+I_2}.$$

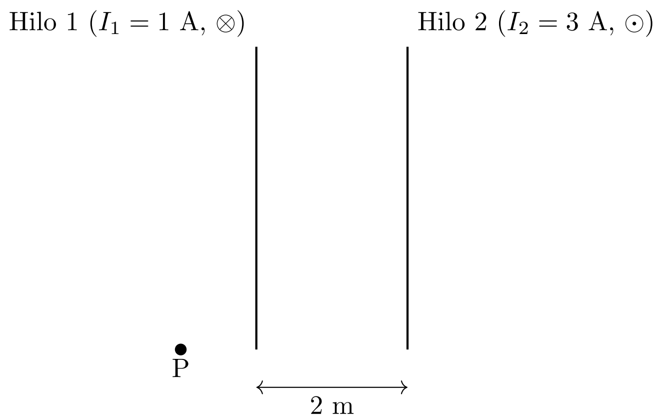
Sustituyendo los valores:

$$x = \frac{1\,\mathrm{A}\cdot 2\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{A}+3\,\mathrm{A}} = \frac{2\,\mathrm{A\ m}}{4\,\mathrm{A}} = 0{,}5\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la solución es que el campo magnético se anula a una distancia de 0,5 m del primer hilo, entre los dos hilos.

ii. las corrientes van en sentidos opuestos.

Representamos nuevamente la situación:



En este caso, las corrientes van en sentidos opuestos. Los campos magnéticos se anulan en un punto externo a los hilos, del lado del hilo con la corriente menor (I_1). Supongamos que el punto P está a una distancia x del Hilo 1, en el lado opuesto al Hilo 2. Las distancias serían:

$$r_1 = x, \quad r_2 = x+d.$$

Igualando los campos magnéticos:

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{x+d}.$$

Simplificando:

$$\frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{x+d}.$$

Despejamos x:

$$I_1(x+d) = I_2 x \quad \Rightarrow \quad I_1 x + I_1 d = I_2 x \quad \Rightarrow \quad I_1 d = (I_2-I_1)x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{I_1 d}{I_2-I_1}.$$

Sustituyendo los valores:

$$x = \frac{1\,\mathrm{A}\cdot 2\,\mathrm{m}}{3\,\mathrm{A}-1\,\mathrm{A}} = \frac{2\,\mathrm{A\ m}}{2\,\mathrm{A}} = 1\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la solución es que el campo magnético se anula a una distancia de 1 m del primer hilo, en el lado opuesto al segundo hilo.

Andalucía, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta B. Opción 1

a) En una región del espacio hay un campo eléctrico uniforme. Una carga eléctrica negativa entra en dicha región con una velocidad $\vec{v}$, en la misma dirección y sentido del campo, deteniéndose tras recorrer una distancia d. Razone si es positivo, negativo o nulo el valor de:
   i. el trabajo realizado por el campo eléctrico.
   ii. la variación de la energía cinética, potencial y mecánica.

b) Dos cargas de 2 y -3 mC se encuentran, respectivamente, en los puntos $A(0,0)$ y $B(1,1)$ m.
   i. Represente y calcule el vector campo eléctrico en el punto $C(1,0)$ m.
   ii. Calcule el trabajo necesario para trasladar una carga de 1 mC desde el punto C al punto $D(0,1)$ m.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$

Solución:

a) En una región del espacio hay un campo eléctrico uniforme. Una carga eléctrica negativa entra en dicha región con una velocidad $\vec{v}$, en la misma dirección y sentido del campo, deteniéndose tras recorrer una distancia d. Razone si es positivo, negativo o nulo el valor de:
   i. el trabajo realizado por el campo eléctrico.

La fuerza eléctrica que actúa sobre la carga es:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}.$$

Dado que la carga es negativa ($q < 0$) y el campo eléctrico $\vec{E}$ apunta en la misma dirección y sentido que la velocidad inicial, entonces la fuerza eléctrica es opuesta al campo. El trabajo realizado por el campo eléctrico es:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -F \cdot d < 0.$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por el campo eléctrico es negativo.

   ii. la variación de la energía cinética, potencial y mecánica.

<u>Variación de la energía cinética (ΔE_c):</u>

La carga se detiene después de recorrer la distancia d, por lo que su energía cinética final es cero. Si inicialmente tenía una energía cinética $E_\mathrm{c} = \frac{1}{2}mv^2$, entonces la variación es:

$$\Delta E_\mathrm{c} = E_\mathrm{c,f} - E_\mathrm{c,i} = 0 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}mv^2 < 0.$$

Por lo tanto, la variación de energía cinética es negativa.

<u>Variación de la energía potencial eléctrica (ΔE_pe):</u>

En ausencia de fuerzas no conservativas, la energía mecánica se conserva:

$$\Delta E_\mathrm{mec} = \Delta E_\mathrm{c} + \Delta E_\mathrm{pe} = 0.$$

Dado que $\Delta E_\mathrm{c} < 0$, entonces:

$$\Delta E_\mathrm{pe} = -\Delta E_\mathrm{c} > 0.$$

Por lo tanto, la variación de energía potencial es positiva.

Variación de la energía mecánica (ΔE_{mec}):
En ausencia de fuerzas no conservativas, la energía mecánica total se conserva:

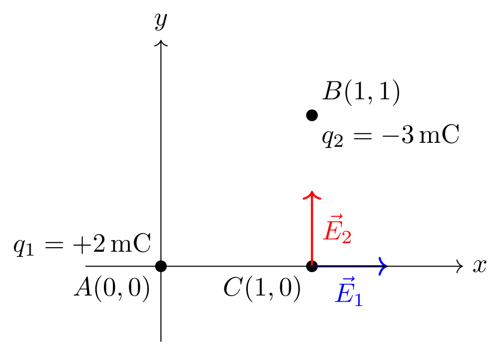
$$\Delta E_{\text{mec}} = 0.$$

Por lo tanto, la variación de energía mecánica es nula.

b) **Dos cargas de 2 y -3 mC se encuentran, respectivamente, en los puntos $A(0,0)$ y $B(1,1)$ m.**

i. **Represente y calcule el vector campo eléctrico en el punto $C(1,0)$ m.**

Representamos la situación:



Hallamos el campo eléctrico en C. Las cargas son:

$$q_1 = +2\,\text{mC} = +2 \cdot 10^{-3}\,\text{C} \quad \text{y} \quad q_2 = -3\,\text{mC} = -3 \cdot 10^{-3}\,\text{C}.$$

Calculamos los campos eléctricos debido a cada carga en C.

Campo eléctrico debido a q_1 en C, $\vec{E}_1$:
La distancia entre $A(0,0)$ y $C(1,0)$ es:

$$r_1 = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2} = 1\,\text{m}.$$

El módulo de $\vec{E}_1$ es:

$$E_1 = K \cdot \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}\,\text{C}}{(1\,\text{m})^2} = 1{,}8 \cdot 10^7\,\text{N/C}.$$

La dirección de $\vec{E}_1$ es hacia la derecha (dirección positiva del eje x) porque q_1 es positiva. Entonces,

$$\vec{E}_1 = E_1\,\vec{\imath} = 1{,}8 \cdot 10^7\,\vec{\imath}\,\text{N/C}.$$

Campo eléctrico debido a q_2 en C, $\vec{E}_2$:
La distancia entre $B(1,1)$ y $C(1,0)$ es:

$$r_2 = \sqrt{(1-1)^2 + (0-1)^2} = 1\,\text{m}.$$

El módulo de $\vec{E}_2$ es:

$$E_2 = K \cdot \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{(1)^2} = 2{,}7 \cdot 10^7\,\text{N/C}.$$

La dirección de $\vec{E}_2$ es hacia abajo (dirección positiva del eje y) porque q_2 es negativa y el campo eléctrico apunta hacia la carga. Entonces,

$$\vec{E}_2 = E_2\,\vec{\jmath} = 2{,}7 \cdot 10^7\,\vec{\jmath}\ \mathrm{N/C}.$$

<u>Campo eléctrico total en C:</u>

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left(1{,}8 \cdot 10^7\,\vec{\imath} + 2{,}7 \cdot 10^7\,\vec{\jmath}\right)\ \mathrm{N/C}.$$

Por lo tanto, el vector campo eléctrico en el punto C es $\vec{E} = 1{,}8 \cdot 10^7\,\vec{\imath} + 2{,}7 \cdot 10^7\,\vec{\jmath}\,\mathrm{N/C}$.

ii. Calcule el trabajo necesario para trasladar una carga de 1 mC desde el punto C al punto $D(0,1)$ m.

El trabajo necesario es igual a la diferencia de energía potencial eléctrica:

$$W = -\Delta E_{\mathrm{pe}} = -\left(E_{\mathrm{pe,D}} - E_{\mathrm{pe,C}}\right) = E_{\mathrm{pe,C}} - E_{\mathrm{pe,D}}.$$

Calculamos el potencial eléctrico en C y D debido a las dos cargas.

<u>Potencial en C:</u>

$$V_C = K\left(\frac{q_1}{r_{1C}} + \frac{q_2}{r_{2C}}\right).$$

Las distancias son:

$$r_{1C} = 1\,\mathrm{m}, \quad r_{2C} = 1\,\mathrm{m}.$$

Entonces,

$$V_C = 9 \cdot 10^9\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{1} + \frac{-3 \cdot 10^{-3}}{1}\right) = -9 \cdot 10^6\,\mathrm{V}.$$

<u>Potencial en D:</u>

Las distancias son:

$$r_{1D} = \sqrt{(0-0)^2 + (1-0)^2} = 1\,\mathrm{m},$$
$$r_{2D} = \sqrt{(0-1)^2 + (1-1)^2} = 1\,\mathrm{m}.$$

Entonces,

$$V_D = 9 \cdot 10^9\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{1} + \frac{-3 \cdot 10^{-3}}{1}\right) = -9 \cdot 10^6\,\mathrm{V}.$$

El trabajo es:

$$W = q \cdot (V_C - V_D) = (1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{C}) \cdot \left(-9 \cdot 10^6 - (-9 \cdot 10^6)\right) = 0.$$

Por lo tanto, el trabajo necesario para trasladar la carga desde C hasta D es cero.

Pregunta B. Opción 2

a) **Por dos hilos conductores rectilíneos paralelos, separados una cierta distancia, circulan corrientes de igual intensidad. Explique razonadamente, apoyándose en un esquema, si puede ser cero el campo magnético en algún punto entre los dos hilos, suponiendo que las corrientes circulan en sentidos:**
   i. **iguales.**
   ii. **opuestos.**

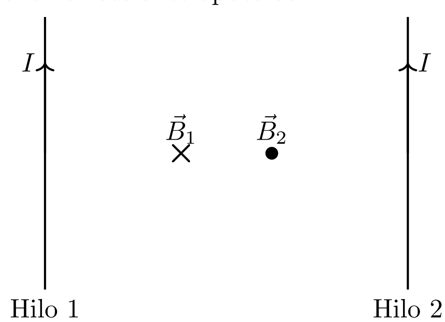
b) **Dos conductores rectilíneos paralelos por los que circula la misma intensidad de corriente están separados una distancia de 20 cm y se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-8}$ N/m.**
   i. **Justifique si el sentido de la corriente es el mismo en ambos hilos, representando en un esquema el campo magnético y la fuerza entre ambos.**
   ii. **Calcule el valor de la intensidad de corriente que circula por cada conductor.**

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}

Solución:

a) **Por dos hilos conductores rectilíneos paralelos, separados una cierta distancia, circulan corrientes de igual intensidad. Explique razonadamente, apoyándose en un esquema, si puede ser cero el campo magnético en algún punto entre los dos hilos, suponiendo que las corrientes circulan en sentidos:**
   i. **iguales.**

Cuando las corrientes circulan en el mismo sentido, los campos magnéticos generados por cada hilo en la región entre ellos tienen direcciones opuestas:



Aplicando la regla de la mano derecha, el campo magnético $\vec{B}_1$ generado por el hilo de la izquierda entre los dos hilos es hacia dentro del plano (entrante), mientras que el campo magnético $\vec{B}_2$ generado por el hilo de la derecha es hacia fuera del plano (saliente). Los módulos de los campos magnéticos en el punto equidistante entre los hilos son:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot (d/2)}, \quad B_2 = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot (d/2)}.$$

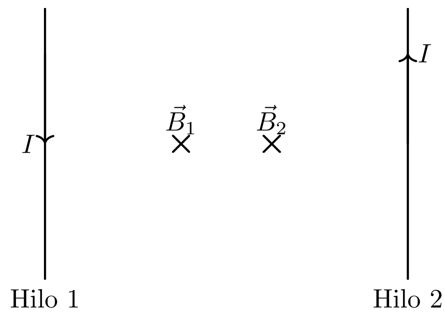
Entonces, el campo magnético total en el punto medio es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0.$$

Por lo tanto, cuando las corrientes circulan en el mismo sentido, el campo magnético se anula en un punto entre los hilos.

   ii. **opuestos.**

Cuando las corrientes circulan en sentidos opuestos, los campos magnéticos generados por ambos hilos en la región entre ellos tienen la misma dirección y sentido:



Aplicando la regla de la mano derecha, ambos campos magnéticos $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ apuntan en la misma dirección en el espacio entre los hilos. Entonces, el campo magnético total entre los hilos es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \neq 0.$$

Por lo tanto, cuando las corrientes circulan en sentidos opuestos, el campo magnético nunca se anula entre los hilos.

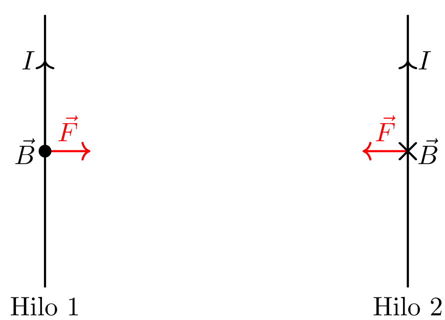
b) Dos conductores rectilíneos paralelos por los que circula la misma intensidad de corriente están separados una distancia de 20 cm y se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-8}$ N/m.

i. Justifique si el sentido de la corriente es el mismo en ambos hilos, representando en un esquema el campo magnético y la fuerza entre ambos.

La fuerza magnética por unidad de longitud entre dos conductores paralelos viene dada por (Ley de Lorenz):

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}.$$

Dado que los hilos se atraen, la fuerza es atractiva. Esto ocurre cuando las corrientes circulan en el mismo sentido:



Por lo tanto, las corrientes deben tener el mismo sentido para que se atraigan.

ii. Calcule el valor de la intensidad de corriente que circula por cada conductor.

Sabemos que:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot d}.$$

Despejando I:

$$I = \sqrt{\frac{F}{L} \cdot \frac{2\pi \cdot d}{\mu_0}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$I = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N/m} \cdot 2\pi \cdot 0{,}20\,\mathrm{m}}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}}} = \sqrt{5 \cdot 10^{-2}} = 0{,}2236\,\mathrm{A}.$$

Por lo tanto, la intensidad de corriente en cada conductor es aproximadamente 0,224 A.

Andalucía, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta B. Opción 1

a) Una carga q positiva está separada una distancia d de otra carga Q.
- **i. Razone, ayudándose de un esquema, cuál debe ser el signo de Q para que el campo eléctrico se anule en algún punto del segmento que las une.**
- **ii. Razone cuál debe ser el signo de Q para que se anule el potencial eléctrico en algún punto del segmento que las une.**

b) Una carga Q situada en el origen de coordenadas crea un potencial de 3000 V en el punto A(5,0) m.
- **i. Determine el valor de la carga Q.**
- **ii. Si se sitúa una segunda carga de $2 \cdot 10^{-5}$ C en el punto A, calcule la variación de la energía potencial eléctrica y de la energía cinética de dicha carga cuando se desplaza al punto B(10,0) m.**

Dato: $K = 9 \cdot 10^{9}\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$

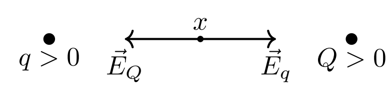
Solución:

a) Una carga q positiva está separada una distancia d de otra carga Q.
- **i. Razone, ayudándose de un esquema, cuál debe ser el signo de Q para que el campo eléctrico se anule en algún punto del segmento que las une.**

Queremos que el campo eléctrico total en algún punto x entre las cargas sea cero:

$$E(x) = E_q(x) + E_Q(x) = 0.$$

Esto implica que los campos eléctricos debidos a cada carga deben tener sentidos opuestos en ese punto. Dado que la carga q es positiva, su campo eléctrico apunta radialmente hacia afuera (alejándose de q). Para que el campo eléctrico de Q se oponga al de q en el segmento que las une, el campo eléctrico de Q debe apuntar en sentido contrario al de q en ese segmento. Por lo tanto, Q debe ser positiva, ya que las cargas positivas generan campos eléctricos salientes:



Por lo tanto, Q debe ser positiva para que el campo eléctrico se anule en algún punto entre las cargas.

- **ii. Razone cuál debe ser el signo de Q para que se anule el potencial eléctrico en algún punto del segmento que las une.**

Queremos que el potencial eléctrico total en algún punto x entre las cargas sea cero:

$$V(x) = V_q(x) + V_Q(x) = 0.$$

Dado que $q > 0$, el potencial debido a q es positivo:

$$V_q(x) = K \cdot \frac{q}{r_q} > 0.$$

Para que la suma de los potenciales sea cero, el potencial debido a Q debe ser negativo en ese punto, lo que implica que Q debe ser negativa, ya que el potencial de una carga puntual es:

$$V_Q(x) = K \cdot \frac{Q}{r_Q}.$$

Si $Q < 0$, entonces $V_Q(x) < 0$.

Por lo tanto, Q debe ser negativa para que el potencial eléctrico se anule en algún punto entre las cargas.

b) **Una carga Q situada en el origen de coordenadas crea un potencial de 3000 V en el punto A(5,0) m.**

i. **Determine el valor de la carga Q.**

El potencial creado por una carga puntual es:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r}.$$

Despejamos Q:

$$Q = \frac{V \cdot r}{K}.$$

Sustituimos los valores:

$$Q = \frac{3000\,\mathrm{V} \cdot 5\,\mathrm{m}}{9 \cdot 10^9\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}} = 1{,}67 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}.$$

Por lo tanto, el valor de la carga Q es $\mathbf{1{,}67 \cdot 10^{-6}}$ C.

ii. **Si se sitúa una segunda carga de $\mathbf{2 \cdot 10^{-5}}$ C en el punto A, calcule la variación de la energía potencial eléctrica y de la energía cinética de dicha carga cuando se desplaza al punto B(10,0) m.**

La variación de la energía potencial eléctrica es:

$$\Delta E_{\mathrm{pe}} = E_{\mathrm{pe,B}} - E_{\mathrm{pe,A}} = q\,(V_B - V_A)\,.$$

Calculamos los potenciales en A y B:

$$V_A = K \cdot \frac{Q}{r_A} = 9 \cdot 10^9\,\frac{1{,}67 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}}{5\,\mathrm{m}} = 3000\,\mathrm{V},$$

$$V_B = K \cdot \frac{Q}{r_B} = 9 \cdot 10^9\,\frac{1{,}67 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}}{10\,\mathrm{m}} = 1500\,\mathrm{V}.$$

Entonces,

$$\Delta E_{\mathrm{pe}} = \left(2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}\right) \cdot (1500\,\mathrm{V} - 3000\,\mathrm{V}) = -0{,}03\,\mathrm{J}.$$

Por el principio de conservación de la energía mecánica, en ausencia de fuerzas no conservativas:

$$\Delta E_{\mathrm{mec}} = \Delta E_{\mathrm{c}} + \Delta E_{\mathrm{pe}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta E_{\mathrm{c}} = -\Delta E_{\mathrm{pe}} = 0{,}03\,\mathrm{J}.$$

Por lo tanto, la variación de energía potencial es $-$0,03 J y la variación de energía cinética es +0,03 J.

Pregunta B. Opción 2

a) **i. Defina el concepto de flujo magnético e indique sus unidades en el S.I.**
   ii. Una espira conductora plana se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0\,\vec{k}$. Represente gráficamente y explique para qué orientaciones de la espira el flujo magnético a través de ella es máximo y nulo.

b) **Una espira rectangular de lados 10 y 15 cm se encuentra situada en el plano XY dentro de un campo magnético variable con el tiempo $\vec{B}(t) = 2t^3\,\vec{k}$ T (t en segundos).**
   i. Calcule el flujo magnético en $t = 2$ s.
   ii. Determine la fuerza electromotriz inducida en $t = 2$ s.
   iii. Razone el sentido de la corriente inducida con la ayuda de un esquema.

Solución:

a) **i. Defina el concepto de flujo magnético e indique sus unidades en el S.I.**

El flujo magnético a través de una superficie es una medida de la cantidad de campo magnético que atraviesa dicha superficie. Se define como

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S},$$

donde:
* $\vec{B}$ es el vector inducción magnética (campo magnético),
* $d\vec{S}$ es el vector diferencial de superficie, normal a la superficie y de módulo igual al área diferencial,
* el producto $\vec{B} \cdot d\vec{S}$ es el producto escalar entre el campo magnético y el vector superficie.

Las unidades del flujo magnético en el Sistema Internacional (S.I.) son Weber (Wb).

Por lo tanto, el flujo magnético mide la cantidad de campo magnético que atraviesa una superficie y sus unidades en el S.I. son Weber (Wb).

ii. Una espira conductora plana se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0\,\vec{k}$. Represente gráficamente y explique para qué orientaciones de la espira el flujo magnético a través de ella es máximo y nulo.

El flujo magnético es máximo cuando el campo magnético es perpendicular a la superficie de la espira, es decir, cuando el ángulo θ entre $\vec{B}$ y el vector normal $\vec{n}$ a la superficie es 0°:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_0 S \cos\theta.$$

<u>Flujo máximo ($\theta = 0°$):</u>

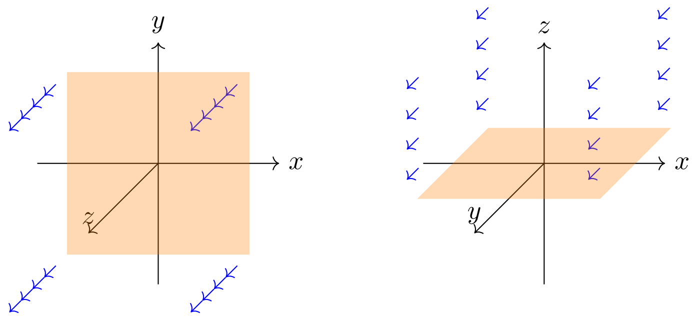
$$\Phi_{\text{máx}} = B_0 S \cos 0° = B_0 S.$$

<u>Flujo nulo ($\theta = 90°$):</u>

$$\Phi = B_0 S \cos 90° = 0,$$

es decir, cuando el campo magnético es paralelo al plano de la espira, no hay flujo magnético atravesando la superficie.

Por lo tanto, el flujo magnético es máximo cuando el plano de la espira es perpendicular al campo magnético ($\theta = 0°$) y es nulo cuando es paralelo al campo ($\theta = 90°$).



Flujo máximo ($\theta = 0°$) Flujo nulo ($\theta = 90°$)

b) Una espira rectangular de lados 10 y 15 cm se encuentra situada en el plano XY dentro de un campo magnético variable con el tiempo $\vec{B}(t) = 2t^3\,\vec{k}$ T (t en segundos).

i. Calcule el flujo magnético en $t = 2$ s.

El flujo magnético a través de la espira en función del tiempo es:

$$\Phi(t) = \int \vec{B}(t) \cdot d\vec{S} = B(t) \cdot S \cos\theta.$$

Dado que $\vec{B}(t)$ y el vector superficie $\vec{S}$ son paralelos ($\theta = 0°$), entonces $\cos\theta = 1$:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S.$$

El área de la espira es:

$$S = (0{,}10\,\text{m}) \cdot (0{,}15\,\text{m}) = 0{,}015\,\text{m}^2.$$

Calculamos el flujo en $t = 2\,\text{s}$:

$$\Phi(2) = B(2) \cdot S = 2 \cdot (2)^3 \cdot 0{,}015 = 2 \cdot 8 \cdot 0{,}015 = 0{,}24\,\text{Wb}.$$

Por lo tanto, el flujo magnético en $t = 2$ s es $0{,}24\,\text{Wb}$.

ii. Determine la fuerza electromotriz inducida en $t = 2$ s.

La fuerza electromotriz inducida se calcula mediante la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S = 2t^3 \cdot S \quad \Rightarrow \quad \frac{d\Phi}{dt} = 6t^2 \cdot S.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = -6t^2 \cdot S.$$

Para $t = 2\,\text{s}$:

$$\mathcal{E} = -6 \cdot (2)^2 \cdot 0{,}015 = -6 \cdot 4 \cdot 0{,}015 = -0{,}36\,\text{V}.$$

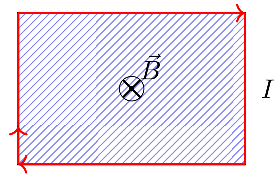
Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en $t = 2$ s es $-0{,}36\,\text{V}$.

iii. Razone el sentido de la corriente inducida con la ayuda de un esquema.

Dado que el campo magnético $\vec{B}(t) = 2t^3\,\vec{k}$ está aumentando con el tiempo (ya que su magnitud aumenta con t^3), el flujo magnético a través de la espira está aumentando en dirección $\vec{k}$ (saliente del plano XY).

Según la ley de Lenz, la corriente inducida generará un campo magnético que se oponga al cambio de flujo. Por lo tanto, la corriente inducida debe generar un campo magnético $\vec{B}_{\text{ind}}$ en dirección opuesta a $\vec{B}(t)$, es decir, entrando en el plano XY $(-\vec{k})$.

Aplicando la regla de la mano derecha, para que el campo magnético inducido sea hacia $-\vec{k}$, la corriente inducida debe circular en sentido horario cuando se mira desde arriba:



Por lo tanto, el sentido de la corriente inducida es horario para oponerse al incremento del flujo magnético saliente.

Andalucía, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta B. Opción 1

a) **Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia d. Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.**

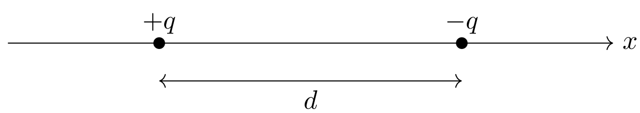
b) **Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0) m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine:**
   i. el valor de la carga de las partícula.
   ii. el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m.

Dato: $\boldsymbol{K = 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}}$

Solución:

a) **Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia d. Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.**

Consideremos dos cargas puntuales: una positiva $+q$ ubicada en el punto A y una negativa $-q$ en el punto B, separadas una distancia d:



El campo eléctrico en un punto se obtiene mediante la superposición de los campos eléctricos generados por cada carga:

$$\vec{E} = \vec{E}_{+q} + \vec{E}_{-q}.$$

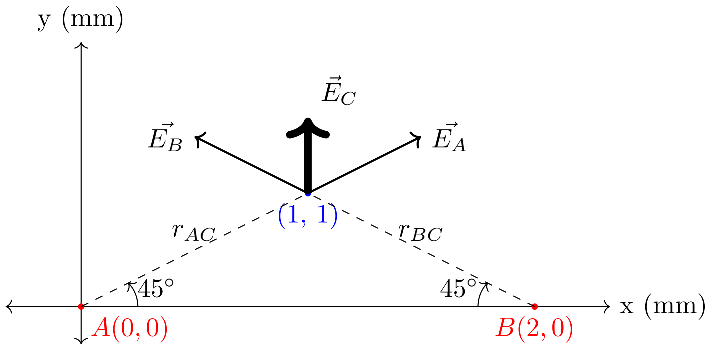
Buscamos un punto donde $\vec{E} = 0$. Analicemos posibles ubicaciones:

- *En el segmento entre las cargas:* En este intervalo, los campos eléctricos de ambas cargas tienen el mismo sentido (desde $+q$ y hacia $-q$), por lo que sus magnitudes se suman y no pueden cancelarse.
- *A la izquierda de $+q$:* En esta región, el campo eléctrico debido a $+q$ apunta hacia la derecha y el de $-q$ apunta hacia la izquierda. Sin embargo, el punto estaría más cerca de $+q$, por lo que el campo debido a $+q$ será más intenso que el de $-q$. No es posible que se anulen en ningún punto a la izquierda de $+q$.
- *A la derecha de $-q$:* Similarmente, en esta región, el campo debido a $+q$ apunta hacia la derecha y el de $-q$ hacia la izquierda. Pero el punto está más alejado de $+q$ y más cercano a $-q$, por lo que sus campos no pueden anularse.

Por lo tanto, el campo eléctrico no puede anularse en ningún punto próximo a las dos cargas.

b) **Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0) m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine:**
   i. el valor de la carga de las partícula.

La situación descrita es:



La distancia desde A hasta C es:

$$r_{AC} = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}\,\text{m}.$$

La distancia desde B hasta C es:

$$r_{BC} = \sqrt{(1-2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}\,\text{m}.$$

El potencial total en C es la suma de los potenciales debidos a cada carga:

$$V_C = V_A + V_B = K \cdot \frac{q}{r_{AC}} + K \cdot \frac{q}{r_{BC}} = 2K \cdot \frac{q}{\sqrt{2}}.$$

Igualamos al valor dado del potencial:

$$V_C = 2K \cdot \frac{q}{\sqrt{2}} = 1000\,\text{V} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1000 \cdot \sqrt{2}}{2K} = \frac{1000 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 9 \cdot 10^9} = 7{,}8567 \cdot 10^{-8}\,\text{C}.$$

Por lo tanto, el valor de la carga de las partículas es $q = 7{,}86 \cdot 10^{-8}$ C.

ii. el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m.

Cálculo del campo eléctrico debido a cada carga:
El campo eléctrico debido a una carga puntual es:

$$\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u},$$

donde $\vec{u}$ es el vector unitario dirigido desde la carga hacia el punto C.

Para la carga en $A(0,0)$:

La distancia es $r_{AC} = \sqrt{2}\,\text{m}$ y el vector es $\vec{r}_{AC} = \vec{r}_C - \vec{r}_A = (1,1) - (0,0) = (1,1)\,\text{m}$, por lo que el vector unitario resulta $\vec{u}_{AC} = \dfrac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Entonces,

$$\vec{E}_A = K \cdot \frac{q}{(\sqrt{2})^2} \cdot \vec{u}_{AC} = K \cdot \frac{q}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Para la carga en $B(2,0)$:

La distancia es $r_{BC} = \sqrt{2}\,\text{m}$ y el vector es $\vec{r}_{BC} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = (1,1) - (2,0) = (-1,1)\,\text{m}$, por lo que el vector unitario resulta $\vec{u}_{BC} = \dfrac{(-1,1)}{\sqrt{2}} = \left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Entonces,

$$\vec{E}_B = K \cdot \frac{q}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Campo eléctrico total en C:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_A + \vec{E}_B = K \cdot \frac{q}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = K \cdot \frac{q}{2}\left(0, \frac{2}{\sqrt{2}}\right) = K \cdot \frac{q}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot (0,1) = K \cdot \frac{q}{\sqrt{2}} \cdot \vec{j}.$$

Sustituyendo $q = 7{,}8567 \cdot 10^{-8}$ C y $K = 9 \cdot 10^9$ N $\cdot$ m$^2 \cdot$ C^{-2}:

$$E_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 7{,}8567 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{2}} \cdot \vec{j} = 500 \cdot \vec{j}\,\text{N/C}.$$

Por lo tanto, el vector campo eléctrico en C es $\vec{E}_C = 500\,\vec{j}$ N/C.

Pregunta B. Opción 2

a) **A una espira plana, que está en reposo, se le acerca perpendicularmente al plano de la misma un imán por su polo norte. Realice un esquema en el que se represente la dirección y sentido del campo magnético inducido en la espira. Justifique el sentido de la corriente inducida en la misma.**

b) **Una espira conductora cuadrada de 0,05 m de lado se encuentra en una región donde hay un campo magnético perpendicular a la espira de módulo $B = (4t - t^2)$ T (t es el tiempo en segundos).**

i. **Halle la expresión para el flujo del campo magnético a través de la espira.**

ii. **Calcule el módulo de la f.e.m. inducida en la espira para $t = 3$ s.**

iii. **Determine el instante de tiempo para el cual no se induce corriente en la espira.**

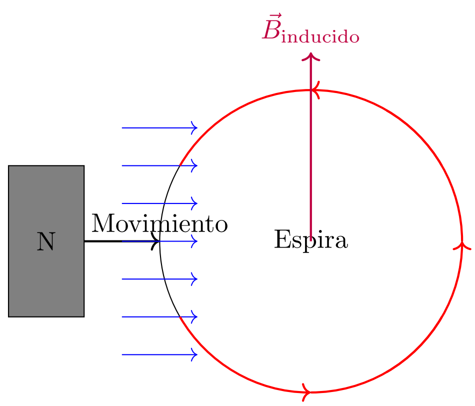
Solución:

a) **A una espira plana, que está en reposo, se le acerca perpendicularmente al plano de la misma un imán por su polo norte. Realice un esquema en el que se represente la dirección y sentido del campo magnético inducido en la espira. Justifique el sentido de la corriente inducida en la misma.**

Al acercar el polo norte de un imán hacia una espira conductora en reposo, el flujo magnético a través de la espira aumenta debido al incremento del campo magnético que atraviesa su superficie.

Según la Ley de Lenz, la corriente inducida en la espira generará un campo magnético que se opone al cambio de flujo magnético. En este caso, el campo magnético externo está aumentando en dirección hacia la espira (entrando en la espira). Por lo tanto, el campo magnético inducido por la corriente en la espira debe dirigirse en sentido opuesto al campo externo para oponerse a su incremento, es decir, saliendo de la espira.

Para producir un campo magnético saliente (alejándose de la espira), la corriente inducida debe circular en sentido antihorario visto desde el lado por el que se acerca el imán, según la regla de la mano derecha.



Por lo tanto, la corriente inducida circula en sentido antihorario para oponerse al aumento del flujo magnético, generando un campo magnético inducido saliente de la espira.

b) **Una espira conductora cuadrada de 0,05 m de lado se encuentra en una región donde hay un campo magnético perpendicular a la espira de módulo $B = (4t - t^2)$ T (t es el tiempo en segundos).**

i. **Halle la expresión para el flujo del campo magnético a través de la espira.**

El flujo magnético a través de la espira es:

$$\Phi(t) = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B(t) \cdot S \cdot \cos\theta.$$

Dado que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, el ángulo $\theta = 0°$ y $\cos 0° = 1$. El área de la espira cuadrada es:

$$S = l^2 = (0{,}05\,\mathrm{m})^2 = 0{,}0025\,\mathrm{m}^2.$$

Entonces, el flujo magnético es:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S = (4t - t^2) \cdot 0{,}0025 = 0{,}0025(4t - t^2)\,\mathrm{Wb}.$$

Por lo tanto, la expresión del flujo magnético es $\boldsymbol{\Phi(t) = 0{,}0025(4t - t^2)}$ Wb.

ii. Calcule el módulo de la f.e.m. inducida en la espira para $t = 3$ s.

La fuerza electromotriz inducida se calcula mediante la Ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo:

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0{,}0025 \cdot (4 - 2t) = 0{,}0025(4 - 2t).$$

Entonces, la f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E} = -0{,}0025(4 - 2t).$$

Para $t = 3\,\mathrm{s}$:

$$\mathcal{E} = -0{,}0025(4 - 2 \cdot 3) = 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, el módulo de la f.e.m. inducida en $t = 3$ s es $\boldsymbol{5 \cdot 10^{-3}}$ V.

iii. Determine el instante de tiempo para el cual no se induce corriente en la espira.

No se induce corriente en la espira cuando la f.e.m. inducida es cero, es decir, cuando:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = 0.$$

Igualando la derivada del flujo a cero:

$$0{,}0025(4 - 2t) = 0 \quad \Rightarrow \quad 4 - 2t = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 2\,\mathrm{s}.$$

Por lo tanto, no se induce corriente en la espira en el instante $t = 2$ segundos.

Andalucía, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta B. Opción 1

a) Un protón, un electrón y un neutrón entran con igual velocidad en un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad. Explique con la ayuda de un esquema la trayectoria seguida por cada partícula.

b) Un protón que parte del reposo es acelerado mediante una diferencia de potencial de $1,5 \cdot 10^4$ V. Posteriormente, penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 12 T. Determine razonadamente:

i. el radio de curvatura de la trayectoria que describe el protón.

ii. el periodo de revolución.

Datos: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Solución:

a) Un protón, un electrón y un neutrón entran con igual velocidad en un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad. Explique con la ayuda de un esquema la trayectoria seguida por cada partícula.

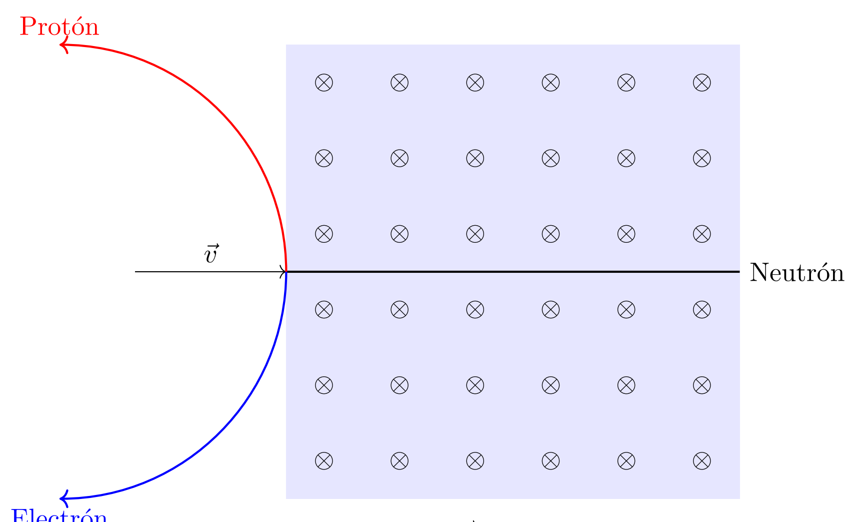
La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en movimiento en un campo magnético uniforme está dada por la Ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:

- q es la carga de la partícula.
- $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula.
- $\vec{B}$ es el campo magnético.

Dado que el campo magnético es perpendicular a la velocidad de las partículas, la fuerza magnética será perpendicular tanto a $\vec{v}$ como a $\vec{B}$, resultando en una trayectoria circular para las partículas cargadas. Sin embargo, el neutrón, al no tener carga ($q = 0$), no experimenta fuerza magnética y continúa su movimiento en línea recta uniforme (MRU).



Campo Magnético ($\vec{B}$ hacia adentro de la página)

- *Neutrón:* Al no tener carga eléctrica ($q = 0$), el neutrón no experimenta fuerza magnética y, por lo tanto, continúa su trayectoria en línea recta uniforme (MRU).
- *Protón y Electrón:* Ambas partículas cargadas experimentan una fuerza magnética perpendicular a su velocidad, lo que las obliga a describir trayectorias circulares (Movimiento Circular Uniforme,

MCU). La dirección de la fuerza depende del signo de la carga:
  * *Protón ($q > 0$):* Describe una MCU en sentido antihorario.
  * *Electrón ($q < 0$):* Describe una MCU en sentido horario.
- *Radio de Curvatura:* El radio de la trayectoria circular está dado por:

$$R = \frac{mv}{|q|B},$$

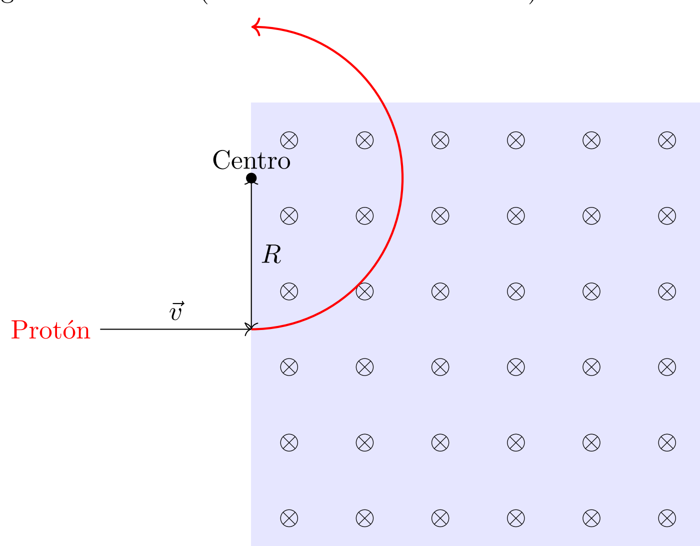
donde m es la masa de la partícula, v su velocidad, q su carga y B la magnitud del campo magnético.

Por lo tanto, el neutrón sigue una trayectoria rectilínea, mientras que el protón y el electrón describen trayectorias circulares con radios de curvatura diferentes debido a sus masas y cargas distintas.

b) Un protón que parte del reposo es acelerado mediante una diferencia de potencial de $1,5 \cdot 10^4$ V. Posteriormente, penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 12 T. Determine razonadamente:

i. el radio de curvatura de la trayectoria que describe el protón.

Tenemos que:
* Masa del protón: $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg.
* Carga del protón: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
* Diferencia de potencial: $V = 1{,}5 \cdot 10^4$ V.
* Campo magnético: $B = 12$ T.
* Constante gravitacional: G (no necesaria en este cálculo).



Campo Magnético ($\vec{B}$ hacia adentro de la página)

El protón parte del reposo y es acelerado mediante una diferencia de potencial V. La energía cinética adquirida es igual a la energía eléctrica suministrada:

$$\frac{1}{2} m_p v^2 = eV.$$

Despejando v:

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_p}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{4}\,\mathrm{V}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 1{,}68 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}.$$

El radio de curvatura es:

$$R = \frac{m_p v}{eB}.$$

Sustituyendo los valores:

$$R = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}68 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 12\,\mathrm{T}} = 1{,}49\,\mathrm{mm}.$$

Por lo tanto, el radio de curvatura de la trayectoria del protón es 1,49 mm.

ii. el periodo de revolución.

La relación entre el periodo T y el radio de curvatura R está dada por:

$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$

Sustituyendo los valores calculados:

$$T = \frac{2\pi \cdot 1{,}49 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{1{,}68 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}} = 5{,}57 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{s}.$$

Por lo tanto, el periodo de revolución del protón es $\mathbf{5{,}57 \cdot 10^{-9}}$ segundos.

Pregunta B. Opción 2

a) **Una espira conductora circular gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante en una región donde hay un campo magnético uniforme perpendicular al eje de rotación. Razone qué le ocurre al valor de la máxima f.e.m. inducida en la espira si:**
   i. **se duplica el radio de la espira.**
   ii. **se duplica el periodo de rotación.**

b) **Una bobina circular de 75 espiras de 0,03 m de radio está dentro de un campo magnético cuyo módulo aumenta a ritmo constante de 4 a 10 T en 4 s, y cuya dirección forma un ángulo de 60º con el eje de la bobina.**
   i. **Calcule la f.e.m. inducida en la bobina y razone, con la ayuda de un esquema, el sentido de la corriente inducida.**
   ii. **Si la bobina pudiera girarse, razone cómo debería orientarse para que no se produjera corriente, y para que esa corriente fuera la mayor posible.**

Solución:

a) **Una espira conductora circular gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante en una región donde hay un campo magnético uniforme perpendicular al eje de rotación. Razone qué le ocurre al valor de la máxima f.e.m. inducida en la espira si:**
   i. **se duplica el radio de la espira.**

Según la Ley de Faraday-Lenz, la f.e.m. inducida ($\mathcal{E}$) en una espira que gira en un campo magnético uniforme está dada por:

$$\mathcal{E} = N \cdot B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t),$$

donde:
- N es el número de espiras (para una sola espira, $N = 1$).
- B es la magnitud del campo magnético.
- A es el área de la espira.
- ω es la velocidad angular.
- t es el tiempo.

El área A de la espira circular es:

$$A = \pi R^2,$$

donde R es el radio de la espira. Entonces, la f.e.m. máxima ($\mathcal{E}_{\text{max}}$) es:

$$\mathcal{E}_{\text{max}} = N \cdot B \cdot \pi R^2 \cdot \omega.$$

Si se duplica el radio de la espira ($R' = 2R$), el área se convierte en:

$$A' = \pi(2R)^2 = 4\pi R^2.$$

Así, la nueva f.e.m. máxima ($\mathcal{E}'_{\text{max}}$) será:

$$\mathcal{E}'_{\text{max}} = N \cdot B \cdot \pi(2R)^2 \cdot \omega = 4N \cdot B \cdot \pi R^2 \cdot \omega = 4\mathcal{E}_{\text{max}}.$$

Por lo tanto, al duplicar el radio de la espira, la f.e.m. máxima inducida se cuadruplica ($\mathcal{E}'_{\text{max}} = 4\mathcal{E}_{\text{max}}$).

   ii. **se duplica el periodo de rotación.**

La velocidad angular (ω) está relacionada con el periodo (T) por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

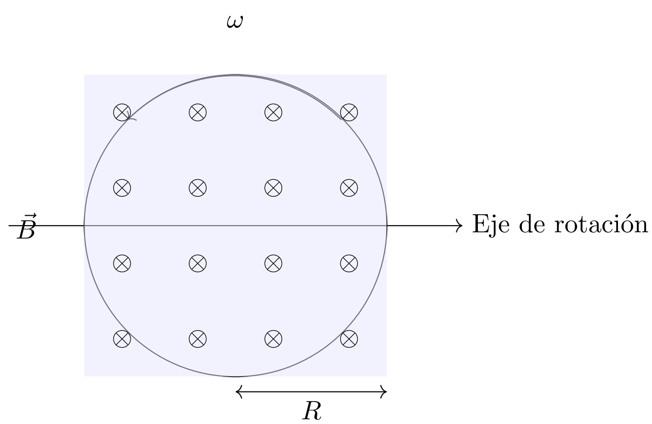
Si se duplica el periodo ($T' = 2T$), la nueva velocidad angular será:

$$\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T} = \frac{1}{2}\omega.$$

Dado que la f.e.m. máxima inducida es directamente proporcional a la velocidad angular ($\mathcal{E}_{\max} \propto \omega$), al reducir ω a la mitad, la f.e.m. máxima también se reduce a la mitad:

$$\mathcal{E}'_{\max} = \frac{1}{2}\mathcal{E}_{\max}.$$

Por lo tanto, al duplicar el periodo de rotación, la f.e.m. máxima inducida se reduce a la mitad ($\mathcal{E}'_{\max} = \frac{1}{2}\mathcal{E}_{\max}$).



b) Una bobina circular de 75 espiras de 0,03 m de radio está dentro de un campo magnético cuyo módulo aumenta a ritmo constante de 4 a 10 T en 4 s, y cuya dirección forma un ángulo de 60º con el eje de la bobina.

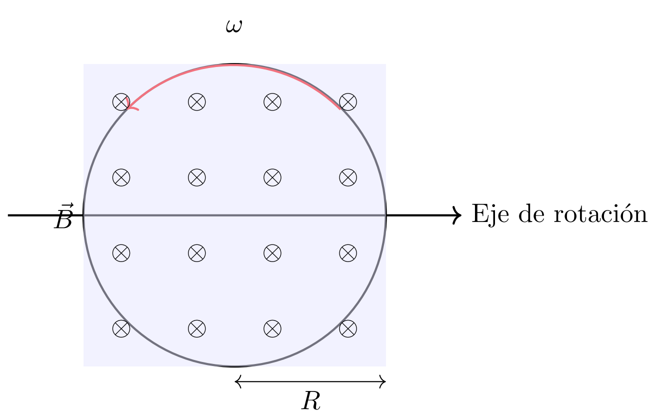
i. Calcule la f.e.m. inducida en la bobina y razone, con la ayuda de un esquema, el sentido de la corriente inducida.

Según la Ley de Faraday-Lenz, la f.e.m. inducida ($\mathcal{E}$) en una bobina es:

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

donde:

* N es el número de espiras,
* $\Delta\Phi$ es el cambio en el flujo magnético,
* Δt es el intervalo de tiempo.



El flujo magnético (Φ) a través de una espira es:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos(\theta),$$

donde:
* B es la magnitud del campo magnético,
* A es el área de la bobina,
* θ es el ángulo entre el campo magnético y el eje de la bobina.

Dado que la bobina tiene 75 espiras y un radio de 0,03 m, el área total (A_{total}) es:

$$A_{\text{total}} = N \cdot \pi R^2 = 75 \cdot \pi \cdot (0{,}03)^2 = 0{,}212\,\text{m}^2.$$

El cambio en el flujo magnético ($\Delta\Phi$) cuando B aumenta de 4 T a 10 T es:

$$\Delta\Phi = (B_f - B_i) \cdot A \cdot \cos(\theta) = (10 - 4) \cdot \pi(0{,}03)^2 \cdot \cos(60°) = 0{,}00848\,\text{Wb}.$$

La f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -75 \cdot \frac{0{,}00848}{4} = -0{,}159\,\text{V}.$$

Según la Ley de Lenz, la corriente inducida genera un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético que la produce. Dado que el campo magnético está aumentando, la corriente inducida intentará generar un campo que disminuya el flujo, es decir, en dirección opuesta al campo magnético original. Si el campo inducido debe ser opuesto al campo magnético creciente, la corriente inducida en la bobina será en sentido antihorario visto desde la dirección del campo magnético.

Por lo tanto, la f.e.m. inducida en la bobina es 0,159 V y la corriente inducida circula en sentido antihorario para oponerse al aumento del campo magnético.

ii. Si la bobina pudiera girarse, razone cómo debería orientarse para que no se produjera corriente, y para que esa corriente fuera la mayor posible.

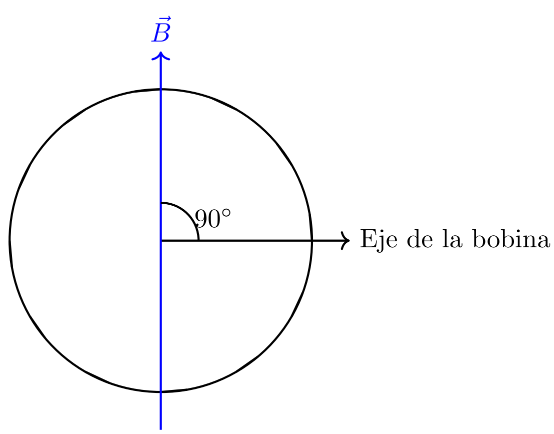
Sabemos que la f.e.m. inducida en una bobina está dada por:

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \cos(\theta),$$

donde θ es el ángulo entre el campo magnético y el eje de la bobina. Para que no se produzca corriente ($\mathcal{E} = 0$):

$$\cos(\theta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = 90°.$$

Es decir, la bobina debe estar orientada de manera que su eje sea perpendicular al campo magnético. De esta forma, el flujo magnético no cambia, y no se induce corriente.
Por otro lado, para que se induzca la corriente máxima:



Sin corriente inducida

$$\cos(\theta) = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = 0^\circ.$$

La bobina debe estar orientada de manera que su eje sea paralelo al campo magnético. En esta orientación, cualquier cambio en el campo magnético produce el máximo cambio en el flujo, resultando en la mayor f.e.m. inducida.

Por lo tanto, para que no se produzca corriente, la bobina debe estar orientada de manera que su eje sea perpendicular al campo magnético ($\theta = 90^\circ$). Para que la corriente inducida sea la mayor posible, la bobina debe estar orientada de manera que su eje sea paralelo al campo magnético ($\theta = 0^\circ$).

Andalucía, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)

Pregunta B. Opción 1

a) **Una espira circular situada en el plano XY, y que se desplaza por ese plano en ausencia de campo magnético, entra en una región en la que existe un campo magnético constante y uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ.**
   i. **Justifique, ayudándose de esquemas, si en algún momento durante dicho desplazamiento cambiará el flujo magnético en la espira.**
   ii. **Justifique, ayudándose de un esquema, si en algún momento se inducirá corriente en la espira y cuál será su sentido.**

b) **Una espira circular de 5 cm de radio gira alrededor de uno de sus diámetros con una velocidad angular igual a π rad s^{-1} en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de módulo igual a 10 T, perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial el flujo es máximo:**
   i. **Calcule razonadamente, ayudándose de un esquema, la expresión del flujo magnético en función del tiempo.**
   ii. **Calcule razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante $t = 50$ s.**

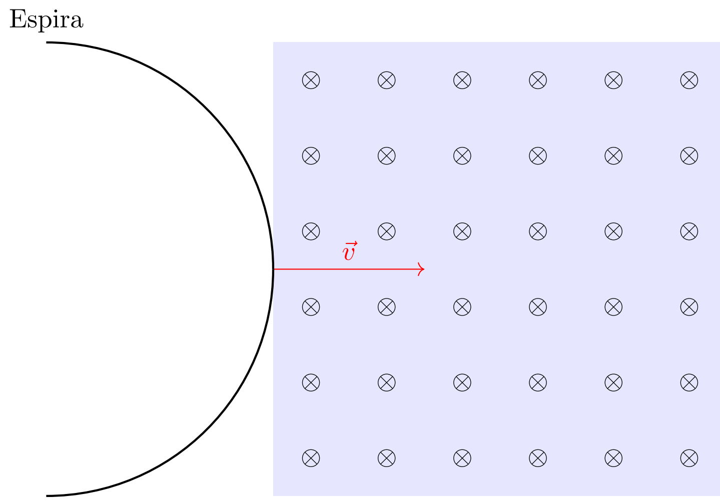
Solución:

a) **Una espira circular situada en el plano XY, y que se desplaza por ese plano en ausencia de campo magnético, entra en una región en la que existe un campo magnético constante y uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ.**
   i. **Justifique, ayudándose de esquemas, si en algún momento durante dicho desplazamiento cambiará el flujo magnético en la espira.**

El flujo magnético Φ a través de una espira está dado por:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = B \cdot A \cdot \cos(\theta),$$

donde B es la magnitud del campo magnético, A es el área de la espira, y θ es el ángulo entre el campo magnético y la normal al plano de la espira.



Campo Magnético ($\vec{B}$ hacia adentro de la página)

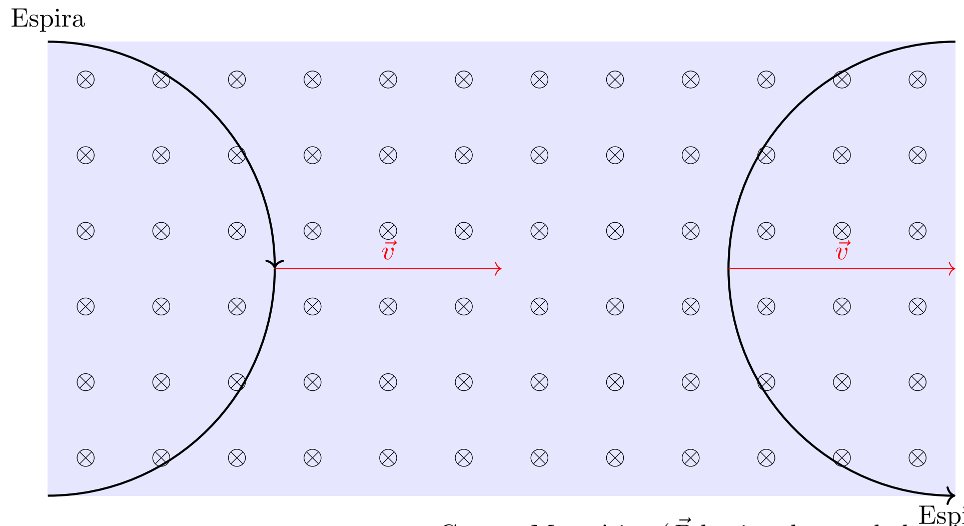
Al desplazarse la espira hacia la región donde existe el campo magnético, el área de la espira que está dentro del campo cambia con el tiempo. Mientras la espira entra al campo, el área efectiva

A que intercepta el campo magnético aumenta, lo que provoca un aumento en el flujo magnético Φ. Una vez que la espira está completamente dentro del campo, el flujo magnético permanece constante si la velocidad de desplazamiento es constante. Al salir del campo, el área efectiva disminuye, reduciendo el flujo magnético.

Por lo tanto, el flujo magnético en la espira cambiará durante el desplazamiento, específicamente al entrar y salir de la región con campo magnético.

ii. **Justifique, ayudándose de un esquema, si en algún momento se inducirá corriente en la espira y cuál será su sentido.**

Según la Ley de Faraday-Lenz, una variación en el flujo magnético a través de una espira induce una fuerza electromotriz (fem) que genera una corriente. La dirección de esta corriente es tal que su campo magnético inducido se opone al cambio en el flujo que la produjo.



Campo Magnético ($\vec{B}$ hacia adentro de la página)

Al entrar la espira al campo magnético, el flujo magnético a través de ella aumenta. Para oponerse a este aumento, la corriente inducida generará un campo magnético en dirección opuesta al campo original $\vec{B}$. Utilizando la regla de la mano derecha, si el campo inducido debe apuntar en la dirección positiva del eje OZ, la corriente en la espira debe ser antihoraria.

Al salir de la región con campo magnético, el flujo disminuye. Para oponerse a esta disminución, la corriente inducida generará un campo magnético en la misma dirección que el campo original $\vec{B}$. Por lo tanto, la corriente será en sentido horario.

Por lo tanto, se inducirá corriente en la espira durante los momentos en que el flujo magnético cambia, es decir, al entrar y salir del campo. El sentido de la corriente será antihorario al entrar y horario al salir del campo magnético.

b) **Una espira circular de 5 cm de radio gira alrededor de uno de sus diámetros con una velocidad angular igual a $\pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de módulo igual a 10 T, perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial el flujo es máximo:**

i. **Calcule razonadamente, ayudándose de un esquema, la expresión del flujo magnético en función del tiempo.**

El flujo magnético Φ a través de la espira se puede expresar como:

$$\Phi(t) = B \cdot A \cdot \cos(\theta(t)),$$

donde $B = 10\,\mathrm{T}$ es el campo magnético, $A = \pi r^2$ es el área de la espira, $r = 5\,\mathrm{cm} = 0{,}05\,\mathrm{m}$ es el radio, y $\theta(t)$ es el ángulo de la espira respecto a la posición inicial. Calculamos el área A:

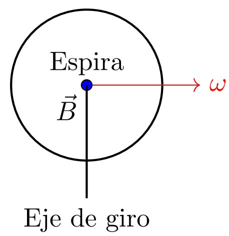
$$A = \pi r^2 = \pi \cdot (0{,}05)^2 = \pi \cdot 0{,}0025 = 0{,}0025\pi\,\mathrm{m}^2.$$

La espira gira con una velocidad angular $\omega = \pi\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, por lo que el ángulo en función del tiempo es:

$$\theta(t) = \omega t = \pi t.$$

Entonces, la expresión del flujo magnético es:

$$\Phi(t) = 10 \cdot 0{,}0025\pi \cdot \cos(\pi t) = 0{,}025\pi \cdot \cos(\pi t)\,\mathrm{Wb}.$$



Por lo tanto, la expresión del flujo magnético en función del tiempo es $\boldsymbol{\Phi(t) = 0{,}025\pi \cdot \cos(\pi t)}$ Wb.

ii. Calcule razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante $\boldsymbol{t = 50\,\mathrm{s}}$.

La fuerza electromotriz inducida $\mathcal{E}$ está dada por la derivada negativa del flujo magnético con respecto al tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Calculamos la derivada de $\Phi(t)$:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(0{,}025\pi \cdot \cos(\pi t)\right) = -0{,}025\pi^2 \cdot \sin(\pi t).$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz es:

$$\mathcal{E} = -\left(-0{,}025\pi^2 \cdot \sin(\pi t)\right) = 0{,}025\pi^2 \cdot \sin(\pi t)\,\mathrm{V}.$$

Para $t = 50\,\mathrm{s}$:

$$\mathcal{E}(50) = 0{,}025\pi^2 \cdot \sin(50\pi)\,\mathrm{V}.$$

Sabemos que $\sin(n\pi) = 0$ para cualquier entero n. Dado que 50π corresponde a 25 vueltas completas (ya que 2π es una vuelta), tenemos:

$$\sin(50\pi) = 0.$$

Entonces,

$$\mathcal{E}(50) = 0{,}025\pi^2 \cdot 0 = 0\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en el instante $\boldsymbol{t = 50\,\mathrm{s}}$ es $\boldsymbol{\mathcal{E} = 0\,\mathrm{V}}$.

Pregunta B. Opción 2

a) **Un electrón se mueve en sentido positivo del eje OX en una región en la que existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ.**
   i. **Indique, de forma justificada y con ayuda de un esquema, la dirección y sentido en que debe actuar un campo eléctrico uniforme para que la partícula no se desvíe.**
   ii. **¿Qué relación deben cumplir para ello los módulos de ambos campos?**

b) **Un protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY, con una velocidad de módulo igual a $3 \cdot 10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 0,05 T.**
   i. **Justifique, con ayuda de un esquema que incluya la trayectoria descrita por el protón, la dirección y sentido del campo magnético.**
   ii. **Calcule, de forma razonada, el periodo del movimiento y el radio de la trayectoria del protón.**

Datos: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg

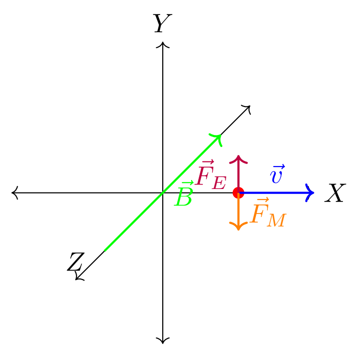
Solución:

a) **Un electrón se mueve en sentido positivo del eje OX en una región en la que existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ.**
   i. **Indique, de forma justificada y con ayuda de un esquema, la dirección y sentido en que debe actuar un campo eléctrico uniforme para que la partícula no se desvíe.**

Para que el electrón no se desvíe de su trayectoria rectilínea, la fuerza magnética que actúa sobre él debe ser contrarrestada por una fuerza eléctrica de igual magnitud pero en sentido opuesto. La fuerza magnética $\vec{F}_M$ sobre una carga en movimiento está dada por:

$$\vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B},$$

donde q es la carga del electrón, $\vec{v}$ es su velocidad y $\vec{B}$ es el campo magnético, que forman 90°.



La fuerza magnética $\vec{F}_M$ está dirigida en el eje OY con sentido negativo. Para contrarrestarla, la fuerza eléctrica $\vec{F}_E$ debe actuar en el eje OY con sentido positivo. Dado que la fuerza eléctrica está dada por:

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E},$$

y considerando que la carga del electrón es negativa ($q = -e$), el campo eléctrico $\vec{E}$ debe estar dirigido en el sentido negativo del eje OY para que la fuerza eléctrica tenga sentido positivo en OY y contrarreste así la fuerza magnética.

Por lo tanto, el campo eléctrico debe actuar en el sentido negativo del eje OY.

   ii. **¿Qué relación deben cumplir para ello los módulos de ambos campos?**

Para que la partícula no se desvíe, las magnitudes de las fuerzas eléctrica y magnética deben ser iguales:

$$F_E = F_M,$$

es decir:

$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B.$$

Cancelando la carga q (no nula), obtenemos la relación entre los módulos de los campos:

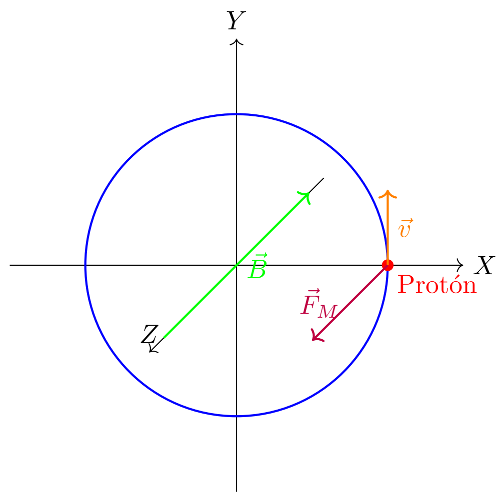
$$E = v \cdot B.$$

Por lo tanto, la relación que deben cumplir los módulos de ambos campos es $\boldsymbol{E = v \cdot B}$.

b) Un protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano $\boldsymbol{XY}$, con una velocidad de módulo igual a $\boldsymbol{3 \cdot 10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$, en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 0,05 T.

i. Justifique, con ayuda de un esquema que incluya la trayectoria descrita por el protón, la dirección y sentido del campo magnético.

Dado que el protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY, aplicando la regla de la mano derecha, la dirección del campo magnético debe ser perpendicular al plano de la trayectoria. Además, para que la fuerza magnética proporcione la centrípeta necesaria para el movimiento circular en sentido antihorario, el campo magnético $\vec{B}$ debe estar dirigido en el sentido negativo del eje OZ.



Por lo tanto, el campo magnético está dirigido en el sentido negativo del eje $\boldsymbol{OZ}$.

ii. Calcule, de forma razonada, el periodo del movimiento y el radio de la trayectoria del protón.

La fuerza magnética proporciona la fuerza centrípeta necesaria para el movimiento circular del protón:

$$F_M = F_C,$$

es decir:

$$q \cdot v \cdot B = \frac{m_p \cdot v^2}{r}.$$

Resolviendo para el radio r:

$$r = \frac{m_p \cdot v}{q \cdot B}.$$

Sustituyendo los valores:

$$r = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 3 \cdot 10^{5}\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 0{,}05\,\mathrm{T}} = 0{,}06375\,\mathrm{m} = 6{,}375 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}.$$

El periodo T del movimiento circular está relacionado con la velocidad v y el radio r mediante:

$$T = \frac{2\pi r}{v}.$$

Sustituyendo los valores calculados:

$$T = \frac{2\pi \cdot 6{,}375 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^{5}\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 1{,}34 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}.$$

Por lo tanto, el periodo del movimiento del protón es $T = 1{,}34 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$ y el radio de la trayectoria es $r = 6{,}375 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$.

Andalucía, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria)

Pregunta B. Opción 1

a) **Dos partículas idénticas con carga q y masa m se encuentran separadas por una distancia d. A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera.**
   i. **Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final.**
   ii. **Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas.**

b) **Dos partículas idénticas con carga $q = +5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$ están fijas en los puntos $(0, -3)\,\mathrm{m}$ y $(0, 3)\,\mathrm{m}$ del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con carga $Q = -2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$ y masa $m = 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}$ en el punto $(4, 0)\,\mathrm{m}$, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto $(0, 0)$.**

   Dato: $K = 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$

Solución:

a) **Dos partículas idénticas con carga q y masa m se encuentran separadas por una distancia d. A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera.**
   i. **Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final.**

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica. Inicialmente, la partícula en movimiento está a una distancia d de la partícula fija y tiene una velocidad inicial $v_i = 0$. En el punto final, la distancia es $2d$ y la velocidad es v_f.
La energía potencial eléctrica inicial es:

$$E_{p,i} = \frac{Kq^2}{d}.$$

La energía potencial eléctrica final es:

$$E_{p,f} = \frac{Kq^2}{2d}.$$

La energía cinética final es:

$$E_{c,f} = \frac{1}{2}mv_f^2.$$

Por conservación de la energía:

$$E_{p,i} + E_{c,i} = E_{p,f} + E_{p,f}.$$

Dado que $E_{c,i} = 0\,\mathrm{J}$, se tiene que

$$\frac{Kq^2}{d} = \frac{Kq^2}{2d} + \frac{1}{2}mv_f^2.$$

Despejamos v_f:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{Kq^2}{d} - \frac{Kq^2}{2d} = \frac{Kq^2}{2d} \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = \frac{Kq^2}{md} \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{Kq^2}{md}}.$$

Por lo tanto, la velocidad final es $\boldsymbol{v_f = \sqrt{\frac{Kq^2}{md}}}$.

ii. Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas.

Si duplicamos las cargas, $q' = 2q$, entonces la velocidad final se convierte en:

$$v'_f = \sqrt{\frac{K(2q)^2}{md}} = \sqrt{\frac{4Kq^2}{md}} = 2\sqrt{\frac{Kq^2}{md}} = 2v_f.$$

Por lo tanto, la velocidad se duplica.

b) **Dos partículas idénticas con carga $q = +5 \cdot 10^{-6}$ C están fijas en los puntos $(0, -3)$ m y $(0, 3)$ m del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con carga $Q = -2 \cdot 10^{-8}$ C y masa $m = 8 \cdot 10^{-6}$ kg en el punto $(4, 0)$ m, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto $(0, 0)$.**

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica. Inicialmente, la tercera partícula está en reposo en $(4, 0)$ m, por lo que su energía cinética inicial es $E_{c,i} = 0$. Al llegar al punto $(0, 0)$, tiene una velocidad v_f y una energía cinética $E_{c,f} = \frac{1}{2}mv_f^2$.

La energía potencial eléctrica inicial está dada por la interacción con las dos partículas fijas:

$$E_{p,i} = \frac{KqQ}{r_1} + \frac{KqQ}{r_2}.$$

Donde r_1 y r_2 son las distancias desde el punto $(4, 0)$ hasta $(0, -3)$ y $(0, 3)$, respectivamente. Calculamos r_1 y r_2:

$$r_1 = \sqrt{(4-0)^2 + (0-(-3))^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5\,\mathrm{m},$$
$$r_2 = \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5\,\mathrm{m}.$$

Así, la energía potencial inicial es:

$$E_{p,i} = \frac{KqQ}{5} + \frac{KqQ}{5} = \frac{2KqQ}{5}.$$

En el punto final $(0, 0)$, las distancias a ambas partículas fijas son 3 m:

$$r'_1 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-(-3))^2} = 3\,\mathrm{m},$$
$$r'_2 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-3)^2} = 3\,\mathrm{m},$$

La energía potencial final es:

$$E_{p,f} = \frac{KqQ}{3} + \frac{KqQ}{3} = \frac{2KqQ}{3}.$$

La variación de energía potencial es:

$$\Delta E_p = E_{p,f} - E_{p,i} = \frac{2KqQ}{3} - \frac{2KqQ}{5} = 2KqQ\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = 2KqQ\left(\frac{2}{15}\right) = \frac{4KqQ}{15}.$$

Dado que Q es negativa, la variación de energía mecánica es:

$$\Delta E_m = E_{c,f} - E_{c,i} = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0 = \frac{1}{2}mv_f^2 = -\Delta E_p = -\frac{4KqQ}{15}.$$

Entonces,

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{4Kq|Q|}{15} \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = \frac{8Kq|Q|}{15m} \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{8Kq|Q|}{15m}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v_f = \sqrt{\frac{8 \cdot 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}} \cdot 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}}{15 \cdot 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}}} = 7{,}75\,\mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad final es 7,75 m/s.

Pregunta B. Opción 2

a) **Suponga dos conductores rectilíneos, muy largos, paralelos y separados por una distancia “d” por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido. Razone cómo se modifica la fuerza por unidad de longitud entre los conductores si duplicamos ambas intensidades y a la vez reducimos “d” a la mitad.**

b) **Un protón que ha sido acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 6000 V describe una órbita circular en un campo magnético uniforme de 0,8 T. Calcule razonadamente:**
   i. **El módulo de la fuerza magnética que actúa sobre el protón.**
   ii. **El radio de la trayectoria descrita.**

Datos: $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ **kg;** $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ **C**

Solución:

a) **Suponga dos conductores rectilíneos, muy largos, paralelos y separados por una distancia “d” por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido. Razone cómo se modifica la fuerza por unidad de longitud entre los conductores si duplicamos ambas intensidades y a la vez reducimos “d” a la mitad.**

La fuerza por unidad de longitud entre dos conductores rectilíneos paralelos y muy largos que transportan corrientes eléctricas I_1 e I_2 se calcula mediante la ley de Ampère:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d},$$

donde:
- F es la fuerza entre los conductores,
- L es la longitud de los conductores,
- μ_0 es la permeabilidad del vacío,
- d es la distancia entre los conductores.

En el caso inicial, las corrientes son iguales: $I_1 = I_2 = I$. Por lo tanto, la fuerza por unidad de longitud es:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}.$$

Ahora, si duplicamos ambas intensidades y reducimos la distancia a la mitad, tenemos:

$$I_1' = I_2' = 2I \quad \text{y} \quad d' = \frac{d}{2}.$$

La nueva fuerza por unidad de longitud será:

$$\frac{F'}{L} = \frac{\mu_0 (2I)^2}{2\pi \left(\frac{d}{2}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot 4I^2}{\pi d} = 8 \cdot \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = 8 \cdot \frac{F}{L}.$$

Por lo tanto, la fuerza por unidad de longitud se multiplica por 8.

b) **Un protón que ha sido acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 6000 V describe una órbita circular en un campo magnético uniforme de 0,8 T. Calcule razonadamente:**
   i. **El módulo de la fuerza magnética que actúa sobre el protón.**

Para determinar la velocidad adquirida por el protón al ser acelerado por una diferencia de potencial, aplicamos el principio de conservación de la energía. La energía eléctrica proporcionada al protón se convierte en energía cinética:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2.$$

Despejamos la velocidad v:

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 6000\,\mathrm{V}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 1{,}063 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}.$$

Ahora, la fuerza magnética que actúa sobre el protón se calcula mediante la ley de Lorentz:

$$F = qvB\sin\theta.$$

Dado que el movimiento es perpendicular al campo magnético, $\theta = 90^\circ$ y $\sin\theta = 1$. Por lo tanto:

$$F = qvB.$$

Sustituyendo los valores:

$$F = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1{,}063 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}8\,\mathrm{T} = 1{,}36 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{N}.$$

Por lo tanto, la fuerza magnética es $\mathbf{1{,}36 \cdot 10^{-13}\,N}$.

ii. El radio de la trayectoria descrita.

La fuerza magnética proporciona la fuerza centrípeta necesaria para mantener al protón en movimiento circular:

$$F = \frac{mv^2}{R},$$

donde R es el radio de la trayectoria. Igualando las dos expresiones para la fuerza:

$$qvB = \frac{mv^2}{R}.$$

Despejamos R:

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

Sustituyendo los valores:

$$R = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}063 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 0{,}8\,\mathrm{T}} = 1{,}414 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} = 0{,}014\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, el radio de la trayectoria es $\mathbf{0{,}014\,m}$.

Andalucía, Junio 2020 (Convocatoria ordinaria)

Ejercicio 2

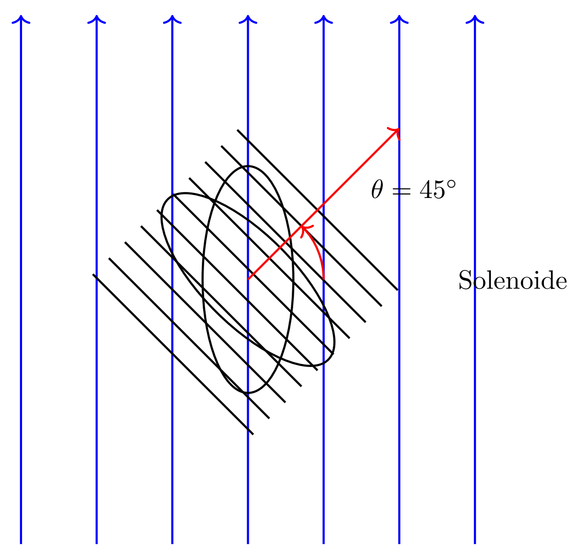
a) **Un solenoide de N espiras se encuentra inmerso en un campo magnético variable con el tiempo. El eje del solenoide forma un ángulo de 45° con el campo. Razone, apoyándose de un esquema, qué ocurriría con la fuerza electromotriz inducida si:**
   i. **El número de espiras fuera el doble.**
   ii. **El ángulo entre el eje y el campo fuera el doble del inicial.**

b) **Una espira cuadrada penetra en un campo magnético uniforme de 2 T, perpendicular al plano de la espira. Mientras entra, la superficie de la espira afectada por el campo magnético aumenta según la expresión $S(t) = 0{,}25\,t\,\mathrm{m}^2$.**
   i. **Realice un esquema que muestre el sentido de la corriente inducida en la espira y los campos magnéticos implicados (externo e inducido).**
   ii. **Calcule razonadamente la fuerza electromotriz inducida en la espira.**

Solución:

a) **Un solenoide de N espiras se encuentra inmerso en un campo magnético variable con el tiempo. El eje del solenoide forma un ángulo de 45° con el campo. Razone, apoyándose de un esquema, qué ocurriría con la fuerza electromotriz inducida si:**
   i. **El número de espiras fuera el doble.**

Comenzamos representando la situación descrita por el enunciado:



La fuerza electromotriz inducida en un solenoide está dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt},$$

donde Φ es el flujo magnético a través de una espira, y N es el número de espiras. El flujo magnético se calcula como:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha.$$

Dado que el solenoide está inmerso en un campo magnético variable en el tiempo, el flujo también es variable. Si el número de espiras se duplica, es decir, $N' = 2N$, entonces la fuerza electromotriz inducida se modifica proporcionalmente:

$$\mathcal{E}' = -N' \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -2N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = 2 \cdot \mathcal{E}.$$

Por lo tanto, si el número de espiras se duplica, la fuerza electromotriz inducida también se duplica.

ii. El ángulo entre el eje y el campo fuera el doble del inicial.

Inicialmente, el ángulo es $\alpha = 45°$. Si el ángulo se duplica, entonces $\alpha' = 90°$. El flujo magnético con el nuevo ángulo será:

$$\Phi' = B \cdot S \cdot \cos 90° = B \cdot S \cdot 0 = 0.$$

Así, la derivada temporal del flujo también será nula:

$$\frac{d\Phi'}{dt} = 0.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida será:

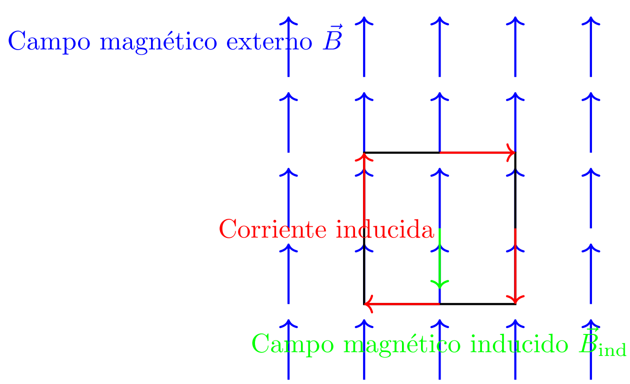
$$\mathcal{E}' = -N \cdot \frac{d\Phi'}{dt} = -N \cdot 0 = 0.$$

Por lo tanto, si el ángulo entre el eje del solenoide y el campo magnético se duplica hasta 90°, la fuerza electromotriz inducida se anula.

b) Una espira cuadrada penetra en un campo magnético uniforme de 2 T, perpendicular al plano de la espira. Mientras entra, la superficie de la espira afectada por el campo magnético aumenta según la expresión $S(t) = 0{,}25\,t\,\mathrm{m}^2$.

i. Realice un esquema que muestre el sentido de la corriente inducida en la espira y los campos magnéticos implicados (externo e inducido).

El esquema pedido es:



Al entrar la espira en el campo magnético externo de $B = 2\,\mathrm{T}$, el flujo magnético a través de la espira aumenta con el tiempo debido a la relación $S(t) = 0{,}25\,t\,\mathrm{m}^2$. Según la ley de Faraday, este cambio en el flujo induce una corriente en la espira, cuya dirección se determina por la regla de Lenz. Dado que el flujo magnético está aumentando, la corriente inducida generará un campo magnético en sentido contrario al campo externo para oponerse a dicho cambio. Por lo tanto, la corriente inducida en la espira será en sentido antihorario (vista desde arriba), creando un campo magnético inducido $\vec{B}_{\text{ind}}$ que apunta hacia abajo, o en oposición al campo magnético externo que entra en la espira.

Por lo tanto, la corriente inducida en la espira tiene un sentido horario, generando un campo magnético que contrarresta el campo externo creciente.

ii. Calcule razonadamente la fuerza electromotriz inducida en la espira.

La fuerza electromotriz inducida en una espira viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

donde el flujo magnético Φ está dado por:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\theta.$$

Dado que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, $\theta = 0^\circ$ y $\cos 0^\circ = 1$. Por lo tanto:

$$\Phi(t) = B \cdot S(t) = 2\,\mathrm{T} \cdot 0{,}25\,t\,\mathrm{m}^2 = 0{,}5\,t\,\mathrm{Wb}.$$

Calculamos la derivada del flujo respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(0{,}5\,t) = 0{,}5\,\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{s}}.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -0{,}5\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en la espira es $\boldsymbol{\mathcal{E} = -0{,}5\,\mathrm{V}}$.

Ejercicio 6

a) **Un electrón se mueve por una región del espacio donde existen campos eléctrico y magnético uniformes, de forma que la fuerza neta que actúa sobre el electrón es nula.**
   i. **Discuta razonadamente, con la ayuda de un esquema, cómo deben ser las direcciones y sentidos de los campos.**
   ii. **Determine la expresión del módulo de la velocidad de la partícula para que esto ocurra.**

b) **Tenemos dos conductores rectilíneos verticales y muy largos, dispuestos paralelamente y separados 3,5 m. Por el primero circula una intensidad de 3 A hacia arriba.**
   i. **Calcule razonadamente el valor y el sentido de la corriente que debe circular por el segundo conductor para que el campo magnético en un punto situado entre los dos conductores y a 1,5 m del primero sea nulo.**
   ii. **Realice un esquema representando las magnitudes implicadas.**

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}

Solución:

a) **Un electrón se mueve por una región del espacio donde existen campos eléctrico y magnético uniformes, de forma que la fuerza neta que actúa sobre el electrón es nula.**
   i. **Discuta razonadamente, con la ayuda de un esquema, cómo deben ser las direcciones y sentidos de los campos.**

Para que la fuerza neta sobre el electrón sea nula, las fuerzas eléctrica ($\vec{F}_E$) y magnética ($\vec{F}_B$) deben cancelarse mutuamente:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0,$$

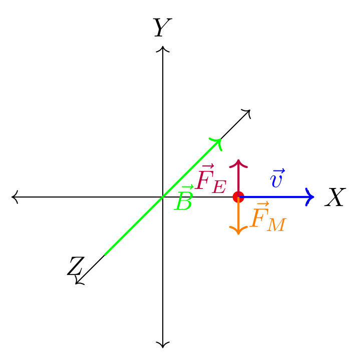
donde

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} \quad \text{y} \quad \vec{F}_B = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Para que $\vec{F}_E$ y $\vec{F}_B$ sean iguales en magnitud y opuestas en dirección, es necesario que

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}.$$

Entonces,



Por lo tanto, los campos eléctrico y magnético deben ser perpendiculares entre sí y orientados de manera que $\vec{E}$ sea igual y opuesto a $\vec{v} \times \vec{B}$.

   ii. **Determine la expresión del módulo de la velocidad de la partícula para que esto ocurra.**

Para que la fuerza neta sea nula:

$$|\vec{F}_E| = |\vec{F}_B|,$$

donde:

$$F_E = |q| \cdot E \quad \text{y} \quad F_B = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta.$$

Como los campos son perpendiculares ($\theta = 90°$), $\sin 90° = 1$. Entonces,

$$|q| \cdot E = |q| \cdot v \cdot B \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad E = v \cdot B.$$

Resolviendo para v:

$$v = \frac{E}{B}.$$

Por lo tanto, la velocidad de la partícula debe ser $v = \dfrac{E}{B}$ para que la fuerza neta sobre el electrón sea nula.

b) **Tenemos dos conductores rectilíneos verticales y muy largos, dispuestos paralelamente y separados 3,5 m. Por el primero circula una intensidad de 3 A hacia arriba.**

i. **Calcule razonadamente el valor y el sentido de la corriente que debe circular por el segundo conductor para que el campo magnético en un punto situado entre los dos conductores y a 1,5 m del primero sea nulo.**

El campo magnético generado por un conductor rectilíneo largo está dado por la ley de Ampère:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

donde

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{T m A}^{-1}, \quad I = \text{intensidad de corriente}, \quad r = \text{distancia al conductor}.$$

Para que el campo magnético en el punto P (situado a 1,5 m del primer conductor y a 2 m del segundo, ya que la separación total es 3,5 m) sea nulo, los campos magnéticos generados por ambos conductores deben ser iguales en magnitud y opuestos en dirección. Sea I_2 la intensidad de corriente en el segundo conductor:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 \cdot 3}{2\pi \cdot 1{,}5},$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 2}.$$

Para que $B_1 = B_2$:

$$\frac{\mu_0 \cdot 3}{2\pi \cdot 1{,}5} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 2}.$$

Cancelando términos comunes:

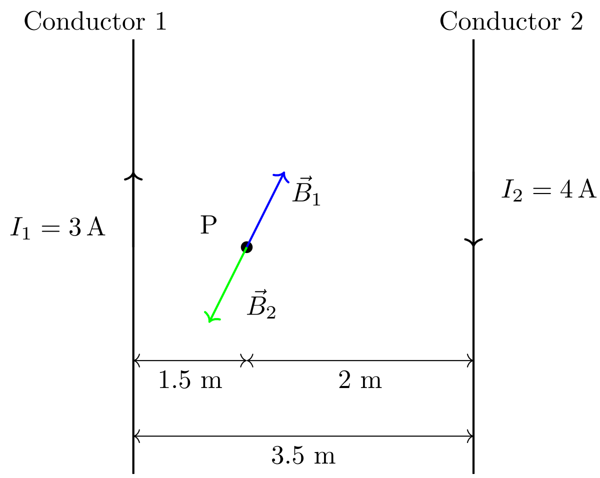
$$\frac{3}{1{,}5} = \frac{I_2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{1{,}5} \cdot 2 = I_2 \quad \Rightarrow \quad I_2 = 4\,\text{A}.$$

Aplicando la regla de la mano derecha, si las corrientes en ambos conductores fluyen en sentidos opuestos, los campos magnéticos en el punto P se anularán. Dado que en el primer conductor la corriente va hacia arriba, en el segundo conductor la corriente debe ir hacia abajo para que los campos magnéticos se cancelen en el punto intermedio.

Por lo tanto, la corriente que debe circular por el segundo conductor es de 4 A hacia abajo.

ii. Realice un esquema representando las magnitudes implicadas.

El esquema pedido es:



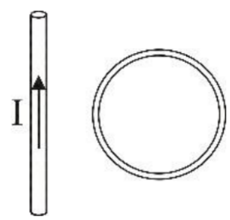
Por lo tanto, el esquema muestra cómo las corrientes en los conductores generan campos magnéticos que se anulan en el punto P cuando las corrientes son opuestas y de magnitudes adecuadas.

Andalucía, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)

Ejercicio 2

a) **Se sitúa una espira circular junto a un hilo recto muy largo por el que circula una corriente I, tal y como se muestra en la figura. Razone si se produce corriente inducida y justifique el sentido de la misma en los siguientes casos:**
   i. **La espira se mueve paralela al hilo.**
   ii. **La espira se mueve hacia la derecha, alejándose del hilo.**

b) **Una espira cuadrada de 4 cm de lado, situada inicialmente en el plano XY, está inmersa en un campo magnético uniforme de 3 T, dirigido en el sentido positivo del eje X. La espira gira con una velocidad angular de 100 rad s^{-1} en torno al eje Y. Calcule razonadamente, apoyándose en un esquema:**
   i. **El flujo magnético en función del tiempo.**
   ii. **La fuerza electromotriz inducida en función del tiempo.**



Solución:

a) **Se sitúa una espira circular junto a un hilo recto muy largo por el que circula una corriente I, tal y como se muestra en la figura. Razone si se produce corriente inducida y justifique el sentido de la misma en los siguientes casos:**
   i. **La espira se mueve paralela al hilo.**

En este caso, la espira se desplaza paralelamente al hilo conductor sin cambiar la distancia entre ellos. Como la configuración geométrica no varía, el flujo magnético que atraviesa la espira permanece constante. Según la ley de Faraday-Lenz, si el flujo magnético a través de una espira no cambia, no se induce una fuerza electromotriz (ϵ) en la espira:

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = 0.$$

Por la ley de Ohm, si la fuerza electromotriz es cero, no hay corriente inducida en la espira:

$$I_{\text{inducida}} = \frac{\epsilon}{R} = 0.$$

Por lo tanto, no se produce corriente inducida cuando la espira se mueve paralela al hilo.

   ii. **La espira se mueve hacia la derecha, alejándose del hilo.**

En este caso, al mover la espira hacia la derecha, se incrementa la distancia entre la espira y el hilo conductor. Dado que el campo magnético alrededor de un hilo recto disminuye con la distancia, al alejarse la espira, la densidad del flujo magnético que atraviesa la espira disminuye. Por lo tanto, el flujo magnético Φ disminuye con el tiempo:

$$\frac{d\Phi}{dt} < 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} > 0.$$

Según la ley de Faraday-Lenz, la corriente inducida generará un campo magnético que se opone a la disminución del flujo original. Aplicando la regla de la mano derecha, determinamos el sentido de la corriente inducida.

Por lo tanto, se produce una corriente inducida en la espira cuyo sentido es tal que genera un campo magnético que intenta mantener constante el flujo, oponiéndose al cambio causado por el movimiento de la espira.

b) **Una espira cuadrada de 4 cm de lado, situada inicialmente en el plano XY, está inmersa en un campo magnético uniforme de 3 T, dirigido en el sentido positivo del eje X. La espira gira con una velocidad angular de 100 rad s^{-1} en torno al eje Y. Calcule razonadamente, apoyándose en un esquema:**

i. **El flujo magnético en función del tiempo.**

El flujo magnético Φ a través de la espira se define como:

$$\Phi(t) = B \cdot A \cdot \cos(\theta(t)),$$

donde:

* $B = 3\,\mathrm{T}$ es la magnitud del campo magnético,
* $A = (0{,}04\,\mathrm{m})^2 = 0{,}0016\,\mathrm{m}^2$ es el área de la espira cuadrada,
* $\theta(t)$ es el ángulo entre el campo magnético y la normal a la superficie de la espira en el tiempo t.

Dado que la espira gira con una velocidad angular $\omega = 100\,\mathrm{rad\ s}^{-1}$ en torno del eje Y, el ángulo $\theta(t)$ varía con el tiempo como:

$$\theta(t) = \omega t + \frac{\pi}{2}.$$

Entonces, el flujo magnético en función del tiempo es:

$$\Phi(t) = B \cdot A \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = 3 \cdot 0{,}0016 \cdot \cos(100t + \frac{\pi}{2}) = 0{,}0048 \cdot \cos(100t + \frac{\pi}{2})\,\mathrm{Wb}.$$

Por lo tanto, el flujo magnético en función del tiempo es $\boldsymbol{\Phi(t) = 0{,}0048 \cdot \cos(100t + \frac{\pi}{2})}$ Wb.

ii. **La fuerza electromotriz inducida en función del tiempo.**

Según la ley de Faraday-Lenz, la fuerza electromotriz (ϵ) inducida en la espira está dada por:

$$\epsilon(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

Derivando el flujo magnético respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = -0{,}0048 \cdot 100 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2}) = -0{,}48 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2})\,\mathrm{V}.$$

Entonces,

$$\epsilon(t) = -\left(-0{,}48 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2})\right) = 0{,}48 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2})\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo es $\boldsymbol{\epsilon(t) = 0{,}48 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2})}$ V.

Ejercicio 6

a) **Una partícula con carga positiva se encuentra dentro de un campo eléctrico uniforme.**
   i. **¿Aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica al moverse en la dirección y sentido del campo?**
   ii. **¿Y si se moviera en una dirección perpendicular a dicho campo? Razone las respuestas.**

b) **Una carga de $3 \cdot 10^{-9}$ C está situada en el origen de un sistema de coordenadas. Una segunda carga puntual de $-4 \cdot 10^{-9}$ C se coloca en el punto $(0, 4)$ m. Ayudándose de un esquema, calcule el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto $(3, 0)$ m.**

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2}

Solución:

a) **Una partícula con carga positiva se encuentra dentro de un campo eléctrico uniforme.**
   i. **¿Aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica al moverse en la dirección y sentido del campo?**

La energía potencial eléctrica (E_p) de una carga q en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ está dada por:

$$E_p = q \cdot V,$$

donde V es el potencial eléctrico. En un campo eléctrico uniforme, el potencial eléctrico varía linealmente con la posición. Al moverse en la dirección y sentido del campo eléctrico, la carga positiva se desplaza hacia regiones de menor potencial eléctrico. Por lo tanto, su energía potencial eléctrica disminuye.

Por lo tanto, la energía potencial eléctrica de la partícula disminuye al moverse en la dirección y sentido del campo eléctrico.

   ii. **¿Y si se moviera en una dirección perpendicular a dicho campo? Razone las respuestas.**

Cuando la partícula se mueve en una dirección perpendicular al campo eléctrico, no hay cambio en la posición a lo largo de la dirección del campo. Dado que el potencial eléctrico depende únicamente de la posición en la dirección del campo, el potencial eléctrico en la posición de la partícula permanece constante durante su movimiento perpendicular. Por lo tanto, la energía potencial eléctrica de la partícula no varía.

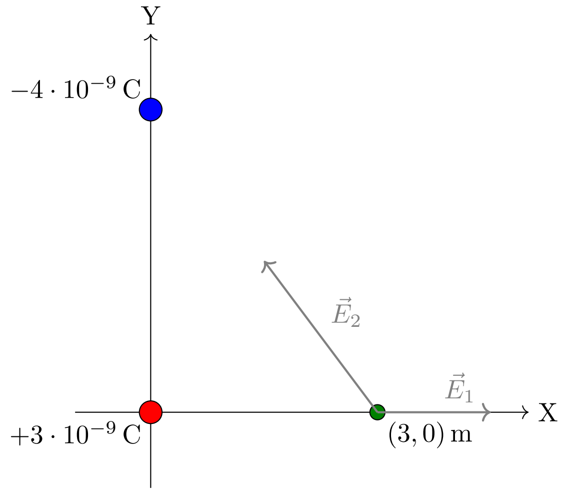
Por lo tanto, al moverse perpendicularmente al campo eléctrico, la energía potencial eléctrica de la partícula permanece constante.

b) **Una carga de $3 \cdot 10^{-9}$ C está situada en el origen de un sistema de coordenadas. Una segunda carga puntual de $-4 \cdot 10^{-9}$ C se coloca en el punto $(0, 4)$ m. Ayudándose de un esquema, calcule el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto $(3, 0)$ m.**

Para calcular el campo eléctrico en el punto $(3, 0)$ m debido a ambas cargas, aplicamos el principio de superposición. El campo eléctrico generado por una carga puntual q en un punto a una distancia r está dado por:

$$\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{r},$$

donde $K = 9 \cdot 10^9$ N m^{2}C^{-2} es la constante de Coulomb, q es la carga, r es la distancia desde la carga al punto de interés, y $\vec{r}$ es el vector unitario en la dirección de r.



Empezamos con $q_1 = 3 \cdot 10^{-9}$ C en el origen $(0, 0)$. La distancia desde q_1 al punto $(3, 0)$ es:

$$r_1 = 3\,\text{m}.$$

El campo eléctrico debido a q_1 en $(3, 0)$ es:

$$\vec{E}_1 = K \cdot \frac{q_1}{r_1^2} \cdot \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{9} \cdot \vec{i} = 3 \cdot 10^0 \cdot \vec{i}\,\text{N/C} = 3 \cdot \vec{i}\,\text{N/C}.$$

Hacemos lo mismo con $q_2 = -4 \cdot 10^{-9}$ C en $(0, 4)$. La distancia desde q_2 al punto $(3, 0)$ es:

$$r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,\text{m}.$$

El ángulo θ entre el eje Y y la línea que une q_2 con el punto $(3, 0)$ es tal que $\tan\theta = \frac{3}{4}$, lo que implica $\cos\theta = \frac{4}{5}$ y $\sin\theta = \frac{3}{5}$. El campo eléctrico debido a q_2 en $(3, 0)$ es:

$$\vec{E}_2 = K \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \vec{r}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{25} \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot \vec{i} - \frac{4}{5} \cdot \vec{j}\right) = -0,864 \cdot \vec{i} + 1.152 \cdot 10^0 \cdot \vec{j}\,\text{N/C}.$$

Entonces,

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2,136 \cdot \vec{i} + 1.152 \cdot \vec{j}\,\text{N/C}.$$

El potencial eléctrico (V) en un punto debido a una carga puntual q está dado por:

$$V = K \cdot \frac{q}{r},$$

donde $K = 9 \cdot 10^9\,\text{N m}^2\text{C}^{-2}$, q es la carga, y r es la distancia desde la carga al punto de interés. Aplicamos el principio de superposición para el potencial eléctrico total en el punto $(3, 0)$:

$$V_{\text{total}} = V_1 + V_2,$$

donde:

$$V_1 = K \cdot \frac{q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{3} = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-9} = 9 \cdot 10^0\,\text{V} = 9\,\text{V},$$

$$V_2 = K \cdot \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{5} = 9 \cdot 10^9 \cdot (-0.8) \cdot 10^{-9} = -7.2 \cdot 10^0\,\text{V} = -7.2\,\text{V}.$$

Entonces,

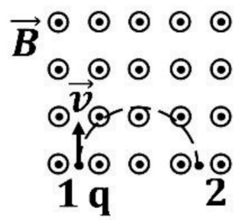
$$V_{\text{total}} = 9\,\text{V} - 7.2\,\text{V} = 1.8\,\text{V}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico en el punto $(3, 0)$ m es $2,136 \cdot \vec{i} + 1.152 \cdot \vec{j}$ N/C.y el potencial eléctrico es 1.8 V.

Comunidad Valenciana, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)

Cuestión 3

La línea discontinua de la figura representa la trayectoria de una carga, q, entre las posiciones 1 y 2 dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B}$. Escribe el nombre y la expresión de la fuerza que el campo ejerce sobre dicha carga. Determina razonadamente el signo de la carga. Explica cuál sería la forma de la trayectoria si por el punto 1 entrara un neutrón con velocidad $\vec{v}$.



Solución:

La fuerza que ejerce un campo magnético sobre una carga en movimiento se denomina *fuerza de Lorentz*:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:

- q es la carga de la partícula,
- $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula,
- $\vec{B}$ es el campo magnético.

Por lo tanto, la fuerza ejercida por el campo magnético sobre la carga q es la fuerza de Lorentz, expresada por $\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$.

Observando la trayectoria de la carga q representada por la línea discontinua, podemos deducir la siguiente información:

- $\vec{F} = F \cdot \vec{i}$ (sentido positivo del eje x),
- $\vec{v} = v \cdot \vec{j}$ (sentido positivo del eje y),
- $\vec{B} = B \cdot \vec{k}$ (sentido positivo del eje z).

Entonces,

$$\vec{F}\vec{i} = |q| \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = |q| v B \vec{i},$$

por lo que la carga debe ser positiva.

Por lo tanto, la carga es positiva..

Un neutrón es una partícula **neutral** ($q = 0$). Dado que la fuerza de Lorentz depende de la carga q, si $q = 0$, entonces:

$$\vec{F} = 0 \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{0}.$$

Por lo tanto, la fuerza magnética sobre un neutrón es nula. Como resultado, la trayectoria

del neutrón será una línea recta, ya que no experimenta ninguna fuerza que lo desvíe de su camino.

Cuestión 4

Un hilo conductor rectilíneo de gran longitud, situado a lo largo del eje X, transporta una corriente de intensidad $I = 50$ A en sentido positivo. Determina las coordenadas de los puntos sobre el eje Y en los que el módulo del vector campo magnético generado sea $B = 10^{-5}$ T. Representa la corriente, las líneas de campo magnético y el vector campo magnético, $\vec{B}$, en dichos puntos. Escribe la expresión vectorial del campo magnético en dichos puntos.

Dato: permeabilidad magnética en el vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m/A

Solución:

Consideremos un hilo conductor rectilíneo de gran longitud situado a lo largo del eje X, que transporta una corriente de intensidad $I = 50$ A en sentido positivo. Queremos determinar las coordenadas de los puntos sobre el eje Y donde el módulo del campo magnético generado es $B = 10^{-5}$ T. La expresión para el campo magnético a una distancia r de un hilo conductor rectilíneo es:

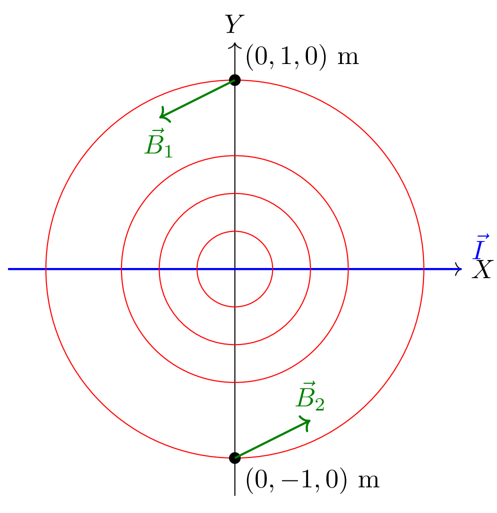
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Dado que $B = 10^{-5}$ T, podemos despejar r:

$$10^{-5} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{2\pi r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 50}{10^{-5}} = 1 \text{ m}.$$

De manera vectorial, se tiene que:

$$\vec{B}_1 = +B\vec{k} = 10^{-5}\vec{k} \text{ T} \qquad \text{y} \qquad \vec{B}_2 = -B\vec{k} = -10^{-5}\vec{k} \text{ T}.$$



Por lo tanto, las coordenadas de los puntos sobre el eje Y son $(0, 1, 0)$ m y $(0, -1, 0)$ m.

Problema 1

Dos cargas puntuales, $q_1 = 4\ \mu$C y $q_2 = -2\ \mu$C, se encuentran ubicadas en las coordenadas (0,0) m y (1,0) m respectivamente.

a) **Calcula razonadamente el vector campo eléctrico total en el punto (1, 1) m. Representa gráficamente en dicho punto los vectores campo eléctrico involucrados.**

b) **Razona por qué el campo total sobre puntos del eje X sólo se puede anular cuando $x > 1$ m. Calcula razonadamente el punto en que dicho campo se anula.**

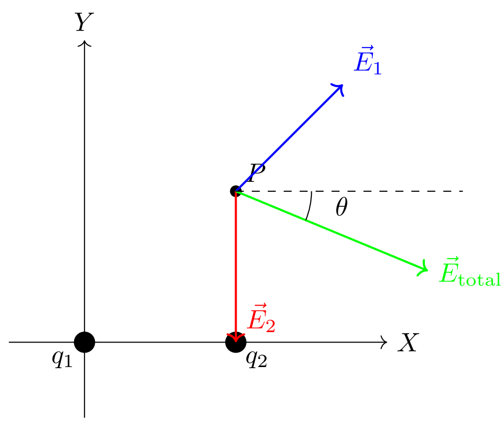
Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

Solución:

a) **Calcula razonadamente el vector campo eléctrico total en el punto (1, 1) m. Representa gráficamente en dicho punto los vectores campo eléctrico involucrados.**

Consideramos dos cargas puntuales:
- $q_1 = +4\ \mu\text{C} = +4 \cdot 10^{-6}$ C ubicada en $(0, 0)$ m.
- $q_2 = -2\ \mu\text{C} = -2 \cdot 10^{-6}$ C ubicada en $(1, 0)$ m.

Queremos calcular el campo eléctrico total en el punto P de coordenadas $(1, 1)$ m. Primero, calculamos el campo eléctrico producido por cada carga en el punto P.



Campo eléctrico debido a q_1:

La posición relativa del punto P respecto a q_1 es:

$$\vec{r}_{1P} = (1 - 0,\ 1 - 0) = (1,\ 1)\ \text{m}.$$

La distancia entre q_1 y P es:

$$r_{1P} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}\ \text{m}.$$

El vector unitario en la dirección de $\vec{r}_{1P}$ es:

$$\vec{r}_{1P} = \frac{\vec{r}_{1P}}{r_{1P}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

El campo eléctrico en P debido a q_1 es:

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{r_{1P}^2}\vec{r}_{1P}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\vec{E}_1 = \frac{(9 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-2})(4 \cdot 10^{-6}\ \text{C})}{(\sqrt{2})^2}\ \vec{r}_{1P} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (4 \cdot 10^{-6})}{2}\ \vec{r}_{1P}.$$

Calculamos:

$$\vec{E}_1 = 18000 \text{ N/C} \cdot \vec{r}_{1P} = 18000 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \ \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ N/C}.$$

Campo eléctrico debido a q_2:

La posición relativa del punto P respecto a q_2 es:

$$\vec{r}_{2P} = (1 - 1, \ 1 - 0) = (0, \ 1) \text{ m}.$$

La distancia entre q_2 y P es:

$$r_{2P} = \sqrt{(0)^2 + (1)^2} = 1 \text{ m}.$$

El vector unitario en la dirección de $\vec{r}_{2P}$ es:

$$\vec{r}_{2P} = \frac{\vec{r}_{2P}}{r_{2P}} = (0, \ 1).$$

El campo eléctrico en P debido a q_2 es:

$$\vec{E}_2 = \frac{kq_2}{r_{2P}^2} \vec{r}_{2P}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\vec{E}_2 = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{1^2} \ \vec{r}_{2P} = -18000 \text{ N/C} \cdot (0, \ 1).$$

Por el principio de superposición, sumamos los campos eléctricos para obtener el campo total en P:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Calculamos las componentes:

$$\vec{E}_1 = 18000 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \ \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = (12727.92, \ 12727.92) \text{ N/C},$$

$$\vec{E}_2 = -18000 \ (0, \ 1) = (0, \ -18000) \text{ N/C}.$$

Entonces,

$$E_x = 12,727.92 + 0 = 12,727.92 \text{ N/C},$$

$$E_y = 12,727.92 + (-18,000) = -5,272.08 \text{ N/C}.$$

Por lo tanto, el vector campo eléctrico en el punto $(1, 1)$ m es $\vec{E}_{\text{total}} = (12727.92, \ -5272.08)$ N/C.

b) Razona por qué el campo total sobre puntos del eje X sólo se puede anular cuando $x > 1$ m. Calcula razonadamente el punto en que dicho campo se anula.

Los puntos sobre el eje X tienen coordenadas $(x, 0)$. El campo eléctrico total en estos puntos es la suma de los campos debidos a q_1 y q_2. El campo eléctrico debido a q_1 en un punto del eje X es:

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{x^2} \vec{i}.$$

El campo eléctrico debido a q_2 es:

$$\vec{E}_2 = \frac{kq_2}{(x-1)^2} \vec{i}.$$

El campo eléctrico total es:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left(\frac{kq_1}{x^2} + \frac{kq_2}{(x-1)^2} \right) \vec{i}.$$

Para que el campo eléctrico total se anule, debe cumplirse:

$$\frac{kq_1}{x^2} + \frac{kq_2}{(x-1)^2} = 0.$$

Simplificamos eliminando k:

$$\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(x-1)^2} = 0.$$

Sustituimos los valores de q_1 y q_2:

$$\frac{4 \cdot 10^{-6}}{x^2} + \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{(x-1)^2} = 0.$$

Simplificamos multiplicando ambos lados por $x^2(x-1)^2$:

$$4 \cdot 10^{-6}(x-1)^2 - 2 \cdot 10^{-6} x^2 = 0.$$

Eliminamos 10^{-6} multiplicando ambos lados por 10^6:

$$4(x-1)^2 - 2x^2 = 0.$$

Desarrollamos los términos:

$$4(x^2 - 2x + 1) - 2x^2 = 0,$$
$$4x^2 - 8x + 4 - 2x^2 = 0,$$
$$(4x^2 - 2x^2) - 8x + 4 = 0,$$
$$2x^2 - 8x + 4 = 0.$$

Dividimos toda la ecuación entre 2:

$$x^2 - 4x + 2 = 0.$$

Resolvemos la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2}.$$

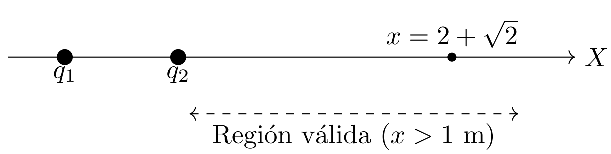
Entonces, las soluciones son:

$$x = 2 + \sqrt{2} \approx 2 + 1.4142 = 3.4142 \text{ m},$$

$$x = 2 - \sqrt{2} \approx 2 - 1.4142 = 0.5858 \text{ m}.$$

La solución $x = 0.5858$ m se encuentra entre las cargas ($0 < x < 1$ m), pero en esta región, los campos eléctricos de ambas cargas tienen la misma dirección (ambas apuntan en la misma dirección), por lo que no pueden cancelarse.
La solución válida es $x = 3.4142$ m, ya que está en $x > 1$ m, donde los campos eléctricos de las cargas tienen direcciones opuestas y pueden anularse.

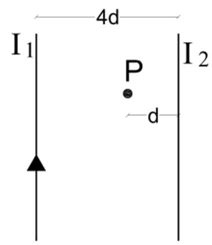
Por lo tanto, el campo eléctrico total sobre el eje X sólo se anula en $x = 2 + \sqrt{2}$ m, cuando $x > 1$ m.



Comunidad Valenciana, Julio 2024 (Convocatoria extraordinaria)

Cuestión 2

Dos corrientes eléctricas paralelas y de gran longitud están separadas entre sí una distancia $4d$. La corriente $I_1 = 6\,\mathrm{A}$ está dirigida hacia arriba, como aparece en la figura. Determina el valor y sentido de la corriente I_2, para que el campo magnético resultante en el punto P sea nulo. ¿Qué fuerza actuará sobre una carga eléctrica negativa que, pasando por P, se mueva en la misma dirección que las corrientes eléctricas? Razona todas las respuestas.



Solución:

El campo magnético producido por una corriente rectilínea infinita en un punto situado a una distancia r es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

La corriente $I_1 = 6\,\mathrm{A}$ está a una distancia $r_1 = 4d - d = 3d$ del punto P. Entonces, el campo magnético en P debido a I_1 es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{6\pi d}.$$

Aplicando la regla de la mano derecha, el campo magnético B_1 debido a I_1 en el punto P entra en la página.

La corriente I_2 está a una distancia $r_2 = d$ del punto P. El campo magnético en P debido a I_2 es:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}.$$

Para que el campo magnético total en P sea nulo, B_2 debe tener sentido contrario a B_1. Por lo tanto, B_2 debe estar dirigido hacia afuera de la página, que ocurre si la corriente I_2 está dirigida hacia abajo.

Para que el campo magnético resultante en P sea nulo:

$$B_1 = B_2.$$

Sustituyendo las expresiones:

$$\frac{\mu_0 I_1}{6\pi d} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{6} = \frac{I_2}{2} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{I_1}{3}.$$

Sustituyendo $I_1 = 6\,\mathrm{A}$:

$$I_2 = \frac{6\,\mathrm{A}}{3} = 2\,\mathrm{A}.$$

Por lo tanto, la corriente I_2 debe ser de $2\,\mathrm{A}$ y dirigida hacia abajo.

Una carga eléctrica negativa que pasa por P moviéndose en la misma dirección que las corrientes (hacia arriba) experimentará una fuerza dada por la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

En el punto P, el campo magnético resultante es cero. Por lo tanto, la fuerza magnética neta sobre la carga es nula.

Por lo tanto, la fuerza magnética resultante sobre la carga negativa en P es nula, ya que el campo magnético total es cero en ese punto.

Cuestión 3

Dos partículas idénticas de carga $q = 1\,\mu$C y masa $m = 1$ g, se encuentran inicialmente en reposo y separadas por una distancia $d = 1$ m. Calcula la energía mecánica de una de las partículas. Supongamos que una de las partículas permanece fija mientras que la otra se deja libre, ¿cuál es su energía mecánica cuando se encuentra a una distancia de la otra partícula que es diez veces la inicial? Justifica la respuesta. Calcula su velocidad en dicho punto. Nota: considera sólo la interacción electrostática.

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

Solución:

Energía mecánica inicial de la partícula:

Inicialmente, las dos partículas están en reposo y separadas una distancia $d = 1\,$m. La energía potencial electrostática entre las dos cargas es:

$$E_{p,i} = k\frac{q^2}{d} = (9 \cdot 10^9\,\text{N m}^2\text{C}^{-2}) \cdot \frac{(1 \cdot 10^{-6}\,\text{C})^2}{1\,\text{m}} = 9 \cdot 10^{-3}\,\text{J}.$$

Como están en reposo, la energía cinética inicial es cero. Entonces, la energía mecánica inicial de la partícula es:

$$E_{\text{mec},i} = E_{p,i} = 9 \cdot 10^{-3}\,\text{J}.$$

Energía mecánica cuando la distancia es $r = 10d = 10\,$m:

La energía mecánica total se conserva. La energía potencial final es:

$$E_{p,f} = k\frac{q^2}{r} = (9 \cdot 10^9\,\text{N m}^2\text{C}^{-2}) \cdot \frac{(1 \cdot 10^{-6}\,\text{C})^2}{10\,\text{m}} = 9 \cdot 10^{-4}\,\text{J}.$$

La energía cinética final es:

$$E_{c,f} = E_{\text{mec},i} - E_{p,f} = (9 \cdot 10^{-3}\,\text{J}) - (9 \cdot 10^{-4}\,\text{J}) = 8,1 \cdot 10^{-3}\,\text{J}.$$

Nótese que la disminución de la energía potencial al aumentar la distancia se transforma en energía cinética de la partícula en movimiento.

Cálculo de la velocidad en $r = 10\,$m:

La energía cinética es:

$$E_{c,f} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_{c,f}}{m}}.$$

Convertimos la masa a kilogramos:

$$m = 1\,\text{g} = 1 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}.$$

Entonces,

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,1 \cdot 10^{-3}\,\text{J}}{1 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}}} = \sqrt{16,2\,\text{m}^2/\text{s}^2} = 4,02\,\text{m/s}.$$

Por lo tanto, la energía mecánica de la partícula sigue siendo $9 \cdot 10^{-3}$ J cuando está a $r = 10$ m, y su velocidad en ese punto es $4,02$ m/s.

Cuestión 4

Una espira circular de radio 30 cm, contenida en el plano XY, se encuentra en una zona con un campo magnético uniforme $\vec{B} = 5\,\vec{k}\,\mathrm{T}$. Durante 0,1 s el campo magnético aumenta de forma constante hasta valer $10\,\vec{k}\,\mathrm{T}$, ¿cuánto valdrá la fuerza electromotriz inducida durante el proceso? Indica cuál será el sentido de la corriente inducida en la espira mediante una figura. Justifica las respuestas indicando la ley física en que te basas.

Solución:

La fuerza electromotriz inducida ($\mathcal{E}$) en una espira se puede calcular usando la Ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt},$$

donde Φ_B es el flujo magnético a través de la espira:

$$\Phi_B = B \cdot A.$$

En este caso, se tiene que:

- Radio de la espira: $r = 30\,\mathrm{cm} = 0,3\,\mathrm{m}$.
- Área de la espira: $A = \pi r^2 = \pi \cdot (0,3\,\mathrm{m})^2 = 0,09\,\pi\,\mathrm{m}^2$.
- Campo magnético inicial: $B_i = 5\,\mathrm{T}$.
- Campo magnético final: $B_f = 10\,\mathrm{T}$.
- Intervalo de tiempo: $\Delta t = 0,1\,\mathrm{s}$.

El cambio en el flujo magnético es:

$$\Delta\Phi_B = \Phi_{B_f} - \Phi_{B_i} = (B_f - B_i) \cdot A = (10\,\mathrm{T} - 5\,\mathrm{T}) \cdot 0,09\,\pi\,\mathrm{m}^2 = 0,45\,\pi\,\mathrm{Wb}.$$

La fuerza electromotriz inducida es entonces:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{0,45\,\pi\,\mathrm{Wb}}{0,1\,\mathrm{s}} = -4,5\,\pi\,\mathrm{V} \approx -14,14\,\mathrm{V}.$$

egún la Ley de Lenz, la corriente inducida circulará en un sentido tal que el campo magnético que genera se oponga al aumento del flujo magnético. Como el campo magnético aumenta en dirección $\vec{k}$ (eje $+Z$), la corriente inducida debe generar un campo magnético en dirección $-\vec{k}$ (eje $-Z$). Para lograr esto, la corriente inducida debe circular en sentido horario cuando se observa desde el eje $+Z$ (mirando hacia abajo en el plano XY).

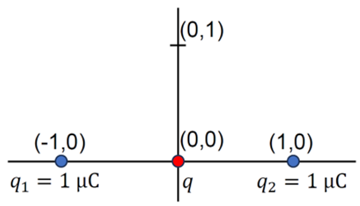
Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida es $-14,14\,\mathrm{V}$, y la corriente inducida circula en sentido horario visto desde el eje $+Z$.

Problema 2

Dada la distribución de cargas de la figura, calcula:

a) **El valor de la carga q para que el campo eléctrico sea nulo en el punto $(0,1)$ m.**
b) **El trabajo necesario para llevar una carga de $5\,\mu$C desde el infinito (donde tiene energía cinética nula) hasta el punto $(0,1)$ m.**

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}



Solución:

a) **El valor de la carga q para que el campo eléctrico sea nulo en el punto $(0,1)$ m.**

Calculamos el campo eléctrico producido por cada carga en el punto $P(0,1)$:

- Carga q_1 en $(-1,0)$:
La distancia de q_1 a P es:

$$r_{q_1P} = \sqrt{(0-(-1))^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}\,\text{m}.$$

El vector unitario desde q_1 hasta P es:

$$\vec{u}_{q_1P} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

El campo eléctrico en P debido a q_1 es:

$$\vec{E}_{q_1} = \frac{kq_1}{r_{q_1P}^2}\vec{u}_{q_1P} = \frac{kq_1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{kq_1}{2\sqrt{2}}\,(1,\ 1)\,.$$

- Carga q_2 en $(1,0)$:
La distancia de q_2 a P es:

$$r_{q_2P} = \sqrt{(0-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}\,\text{m}.$$

El vector unitario desde q_2 hasta P es:

$$\vec{u}_{q_2P} = \frac{(-1,1)}{\sqrt{2}} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

El campo eléctrico en P debido a q_2 es:

$$\vec{E}_{q_2} = \frac{kq_2}{r_{q_2P}^2}\vec{u}_{q_2P} = \frac{kq_2}{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{kq_2}{2\sqrt{2}}\,(-1,\ 1)\,.$$

- Carga q en $(0,0)$: La distancia de q a P es:

$$r_{qP} = \sqrt{(0-0)^2 + (1-0)^2} = 1\,\text{m}.$$

El vector unitario desde q hasta P es:

$$\vec{u}_{qP} = \frac{(0,1)}{1} = (0,\ 1).$$

El campo eléctrico en P debido a q es:

$$\vec{E}_q = \frac{kq}{r_{qP}^2}\vec{u}_{qP} = kq \cdot (0,\ 1).$$

Sumamos los campos eléctricos para obtener el campo total en P.

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_{q_1} + \vec{E}_{q_2} + \vec{E}_q.$$

Calculamos las componentes:

$$E_{\text{total},x} = \frac{kq_1}{2\sqrt{2}}(1) + \frac{kq_2}{2\sqrt{2}}(-1) + 0 = \frac{k(q_1 - q_2)}{2\sqrt{2}},$$

$$E_{\text{total},y} = \frac{kq_1}{2\sqrt{2}}(1) + \frac{kq_2}{2\sqrt{2}}(1) + kq(1) = \frac{k(q_1 + q_2)}{2\sqrt{2}} + kq.$$

Imponemos que el campo eléctrico total en P sea nulo.

$$E_{\text{total},x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{k(q_1 - q_2)}{2\sqrt{2}} = 0.$$

Dado que $q_1 = q_2 = 1\,\mu\text{C}$, esta componente ya es cero.

$$E_{\text{total},x} = 0.$$

Para la componente y:

$$E_{\text{total},y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{k(q_1 + q_2)}{2\sqrt{2}} + kq = 0.$$

Despejamos q:

$$kq = -\frac{k(q_1 + q_2)}{2\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad q = -\frac{q_1 + q_2}{2\sqrt{2}}.$$

Sustituimos $q_1 = q_2 = 1\,\mu\text{C}$:

$$q = -\frac{1\,\mu\text{C} + 1\,\mu\text{C}}{2\sqrt{2}} = -\frac{2\,\mu\text{C}}{2\sqrt{2}} = -\frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}} = -0,7071\,\mu\text{C}.$$

Por lo tanto, la carga q debe ser $q = -0,7071\,\mu\text{C}$ para que el campo eléctrico sea nulo en el punto $(0,1)$ m.

b) **El trabajo necesario para llevar una carga de $5\,\mu\text{C}$ desde el infinito (donde tiene energía cinética nula) hasta el punto $(0,1)$ m.**

Calculamos el potencial eléctrico en el punto $P(0,1)$ debido a las tres cargas. El potencial debido a una carga puntual es:

$$V = k\frac{q}{r}.$$

Potencial debido a q_1:

$$V_{q_1} = k\frac{q_1}{r_{q_1P}} = k\frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}\,\text{m}}.$$

<u>Potencial debido a q_2:</u>

$$V_{q_2} = k\frac{q_2}{r_{q_2P}} = k\frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}\,\text{m}}.$$

<u>Potencial debido a q:</u>

$$V_q = k\frac{q}{r_{qP}} = k\frac{q}{1\,\text{m}}.$$

El potencial total en P es:

$$V_{\text{total}} = V_{q_1} + V_{q_2} + V_q = k\left(\frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}} + \frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}} + q\right).$$

Dado que $q = -\dfrac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}}$ (del apartado a)), tenemos:

$$V_{\text{total}} = k\left(\frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}} + \frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}} - \frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}}\right) = k\left(\frac{1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}}\right) = \frac{k\cdot(1\,\mu\text{C})}{\sqrt{2}}.$$

Calculamos el trabajo para mover la carga de prueba desde el infinito hasta el punto P. El trabajo es:

$$W = q_{\text{inf}} \cdot V_{\text{total}}.$$

Sustituimos $q_{\text{inf}} = 5\,\mu\text{C}$:

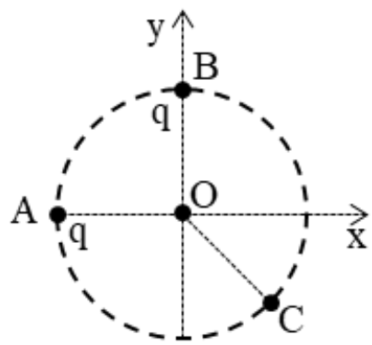
$$W = (5\,\mu\text{C}) \cdot \frac{k\cdot(1\,\mu\text{C})}{\sqrt{2}} = \frac{5\,\mu\text{C}\cdot k\cdot 1\,\mu\text{C}}{\sqrt{2}} = 31,82\,\text{mJ}.$$

Por lo tanto, el trabajo necesario es $\mathbf{31,82\,mJ}$.

Comunidad Valenciana, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)

Cuestión 2

Dos cargas puntuales $q = -1$ nC están situadas en los puntos A y B de la circunferencia de radio r de la figura. Representa en el punto O el vector campo eléctrico generado por cada carga y el vector campo eléctrico total, indicando el ángulo que forma este último con el eje x. Razona el signo y valor de la carga Q que habrá que situar en el punto C (equidistante de A y B) para que el campo total de las tres cargas sea nulo en el punto O.



Solución:

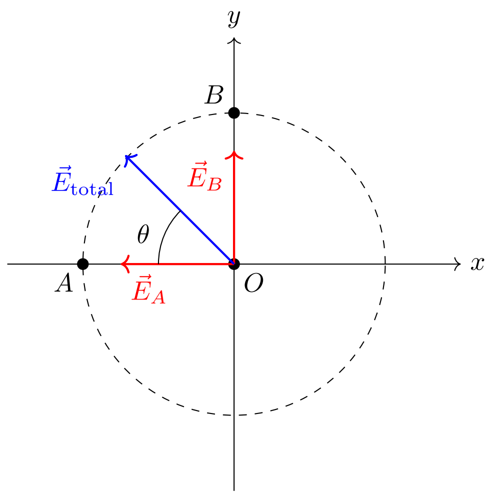
Primero, calculamos el campo eléctrico en el origen debido a cada carga. La carga en A está en $(-r, 0)$ y es $q = -1$ nC. El campo eléctrico en O debido a esta carga es:

$$\vec{E}_A = -\frac{K|q|}{r^2}\vec{i} = -\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{i},$$

donde $E = \dfrac{K|q|}{r^2}$ y $\vec{i}$ es el vector unitario en la dirección positiva del eje x. La carga en B está en $(0, r)$ y es $q = -1$ nC. El campo eléctrico en O debido a esta carga es:

$$\vec{E}_B = \frac{K|q|}{r^2}\vec{j} = \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{j},$$

donde $\vec{j}$ es el vector unitario en la dirección positiva del eje y. Ahora, representamos los vectores campo eléctrico en el punto O:



El campo eléctrico total en O es la suma de los campos:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = -\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{\imath} + \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{\jmath}.$$

El ángulo que forma $\vec{E}_{\text{total}}$ con el eje x es:

$$\tan\theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{|\vec{E}_A|}{|\vec{E}_A|} = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = 45^\circ.$$

Entonces, el ángulo que forma con el eje x es: $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. Para anular el campo eléctrico total en O, necesitamos una carga Q en el punto C que genere un campo eléctrico $\vec{E}_Q$ tal que:

$$\vec{E}_{\text{total}} + \vec{E}_Q = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_Q = -\vec{E}_{\text{total}} = \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{\imath} - \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\vec{\jmath}.$$

Ahora bien,

$$|\vec{E}_Q| = \sqrt{\left(\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\right)^2 + \left(-\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\right)^2} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2}.$$

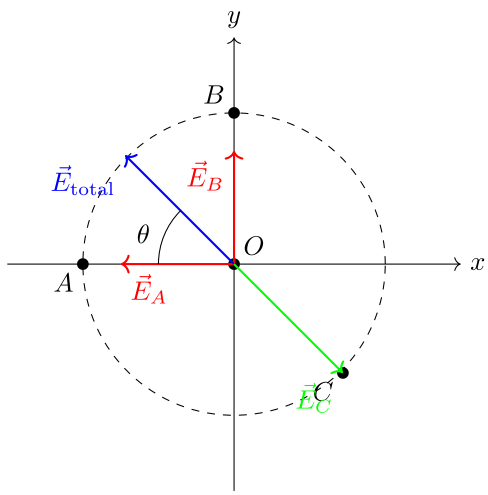
Por otro lado, sabemos que:

$$|\vec{E}_Q| = K \cdot \frac{|Q|}{r^2}.$$

Igualamos ambas expresiones:

$$\sqrt{2} \cdot \frac{K \cdot 10^{-9}}{r^2} = K \cdot \frac{|Q|}{r^2} \quad \Rightarrow \quad |Q| = \sqrt{2} \cdot 10^{-9} = 1,41 \cdot 10^{-9} \text{ C}.$$

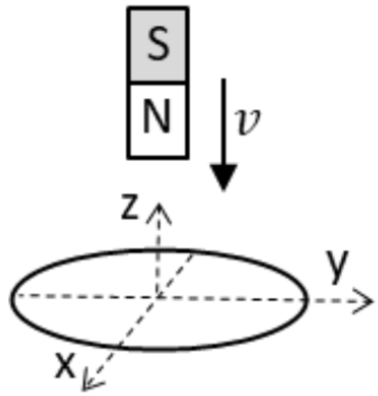
El signo de Q debe ser negativo para que su campo eléctrico se dirija en sentido contrario a $\vec{E}_{\text{total}}$. Entonces, $Q = -1,41 \cdot 10^{-9}$ C.



Por lo tanto, debemos colocar una carga negativa, $Q = -1,41 \cdot 10^{-9}$ C, en el punto C para que el campo total en O sea nulo.

Cuestión 3

Un imán se mueve con velocidad $\vec{v}$, acercándose perpendicularmente al plano de una espira conductora circular, como indica la figura. Razona por qué se induce una corriente en la espira, basándote en la ley que explica este fenómeno. Explica el sentido de la corriente inducida y dibújalo sobre la espira. ¿Cuál es la corriente inducida si el imán permanece quieto?



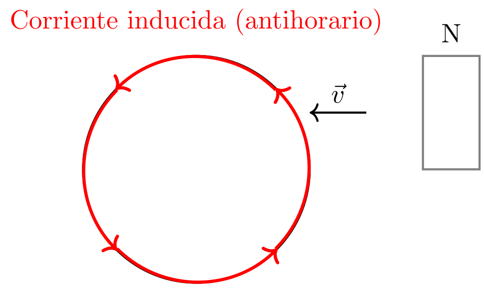
Solución:

Cuando el imán se acerca a la espira, el flujo magnético a través de la espira aumenta. Según la *Ley de Faraday*, una variación en el flujo magnético induce una fuerza electromotriz (fem) en la espira:

$$\text{fem} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

El signo negativo indica que la fem inducida genera una corriente que se opone al cambio de flujo (*Ley de Lenz*). El sentido de la corriente inducida es tal que el campo magnético creado por ella se opone al aumento del flujo original. Dado que el campo magnético del imán entra en la espira por el lado del norte magnético, la corriente inducida debe generar un campo magnético saliendo de la espira (para oponerse al incremento del flujo entrante).

Aplicando la *regla de la mano derecha*, la corriente inducida fluirá en sentido <u>antihorario</u> visto desde el imán hacia la espira.



Si el imán permanece *quieto*, no hay variación del flujo magnético ($d\Phi_B/dt = 0$), por lo que no se induce ninguna corriente en la espira.

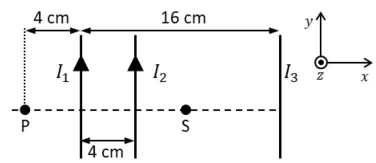
Por lo tanto, se induce una corriente en la espira debido a la variación del flujo magnético (Ley de Faraday), y su sentido es antihorario para oponerse al incremento del flujo (Ley de Lenz), mientras que, si el imán está quieto, no se induce corriente.

Problema 2

Se tienen tres conductores rectilíneos muy largos y paralelos entre sí. Por dos de los conductores circulan corrientes eléctricas $I_1 = 2,0$ A e $I_2 = 4,0$ A en el sentido que se indica en la figura.

a) **Calcula la intensidad y el sentido de la corriente en el otro conductor I_3 para que el campo magnético en el punto P de la figura sea nulo.**
b) **El vector campo magnético en el punto S es $\vec{B}_S = -7,5 \cdot 10^{-7}\vec{k}$ T, determina la fuerza que actúa sobre una carga de 1 μC que pasa por S con una velocidad $v = -10^5\vec{j}$ m/s.**

Dato: permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A.



Solución:

a) **Calcula la intensidad y el sentido de la corriente en el otro conductor I_3 para que el campo magnético en el punto P de la figura sea nulo.**

Primero, analizamos el campo magnético producido por cada conductor en el punto P. El campo magnético generado por un conductor rectilíneo infinito en un punto a una distancia d es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}.$$

Usamos la regla de la mano derecha para determinar el sentido del campo magnético:
- La corriente I_1 va hacia arriba ($+y$), por lo que el campo B_1 en P es *saliente* del plano ($+\vec{k}$).
- La corriente I_2 va hacia abajo ($-y$), por lo que el campo B_2 en P también es *saliente* del plano ($+\vec{k}$).
- Para que el campo total en P sea nulo, el campo B_3 debe ser *entrante* al plano ($-\vec{k}$), lo que ocurre si I_3 va hacia abajo ($-y$).

Calculamos las distancias desde cada conductor hasta el punto P:

$$\begin{aligned} d_1 &= \text{distancia de } I_1 \text{ a } P = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}, \\ d_2 &= \text{distancia de } I_2 \text{ a } P = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}, \\ d_3 &= \text{distancia de } I_3 \text{ a } P = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}. \end{aligned}$$

Calculamos los campos magnéticos en P:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T·m/A} \cdot 2 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,04 \text{ m}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ T},$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T·m/A} \cdot 4 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,08 \text{ m}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ T},$$

La suma de los campos salientes es:

$$B_{\text{saliente}} = B_1 + B_2 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ T} + 1 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

Para anular este campo, el campo entrante B_3 debe ser:

$$B_3 = B_{\text{saliente}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

Calculamos I_3:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi d_3} \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{2\pi d_3 B_3}{\mu_0}.$$

Sustituimos los valores:

$$I_3 = \frac{2\pi \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T·m/A}} = 20 \text{ A}.$$

El sentido de la corriente I_3 debe ser hacia abajo $(-y)$ para que su campo en P sea entrante al plano.

Por lo tanto, la intensidad de la corriente I_3 debe ser 20 A, circulando hacia abajo, para que el campo magnético en el punto P sea nulo.

b) **El vector campo magnético en el punto S es $\vec{B}_S = -7,5 \cdot 10^{-7}\vec{k}$ T, determina la fuerza que actúa sobre una carga de 1 μC que pasa por S con una velocidad $v = -10^5\vec{j}$ m/s.**

La fuerza magnética sobre una carga en movimiento está dada por la *Ley de Lorentz*:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:
- $q = 1\ \mu\text{C} = 1 \cdot 10^{-6}$ C,
- $\vec{v} = -10^5\ \vec{j}$ m/s,
- $\vec{B}_S = -7,5 \cdot 10^{-7}\ \vec{k}$ T.

Calculamos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = (-10^5\ \vec{j}) \times (-7,5 \cdot 10^{-7}\ \vec{k}) = (-10^5)(-7,5 \cdot 10^{-7})(\vec{j} \times \vec{k}).$$

Sabemos que $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$, por lo que:

$$\vec{v} \times \vec{B} = 7,5 \cdot 10^{-2}\ \vec{i}.$$

Calculamos la fuerza:

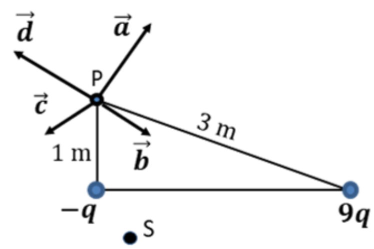
$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = (1 \cdot 10^{-6} \text{ C})(7,5 \cdot 10^{-2}\ \vec{i}) = 7,5 \cdot 10^{-8}\ \vec{i} \text{ N}.$$

Por lo tanto, la fuerza que actúa sobre la carga es $\vec{F} = 7,5 \cdot 10^{-8}\ \vec{i}$ N.

Comunidad Valenciana, Julio 2023 (Convocatoria extraordinaria)

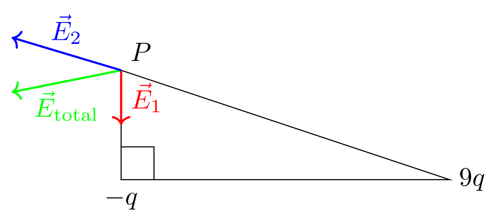
Cuestión 2

El diagrama muestra dos cargas de magnitudes $-q$ y $9q$ con $q > 0$. Razona cuál de los vectores dibujados representa el vector campo eléctrico total en el punto P. Si los puntos P y S pertenecen a la misma superficie equipotencial, ¿cuál es el trabajo realizado al llevar una carga Q desde el punto P hasta el punto S?



Solución:

Primero, dibujemos el triángulo y las posiciones de las cargas, así como los vectores de campo eléctrico en P para decidir cuál de los vectores se corresponde con el vector campo eléctrico total:



Observamos que el campo total $\vec{E}_{\text{total}}$ coincide con el vector $\vec{c}$ de la imagen propuesta:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{c}.$$

Si los puntos P y S están en la misma superficie equipotencial, entonces $V_P = V_S$, por lo que

$$W_{P \to S} = -\Delta E_p = -Q \cdot \Delta V = -Q(V_S - V_P) = 0 \text{ J}.$$

Por lo tanto, el vector campo eléctrico total en P es $\vec{c}$ y el trabajo realizado al mover una carga Q desde P hasta S es cero, ya que ambos puntos están en la misma superficie equipotencial.

Cuestión 3

Un protón se mueve con velocidad $\vec{v}$ y describe una trayectoria circular en un ciclotrón en el que hay un campo magnético constante $\vec{B}$, perpendicular a $\vec{v}$. Escribe la expresión de la fuerza que actúa sobre el protón y representa los vectores velocidad, campo magnético y fuerza. Razona por qué la trayectoria es circular. ¿Cómo cambiaría la trayectoria si se tratara de un neutrón?

Solución:

La fuerza que actúa sobre el protón es la *fuerza de Lorentz*:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

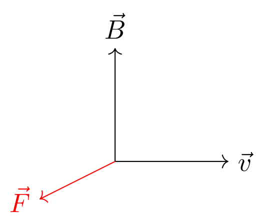
donde:

- q es la carga del protón ($q = +e$),
- $\vec{v}$ es la velocidad del protón,
- $\vec{B}$ es el campo magnético.

Como $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares (y $\sin 90° = 1$), el módulo de la fuerza es:

$$F = qvB.$$

Esta fuerza es siempre perpendicular a la velocidad, actuando como una fuerza centrípeta, lo que causa que el protón describa una trayectoria circular:



La fuerza magnética es siempre perpendicular a la velocidad, cambiando la dirección de ésta pero no su magnitud. Esto resulta en un movimiento circular uniforme. Por el contrario, si se tratara de un *neutrón*, que es eléctricamente neutro ($q = 0$), la fuerza magnética sería nula:

$$\vec{F} = 0.$$

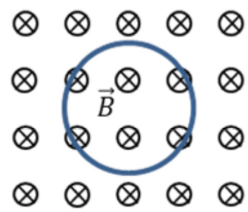
Así, el neutrón no experimentaría ninguna fuerza magnética y seguiría una trayectoria rectilínea a velocidad constante.

Por lo tanto, la fuerza que actúa sobre el protón es $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, causando una trayectoria circular debido a que la fuerza es perpendicular a la velocidad. Por el contrario, un neutrón no experimentaría esta fuerza y su trayectoria sería rectilínea.

Cuestión 4

En la figura se muestra una espira circular en el seno de un campo magnético dirigido hacia dentro del plano del papel. Razona si se genera corriente inducida en la espira y en qué sentido, en los siguientes casos:

a) **El módulo del campo magnético disminuye y la espira permanece fija.**
b) **El radio de la espira aumenta progresivamente y el módulo del campo magnético permanece constante.**



Solución:

a) **El módulo del campo magnético disminuye y la espira permanece fija.**

Cuando el módulo del campo magnético (B) disminuye y la espira permanece fija, el *flujo magnético* a través de la espira disminuye. Según la *Ley de Faraday*, una variación en el flujo magnético induce una fuerza electromotriz (fem):

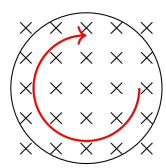
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

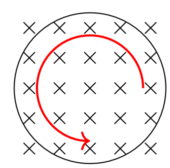
El signo negativo indica, según la *Ley de Lenz*, que la corriente inducida se opone a la disminución del flujo. Por lo tanto, la corriente inducida generará un campo magnético que apunta *hacia dentro* del plano, intentando mantener el flujo inicial. Aplicando la *regla de la mano derecha*, el sentido de la corriente inducida será *horario*.

Por lo tanto, se genera una corriente inducida en sentido horario, para oponerse a la disminución del flujo magnético.

b) **El radio de la espira aumenta progresivamente y el módulo del campo magnético permanece constante.**

Cuando el radio de la espira aumenta y el campo magnético B permanece constante, el área A de la espira aumenta, lo que provoca un aumento en el flujo magnético ($\Phi_B = BA$). En ese caso, la corriente inducida se opondrá al aumento del flujo. Así, la corriente inducida generará un campo magnético que apunta *hacia fuera* del plano. Aplicando la regla de la mano derecha, el sentido de la corriente inducida será *antihorario*.





Caso a) Sentido horario Caso b) Sentido antihorario

Por lo tanto, se genera una corriente inducida en sentido antihorario, para oponerse al aumento del flujo magnético.

Problema 2

Dos cargas eléctricas de valor $q_A = +2\ \mu$C y $q_B = -2\ \mu$C están situadas en los puntos A$(3, 0)$ m y B$(0, 3)$ m, respectivamente.

a) **Calcula y representa en el punto C(3,3) m los vectores campo eléctrico generados por cada una de las cargas y el campo eléctrico total.**

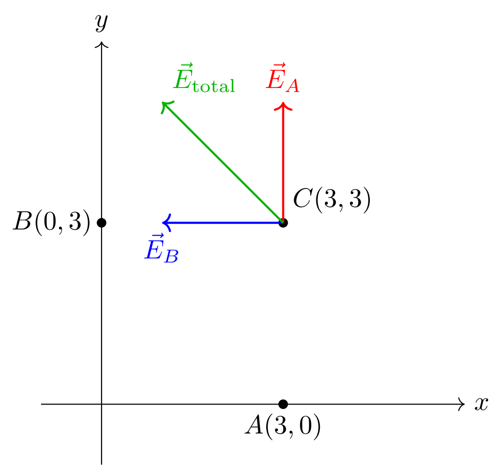
b) **Calcula el potencial eléctrico en el punto D(4, 4) m. Determina el trabajo para trasladar una carga de 10^{-6} C desde el infinito hasta el punto D. (Considera nulo el potencial eléctrico en el infinito).**

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ N·m^2 C^{-2}

Solución:

a) **Calcula y representa en el punto C(3,3) m los vectores campo eléctrico generados por cada una de las cargas y el campo eléctrico total.**

Representamos gráficamente la situación:



Cálculo de $\vec{E}_A$:
La distancia entre A y C es:

$$r_{AC} = |y_C - y_A| = |3 - 0| = 3 \text{ m}.$$

El campo eléctrico debido a q_A en C es:

$$E_A = K\frac{|q_A|}{r_{AC}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(3)^2} = 2 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Dirección: en el eje y positivo, ya que q_A es positiva y C está por encima de A: $\vec{E}_A = 2000\vec{j}$ N/C.
Cálculo de $\vec{E}_B$:
La distancia entre B y C es:

$$r_{BC} = |x_C - x_B| = |3 - 0| = 3 \text{ m}.$$

El campo eléctrico debido a q_B en C es:

$$E_B = K\frac{|q_B|}{r_{BC}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(3)^2} = 2 \cdot 10^3 \text{ N/C}.$$

Dirección: en el eje x negativo, ya que q_B es negativa y C está a la derecha de B: $\vec{E}_B = -2000\vec{i}$ N/C.
Campo eléctrico total en C:

$$E_{\text{total}} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = -2000\vec{i} + 2000\vec{j} \text{ N/C}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico total en C es $-2000\vec{i} + 2000\vec{j}$ N/C.

b) **Calcula el potencial eléctrico en el punto D(4, 4) m. Determina el trabajo para trasladar una carga de 10^{-6} C desde el infinito hasta el punto D. (Considera nulo el potencial eléctrico en el infinito).**

Cálculo del potencial en D debido a ambas cargas:

$$V = V_A + V_B = K\left(\frac{q_A}{r_{AD}} + \frac{q_B}{r_{BD}}\right)$$

Calculamos las distancias:

$$r_{AD} = \sqrt{(4-3)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17} = 4,123 \text{ m},$$

$$r_{BD} = \sqrt{(4-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17} = 4,123 \text{ m}.$$

Entonces,

$$V = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{2 \cdot 10^{-6}}{4,123} + \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{4,123}\right) = 0 \text{ V}.$$

Cálculo del trabajo para trasladar una carga desde el infinito hasta D:

$$W = q\Delta V = q(V_D - V_\infty) = q(0-0) = 0 \text{ J}.$$

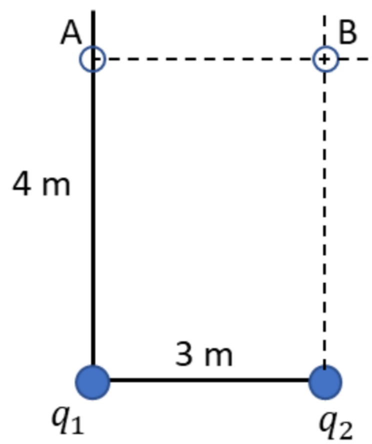
Por lo tanto, el trabajo realizado es cero, ya que el potencial en D es igual al potencial en el infinito (ambos son cero).

Comunidad Valenciana, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)

Cuestión 2

El potencial eléctrico en el punto A de la figura es nulo y $q_2 = 1$ nC. Determina el valor de la carga q_1 y el potencial eléctrico en el punto B.

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ N·m^2 C^{-2}



Solución:

Primero, recordemos que el potencial eléctrico generado por una carga puntual q a una distancia r viene dado por:

$$V = k \cdot \frac{q}{r},$$

donde:

- V es el potencial eléctrico en voltios (V),
- k es la constante de Coulomb ($k = 9 \cdot 10^9 \ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$),
- q es la carga eléctrica en culombios (C),
- r es la distancia en metros (m) desde la carga al punto donde se mide el potencial.

Aplicando el principio de superposición, el potencial en el punto A es la suma de los potenciales generados por q_1 y q_2:

$$V_A = V_{q1A} + V_{q2A} = 0 \quad \Rightarrow \quad k \cdot \frac{q_1}{r_{1A}} + k \cdot \frac{q_2}{r_{2A}} = 0.$$

Despejando q_1:

$$k \cdot \frac{q_1}{r_{1A}} = -k \cdot \frac{q_2}{r_{2A}} \quad \Rightarrow \quad \frac{q_1}{r_{1A}} = -\frac{q_2}{r_{2A}} \quad \Rightarrow \quad q_1 = -q_2 \cdot \frac{r_{1A}}{r_{2A}}.$$

Calculamos las distancias r_{1A} y r_{2A}:

- La distancia de q_1 al punto A es $r_{1A} = 4$ m.
- La distancia de q_2 al punto A se obtiene mediante el teorema de Pitágoras:

$$r_{2A} = \sqrt{(3\ \mathrm{m})^2 + (4\ \mathrm{m})^2} = \sqrt{9\ \mathrm{m}^2 + 16\ \mathrm{m}^2} = \sqrt{25\ \mathrm{m}^2} = 5\ \mathrm{m}.$$

Sustituyendo los valores:

$$q_1 = -q_2 \cdot \frac{r_{1A}}{r_{2A}} = -(1\ \mathrm{nC}) \cdot \frac{4\ \mathrm{m}}{5\ \mathrm{m}} = -(1\ \mathrm{nC}) \cdot 0.8 = -0.8\ \mathrm{nC}.$$

Entonces, el valor de la carga q_1 es -0.8 nC.

Ahora, calculamos el potencial eléctrico en el punto B. Aplicando nuevamente el principio de superposición:

$$V_B = V_{q1B} + V_{q2B}.$$

Calculamos las distancias r_{1B} y r_{2B}:

- La distancia de q_1 al punto B es:

$$r_{1B} = \sqrt{(0\text{ m} - 3\text{ m})^2 + (0\text{ m} - 4\text{ m})^2} = \sqrt{(-3\text{ m})^2 + (-4\text{ m})^2} = \sqrt{9\text{ m}^2 + 16\text{ m}^2} = 5\text{ m}.$$

- La distancia de q_2 al punto B es:

$$r_{2B} = \sqrt{(3\text{ m} - 3\text{ m})^2 + (0\text{ m} - 4\text{ m})^2} = \sqrt{(0\text{ m})^2 + (-4\text{ m})^2} = \sqrt{0\text{ m}^2 + 16\text{ m}^2} = 4\text{ m}.$$

Calculamos cada potencial:

$$V_{q1B} = k \cdot \frac{q_1}{r_{1B}} = (9 \cdot 10^9\text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}) \cdot \frac{-0.8 \cdot 10^{-9}\text{ C}}{5\text{ m}} = -\frac{7.2\text{ V}}{5} = -1.44\text{ V},$$

$$V_{q2B} = k \cdot \frac{q_2}{r_{2B}} = (9 \cdot 10^9\text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}) \cdot \frac{1 \cdot 10^{-9}\text{ C}}{4\text{ m}} = \frac{9\text{ V}}{4} = 2.25\text{ V}.$$

Sumamos los potenciales:

$$V_B = V_{q1B} + V_{q2B} = (-1.44\text{ V}) + (2.25\text{ V}) = 0.81\text{ V}.$$

Por lo tanto, el valor de la carga q_1 es -0.8 nC y el potencial eléctrico en el punto B es 0.81 V.

Cuestión 3

Una partícula cargada entra con velocidad constante $\vec{v}$ en el seno de un campo magnético uniforme no nulo $\vec{B}$. Escribe qué fuerza aparece sobre la partícula y razona en qué condiciones ésta será nula y en qué condiciones será máxima.

Solución:

La fuerza que actúa sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético uniforme viene dada por la *fuerza de Lorentz*:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:

- $\vec{F}$ es la fuerza magnética en newtons (N),
- q es la carga de la partícula en coulombs (C),
- $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula en metros por segundo (m/s),
- $\vec{B}$ es el campo magnético en teslas (T).

El módulo de la fuerza es:

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha,$$

donde α es el ángulo entre los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$. La fuerza será *nula* cuando $\sin\alpha = 0$, es decir, cuando:

$$\alpha = 0^\circ \quad \text{o} \quad \alpha = 180^\circ.$$

Esto ocurre cuando la velocidad de la partícula es paralela (0°) o antiparalela (180°) al campo magnético. En estas condiciones, no hay componente perpendicular entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$, por lo que la fuerza magnética es cero:

$$F_{\text{mín}} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 0^\circ = 0,$$

$$F_{\text{mín}} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 180^\circ = 0.$$

La fuerza será *máxima* cuando $\sin\alpha = 1$, es decir, cuando:

$$\alpha = 90^\circ \quad \text{o} \quad \alpha = 270^\circ.$$

En estos casos, la velocidad de la partícula es perpendicular al campo magnético, y el módulo de la fuerza es máximo:

$$F_{\text{máx}} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90^\circ = q \cdot v \cdot B,$$

$$F_{\text{máx}} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 270^\circ = q \cdot v \cdot B.$$

Por lo tanto, la fuerza sobre la partícula es máxima cuando su velocidad es perpendicular al campo magnético y es nula cuando es paralela o antiparalela al mismo.

Cuestión 4

Por un hilo rectilíneo indefinido circula una corriente uniforme de intensidad I. Escribe la expresión del módulo del vector campo magnético $\vec{B}$ generado por dicha corriente y dibuja razonadamente dicho vector en un punto P situado a una distancia d del hilo. Si el módulo del campo magnético en ese punto es de 100 μT, deduce cuánto valdrá en un punto que se encuentre a una distancia $d/2$ (expresa el resultado en teslas).

Solución:

Aplicamos la *Ley de Biot-Savart* para un hilo rectilíneo indefinido por el cual circula una corriente de intensidad I. El módulo del campo magnético B generado a una distancia r es:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde:

- μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T $\cdot$ m/A),
- I es la intensidad de corriente en amperios (A),
- r es la distancia al hilo en metros (m).

Para determinar la dirección del vector campo magnético $\vec{B}$ en un punto P situado a una distancia d del hilo, utilizamos la *regla de la mano derecha*: si el pulgar de la mano derecha apunta en la dirección de la corriente I, los dedos se curvan en el sentido del campo magnético $\vec{B}$, formando círculos alrededor del hilo.

Ahora, dado que el campo magnético en el punto a distancia d es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d} = 100\ \mu\text{T}.$$

Queremos calcular el campo magnético B_2 en un punto a distancia $r = d/2$:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot I}{\pi \cdot d}.$$

Comparando B_2 con B_1:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\frac{\mu_0 \cdot I}{\pi \cdot d}}{\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}} = \frac{1}{1/2} = 2.$$

Entonces,

$$B_2 = 2 \cdot B_1 = 2 \cdot 100\ \mu\text{T} = 200\ \mu\text{T} = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{T}.$$

Por lo tanto, el campo magnético en el punto situado a una distancia $d/2$ es de $2 \cdot 10^{-4}$ T.

Problema 2

Una carga puntual fija $q_1 = 10^{-9}$ C se encuentra situada a 1 m de otra carga puntual fija $q_2 = -2q_1$.

a) **Determina el punto de la recta que contiene las cargas en el cual el campo eléctrico es nulo.**
b) **Un protón con velocidad inicial nula se deja libre entre q_1 y q_2, a 90 cm de q_2. Determina la diferencia de energía potencial del protón entre el punto inicial y un punto situado a 10 cm de q_2. ¿Qué velocidad tendrá el protón cuando alcance este último punto?**

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ N·m^2 C^{-2}; masa del protón, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; carga del protón, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Solución:

a) **Determina el punto de la recta que contiene las cargas en el cual el campo eléctrico es nulo.**

Tenemos dos cargas puntuales:
- $q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ C, ubicada en el origen ($x = 0$).
- $q_2 = -2q_1 = -2 \cdot 10^{-9}$ C, ubicada a $d = 1$ m de q_1 ($x = 1$ m).

Buscamos el punto en la recta donde el campo eléctrico total es nulo. El campo eléctrico debido a una carga puntual es:

$$E = k \cdot \frac{|q|}{r^2},$$

donde:
- E es el campo eléctrico en newtons por coulomb (N/C),
- $k = 9 \cdot 10^9$ N · m^2/C^2 es la constante de Coulomb,
- q es la carga en coulombs (C),
- r es la distancia desde la carga al punto considerado en metros (m).

Consideremos un punto a una distancia x a la izquierda de q_1 ($x < 0$ m). La distancia desde q_1 es $r_1 = x$ y desde q_2 es $r_2 = x + 1$. Los campos eléctricos en ese punto son:

$$E_1 = k \cdot \frac{|q_1|}{x^2} \quad \text{(dirección negativa, alejándose de } q_1\text{)},$$

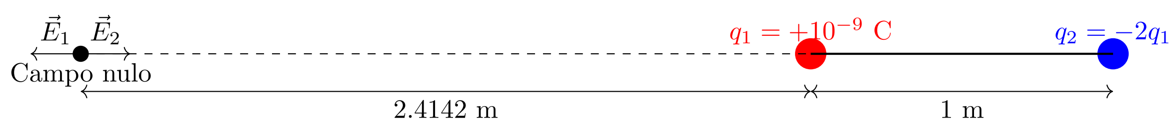
$$E_2 = k \cdot \frac{|q_2|}{(x+1)^2} \quad \text{(dirección hacia } q_2 \text{ ya que } q_2 \text{ es negativa)}.$$

Para que el campo eléctrico total sea nulo:

$$E_1 = E_2 \quad \Rightarrow \quad k \cdot \frac{|q_1|}{x^2} = k \cdot \frac{|q_2|}{(x+1)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(x+1)^2}.$$

Como $|q_2| = 2|q_1|$:

$$\frac{|q_1|}{x^2} = \frac{2|q_1|}{(x-1)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x^2} = \frac{2}{(x-1)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{2}}{x-1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-1}{1-\sqrt{2}} = 2{,}4142 \text{ m}.$$



Por lo tanto, el punto donde el campo eléctrico es nulo está a 2,4142 m a la izquierda de q_1 y a 3,4142 m de la carga q_2.

b) **Un protón con velocidad inicial nula se deja libre entre q_1 y q_2, a 90 cm de q_2. Determina la diferencia de energía potencial del protón entre el punto inicial y un punto situado a 10 cm de q_2. ¿Qué velocidad tendrá el protón cuando alcance este último punto?**

Calculamos las distancias:
- Distancia inicial a q_2: $r_{2i} = 90$ cm $= 0{,}9$ m,
- Distancia inicial a q_1: $r_{1i} = 1$ m $- 0{,}9$ m $= 0{,}1$ m,
- Distancia final a q_2: $r_{2f} = 10$ cm $= 0{,}1$ m,
- Distancia final a q_1: $r_{1f} = 1$ m $- 0{,}1$ m $= 0{,}9$ m.

Calculamos el potencial eléctrico en el punto inicial (A):

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} = k \cdot \frac{q_1}{r_{1i}} + k \cdot \frac{q_2}{r_{2i}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}}{0{,}1\ \mathrm{m}} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}}{0{,}9\ \mathrm{m}} \right) = 70\ \mathrm{V}.$$

Calculamos el potencial eléctrico en el punto final (B):

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = k \cdot \frac{q_1}{r_{1f}} + k \cdot \frac{q_2}{r_{2f}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}}{0{,}9\ \mathrm{m}} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}}{0{,}1\ \mathrm{m}} \right) = -170\ \mathrm{V}.$$

Calculamos la diferencia de energía potencial:

$$\Delta E_p = q_p \cdot (V_B - V_A) = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot (-170\ \mathrm{V} - 70\ \mathrm{V}) = -3{,}84 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{J}$$

Calculamos la velocidad del protón en el punto final teniendo en cuenta que la energía potencial perdida se transforma en energía cinética:

$$\Delta E_p = -\Delta E_c \quad \Rightarrow \quad -\Delta E_p = \frac{1}{2} m_p \cdot v^2$$

Despejamos v:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (-\Delta E_p)}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}84 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{J}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}}} = 2{,}145 \cdot 10^5\ \mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la diferencia de energía potencial es $-3{,}84 \cdot 10^{-17}$ J y la velocidad del protón al alcanzar el punto final es $2{,}145 \cdot 10^5$ m/s.

Comunidad Valenciana, Julio 2022 (Convocatoria extraordinaria)

Cuestión 3

Una carga de 3 μC entra con velocidad $\vec{v} = 10^4\ \vec{\imath}$ m/s en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico $\vec{E} = 10^4\ \vec{\jmath}$ N/C y un campo magnético $\vec{B} = (\vec{\imath} + \vec{k})$ T. Determina el valor de las fuerzas eléctrica, magnética y total que actúan sobre la carga.

Solución:

Observamos que:

- Carga: $q = 3\ \mu\text{C} = 3 \cdot 10^{-6}$ C,
- Velocidad: $\vec{v} = 10^4\ \vec{\imath}$ m/s,
- Campo eléctrico: $\vec{E} = 10^4\ \vec{\jmath}$ N/C,
- Campo magnético: $\vec{B} = \vec{\imath} + \vec{k}$ T.

La fuerza eléctrica que actúa sobre una carga en un campo eléctrico está dada por:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}.$$

Sustituyendo los valores proporcionados:

$$\vec{F}_e = 3 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 10^4\ \vec{\jmath}\ \text{N/C} = 0,03\ \vec{\jmath}\ \text{N}.$$

La fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento en un campo magnético está dada por la Ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Calculamos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = (10^4\ \vec{\imath}) \times (\vec{\imath} + \vec{k}) = 10^4\ (\vec{\imath} \times \vec{\imath}) + 10^4\ (\vec{\imath} \times \vec{k}) = 0 + 10^4\ (-\vec{\jmath}) = -10^4\ \vec{\jmath}\ \text{m/s} \cdot \text{T}.$$

Entonces,

$$\vec{F}_m = 3 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot (-10^4\ \vec{\jmath}) = -0,03\ \vec{\jmath}\ \text{N}.$$

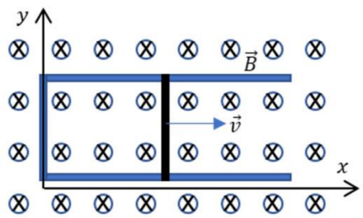
La fuerza total que actúa sobre la carga es la suma vectorial de las fuerzas eléctrica y magnética:

$$\vec{F}_{\text{total}} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = 0,03\ \vec{\jmath}\ \text{N} + (-0,03\ \vec{\jmath}\ \text{N}) = 0\ \text{N}.$$

Por lo tanto, la fuerza eléctrica es $\vec{F}_e = 0,03\ \vec{\jmath}$ N, la fuerza magnética es $\vec{F}_m = -0,03\ \vec{\jmath}$ N y la fuerza total es cero.

Cuestión 4

El circuito de la figura está formado por una barra metálica que desliza sobre un conductor en forma de $\sqsubset$. Sobre dicho circuito actúa un campo magnético perpendicular al plano xy, como aparece en la figura. Razona por qué se genera una corriente inducida en el circuito y cuál es su sentido (indícalo claramente con un dibujo). Escribe la ley física en la que te basas para responder, indicando las magnitudes que aparecen en ella.



Solución:

Para determinar por qué se genera una corriente inducida en el circuito y su sentido, aplicaremos las leyes de la inducción electromagnética de Faraday y Lenz. Cuando una barra metálica se desliza sobre un conductor en presencia de un campo magnético $\vec{B}$ perpendicular al plano xy, se produce una variación en el flujo magnético a través del circuito formado. Según la *Ley de Faraday-Henry*, cualquier cambio en el flujo magnético a través de un circuito cerrado induce una fuerza electromotriz ($\mathcal{E}$) en dicho circuito:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

donde:

- $\mathcal{E}$ es la fuerza electromotriz inducida (V),
- Φ es el flujo magnético (Wb),
- t es el tiempo (s).

La dirección de la corriente inducida está determinada por la *Ley de Lenz*, la cual establece que la corriente inducida generará un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético que la produjo. Esto implica que el sentido de la corriente será tal que contrarreste el aumento o disminución del flujo magnético. Consideremos los siguientes parámetros:

- B: Magnitud del campo magnético (T).
- L: Longitud de la barra metálica (m).
- v: Velocidad de deslizamiento de la barra (m/s).

A medida que la barra se desliza con velocidad v, la superficie S encerrada por el circuito aumenta a una tasa $\frac{dS}{dt} = L \cdot v$. Por lo tanto, el flujo magnético Φ cambia con el tiempo:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos(0^\circ) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\Phi}{dt} = B \cdot \frac{dS}{dt} = B \cdot L \cdot v.$$

Aplicando la Ley de Faraday-Henry:

$$\mathcal{E} = -B \cdot L \cdot v.$$

El signo negativo indica, según la Ley de Lenz, que la corriente inducida generará un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético.

Utilizando la regla de la mano derecha, podemos determinar el sentido de la corriente inducida. Si el campo magnético $\vec{B}$ está dirigido hacia dentro del plano xy (en la dirección $-\vec{k}$), y la barra se desliza hacia la derecha ($+\vec{\imath}$), el flujo magnético está aumentando en la dirección negativa de z. Por la Ley de Lenz, la corriente inducida deberá crear un campo magnético en la dirección opuesta ($+\vec{k}$) para contrarrestar este aumento. Aplicando la regla de la mano derecha, la corriente debe fluir en sentido antihorario.

Por lo tanto, se genera una corriente inducida en el circuito debido a la variación del flujo magnético causada por el movimiento de la barra metálica. El sentido de la corriente inducida es antihorario, de manera que el campo magnético creado por esta corriente se opone al aumento del flujo magnético existente.

Problema 2

Una carga puntual $q_1 = -5\ \mu$C está situada en el punto $A\ (3,\ -4)$ m y otra segunda, $q_2 = 4\ \mu$C, en el punto $B\ (0,\ -5)$ m.

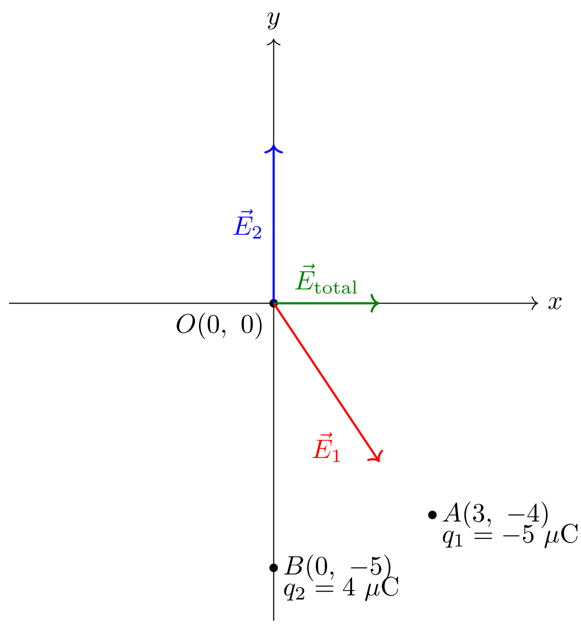
a) **Calcula los vectores campo eléctrico debidos a cada carga y el campo eléctrico total en el origen de coordenadas $O\ (0,0)$ m. Representa los tres vectores.**
b) **Calcula el potencial eléctrico total producido por las dos cargas en el origen de coordenadas. Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga $Q = 1\ \mu$C desde el infinito hasta dicho punto considerando nulo el potencial en el infinito.**

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$.

Solución:

a) **Calcula los vectores campo eléctrico debidos a cada carga y el campo eléctrico total en el origen de coordenadas $O\ (0,0)$ m. Representa los tres vectores.**

Primero, hacemos un diagrama de la situación para entender mejor el problema.



La posición de q_1 es $A(3,\ -4)$ m. El vector de posición desde q_1 hasta el origen es:

$$\vec{r}_1 = \vec{O} - \vec{A} = (0-3)\ \vec{\imath} + (0-(-4))\ \vec{\jmath} = -3\ \vec{\imath} + 4\ \vec{\jmath}\ \mathrm{m}.$$

La distancia desde q_1 hasta O es:

$$r_1 = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5\ \mathrm{m}.$$

El vector unitario en la dirección de $\vec{r}_1$ es:

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{-3\ \vec{\imath} + 4\ \vec{\jmath}}{5} = -0,6\ \vec{\imath} + 0,8\ \vec{\jmath}.$$

El campo eléctrico debido a q_1 en O es:

$$\vec{E}_1 = k\frac{q_1}{r_1^2}\vec{u}_1.$$

Sustituyendo los valores:

$$\vec{E}_1 = 9 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{(5\ \mathrm{m})^2} (-0,6\ \vec{\imath} + 0,8\ \vec{\jmath}) = (1080\ \vec{\imath} - 1440\ \vec{\jmath})\ \mathrm{N/C}.$$

La posición de q_2 es $B(0,\ -5)$ m. El vector de posición desde q_2 hasta el origen es:

$$\vec{r}_2 = \vec{O} - \vec{B} = (0-0)\ \vec{\imath} + (0-(-5))\ \vec{\jmath} = 0\ \vec{\imath} + 5\ \vec{\jmath}\ \text{m}.$$

La distancia desde q_2 hasta O es:

$$r_2 = \sqrt{0^2+5^2} = 5\ \text{m}.$$

El vector unitario en la dirección de $\vec{r}_2$ es:

$$\vec{u}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{0\ \vec{\imath} + 5\ \vec{\jmath}}{5} = 0\ \vec{\imath} + 1\ \vec{\jmath}.$$

El campo eléctrico debido a q_2 en O es:

$$\vec{E}_2 = k\frac{q_2}{r_2^2}\vec{u}_2.$$

Sustituyendo los valores:

$$\vec{E}_2 = 9\cdot 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{4\cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(5\ \text{m})^2}\,(0\ \vec{\imath} + 1\ \vec{\jmath}) = 1440\ \vec{\jmath})\ \text{N/C}.$$

Utilizando el principio de superposición:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1080\ \vec{\imath} + 0\ \vec{\jmath})\ \text{N/C}.$$

Esto significa que el campo eléctrico total en el origen tiene una magnitud de $1{,}08\cdot 10^4$ N/C y está dirigido en el sentido positivo del eje x.

Por lo tanto, el campo eléctrico en el origen de coordenadas es 1080 $\vec{\imath}$ N/C.

b) Calcula el potencial eléctrico total producido por las dos cargas en el origen de coordenadas. Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga $Q = 1\ \mu$C desde el infinito hasta dicho punto considerando nulo el potencial en el infinito.

El potencial eléctrico debido a una carga puntual es:

$$V = k\frac{q}{r}.$$

Entonces, el potencial debido a q_1 en O es:

$$V_1 = k\frac{q_1}{r_1} = 9\cdot 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{-5\cdot 10^{-6}\ \text{C}}{5\ \text{m}} = -9000\ \text{V}.$$

El potencial eléctrico en O debido a q_2 es:

$$V_2 = k\frac{q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{4\cdot 10^{-6}\ \text{C}}{5\ \text{m}} = 7200\ \text{V}.$$

Sumamos los potenciales:

$$V_O = V_1 + V_2 = -9000\ \text{V} + 7200\ \text{V} = -1800\ \text{V}.$$

El trabajo requerido para trasladar una carga $Q = 1\ \mu$C desde el infinito hasta O es:

$$W = Q\cdot\Delta V = Q\cdot(V_O - V_\infty).$$

Dado que el potencial en el infinito es cero ($V_\infty = 0$), entonces:

$$W = Q\cdot V_O.$$

Sustituyendo los valores:

$$W = (1\cdot 10^{-6}\ \text{C})\cdot(-1800\ \text{V}) = -1{,}8\cdot 10^{-3}\ \text{J}.$$

El trabajo es negativo, lo que indica que el campo eléctrico realiza trabajo sobre la carga al traerla desde el infinito hasta el punto O.

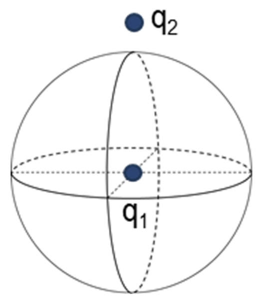
Por lo tanto, el potencial eléctrico total en el origen es $V_O = -1800$ V y el trabajo necesario para trasladar la carga Q desde el infinito hasta el origen es $W = -1{,}8\cdot 10^{-3}$ J.

Comunidad Valenciana, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)

Cuestión 2

Enuncia el teorema de Gauss para el campo eléctrico. Determina el flujo eléctrico a través de la superficie cerrada de la figura. Las cargas son $q_1 = 8,85$ pC y $q_2 = -2q_1$ y se encuentran en el vacío.

Dato: constante dieléctrica del vacío, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C^2/N $\cdot$ m^2



Solución:

El *Teorema de Gauss* para el campo eléctrico establece que el flujo eléctrico total Φ_E que atraviesa una superficie cerrada S es igual a la carga neta Q_{enc} encerrada dentro de esa superficie dividida por la constante dieléctrica del vacío ϵ_0. Matemáticamente, se expresa como:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0},$$

donde:

- $\vec{E}$ es el campo eléctrico,
- $d\vec{S}$ es un elemento diferencial de la superficie S, orientado hacia afuera,
- Q_{enc} es la carga neta encerrada dentro de la superficie S.

En el problema, tenemos dos cargas puntuales:

$$q_1 = 8,85 \text{ pC} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C} \qquad \text{y} \qquad q_2 = -2q_1.$$

Asumimos que la superficie cerrada en cuestión solo encierra la carga q_1 y que q_2 se encuentra fuera de dicha superficie. Por lo tanto, la carga neta encerrada es:

$$Q_{\text{enc}} = q_1 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}.$$

Aplicando el Teorema de Gauss:

$$\Phi_E = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}}{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

Por lo tanto, el flujo eléctrico a través de la superficie cerrada es:

$$\boldsymbol{\Phi_E = 1 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}}$$

Cuestión 3

Considera una espira conductora plana sobre la superficie del papel. Esta se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme de módulo $B = 1$ T, que es perpendicular al papel y con sentido saliente. Aumentamos la superficie de la espira de 2 cm^2 a 4 cm^2 en 10 s, sin que deje de ser plana y perpendicular al campo. Calcula la variación de flujo magnético y la fuerza electromotriz media inducida en la espira. Justifica e indica claramente con un dibujo el sentido de la corriente eléctrica inducida.

Solución:

Para resolver este ejercicio, aplicaremos las leyes de la inducción electromagnética, específicamente la Ley de Faraday-Henry y la Ley de Lenz:

- *Ley de Faraday-Henry*: La tensión inducida en un circuito cerrado es directamente proporcional a la rapidez con que cambia en el tiempo el flujo magnético que atraviesa una superficie cualquiera con el circuito como borde.
- *Ley de Lenz*: El sentido de la corriente eléctrica inducida es tal que el campo magnético generado por la corriente se opone a la variación del flujo que la produjo.

La fuerza electromotriz ($\mathcal{E}$) inducida se calcula mediante la fórmula:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

donde $\Delta\Phi$ es la variación del flujo magnético y Δt es el intervalo de tiempo. El flujo magnético (Φ) está dado por:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\alpha)$$

Dado que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, $\alpha = 0°$ y $\cos(0°) = 1$. Por lo tanto:

$$\Phi = B \cdot S.$$

La variación de la superficie es:

$$\Delta S = S_{\text{final}} - S_{\text{inicial}} = 4 \text{ cm}^2 - 2 \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Entonces, la variación del flujo magnético es:

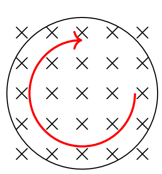
$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S = 1 \text{ T} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}.$$

Calculamos la fuerza electromotriz media inducida ($\mathcal{E}$):

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{10 \text{ s}} = -2 \cdot 10^{-5} \text{ V}.$$

El signo negativo indica, según la Ley de Lenz, que la corriente inducida se opone a la variación del flujo magnético.

Dado que el flujo magnético está aumentando en dirección saliente del papel, la corriente inducida generará un campo magnético entrante para oponerse a este aumento. Utilizando la regla de la mano derecha, determinamos que la corriente debe circular en sentido horario.

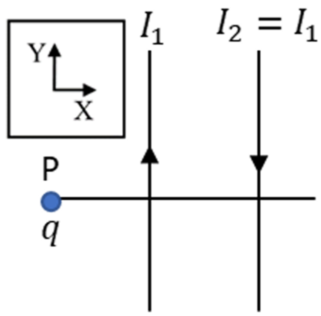


Sentido horario

Por lo tanto, la variación del flujo magnético es $\Delta\Phi = -2 \cdot 10^{-4}$ Wb y la fuerza electromotriz media inducida en la espira es $\mathcal{E}_{\text{media}} = -2 \cdot 10^{-5}$ V. La corriente inducida circula en sentido horario, generando un campo magnético que se opone al aumento del flujo saliente.

Cuestión 4

La figura muestra dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos entre sí, por los que circulan corrientes eléctricas del mismo valor ($I_1 = I_2$) y de sentidos contrarios. Indica la dirección y sentido del campo magnético total en el punto P. Si en el punto P se tiene una carga $q > 0$, con velocidad perpendicular al plano XY, ¿qué fuerza magnética recibe dicha carga? Responde razonada y claramente las respuestas.



Solución:

Para resolver este ejercicio, utilizaremos la Ley de Biot-Savart para determinar el campo magnético generado por cada conductor y luego aplicaremos el principio de superposición para obtener el campo magnético total en el punto P. Posteriormente, emplearemos la Ley de Lorentz para calcular la fuerza magnética que actúa sobre la carga q en movimiento.

La Ley de Biot-Savart nos indica que un conductor rectilíneo por el que circula una corriente eléctrica genera un campo magnético de módulo:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde:

- B es el campo magnético,
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T $\cdot$ m/A es la permeabilidad del vacío,
- I es la corriente eléctrica,
- r es la distancia al punto donde se calcula el campo.

La dirección del campo magnético generado por un conductor rectilíneo se determina mediante la regla de la mano derecha: si el pulgar apunta en la dirección de la corriente, los dedos envueltos indican la dirección del campo magnético. En este caso, tenemos dos conductores paralelos con corrientes de igual magnitud pero de sentidos contrarios:

$$I_1 = I_2 = I.$$

- Para el conductor I_1, cuya corriente está dirigida hacia arriba, aplicando la regla de la mano derecha, el campo magnético en el punto P será saliente del plano (positivo en el eje Z).
- Para el conductor I_2, cuya corriente está dirigida hacia abajo, el campo magnético en el punto P será entrante al plano (negativo en el eje Z).

El campo magnético total en el punto P es la suma vectorial de los campos magnéticos generados por cada conductor:

$$B_{\text{total}} = B_1 + B_2.$$

Sustituyendo los valores de cada campo:

$$B_{\text{total}} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r_1} \cdot \vec{k} - \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r_2} \cdot \vec{k} = \left(\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right) \cdot \vec{k} \text{ T}.$$

Dado que $r_1 < r_2$ y ambas corrientes tienen igual magnitud pero sentidos opuestos, el campo magnético total en el punto P estará dirigido positivamente a lo largo del eje Z.

La fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento en un campo magnético se calcula mediante la Ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:

- $\vec{F}_m$ es la fuerza magnética,
- q es la carga eléctrica,
- $\vec{v}$ es la velocidad de la carga,
- $\vec{B}$ es el campo magnético.

Dado que la velocidad $\vec{v}$ de la carga es perpendicular al plano XY, asumimos que $\vec{v}$ está dirigida en la dirección del eje Z:

$$\vec{v} = v \cdot \vec{k}.$$

Y el campo magnético total en el punto P está dirigido en la dirección positiva del eje Z:

$$\vec{B}_{\text{total}} = B \cdot \vec{k}.$$

Calculando el producto vectorial:

$$\vec{v} \times \vec{B} = (v \cdot \vec{k}) \times (B \cdot \vec{k}) = v \cdot B \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = v \cdot B \cdot \vec{0} = \vec{0}.$$

Entonces, la fuerza magnética es:

$$\vec{F}_m = \vec{0}\ \text{N}.$$

Por lo tanto, el campo magnético total en el punto P está dirigido positivamente a lo largo del eje Z. La carga $q > 0$, con velocidad perpendicular al plano XY, recibe una fuerza magnética nula, pues los vectores campo magnético y velocidad son paralelos.

Problema 2

Sean dos cargas puntuales de valores $q_1 = 2\ \mu$C y $q_2 = -1,6\ \mu$C situadas en los puntos A (0, 0) m y B (0, 3) m, respectivamente. Calcula:

a) **El vector campo eléctrico creado por cada una de las dos cargas y el vector campo eléctrico total en el punto C (4, 3) m.**

b) **El trabajo que realiza el campo al trasladar una carga $q_3 = -1$ nC desde C hasta un punto D donde la energía potencial electrostática de dicha carga vale $-1,62\ \mu$J.**

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$

Solución:

a) **El vector campo eléctrico creado por cada una de las dos cargas y el vector campo eléctrico total en el punto C (4, 3) m.**

Para resolver este apartado, calcularemos el campo eléctrico generado por cada carga en el punto C y luego sumaremos vectorialmente ambos campos utilizando el principio de superposición. La carga $q_1 = 2\ \mu\mathrm{C} = 2 \cdot 10^{-6}$ C está situada en el punto A (0, 0) m. El vector posición desde A hasta C es:

$$\vec{r}_{AC} = \vec{r}_C - \vec{r}_A = (4-0)\ \vec{i} + (3-0)\ \vec{j} = 4\ \vec{i} + 3\ \vec{j}\ \mathrm{m}.$$

La distancia desde q_1 hasta C es:

$$r_1 = |\vec{r}_{AC}| = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}\ \mathrm{m} = 5\ \mathrm{m}.$$

El vector unitario en la dirección de $\vec{r}_{AC}$ es:

$$\vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_{AC}}{r_1} = \frac{4\ \vec{i} + 3\ \vec{j}}{5} = 0,8\ \vec{i} + 0,6\ \vec{j}.$$

El campo eléctrico generado por q_1 en C es:

$$\vec{E}_1 = \frac{k \cdot q_1}{r_1^2} \cdot \vec{u}_{r1} = \frac{9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{(5\ \mathrm{m})^2} \cdot (0,8\ \vec{i} + 0,6\ \vec{j}) = 576\ \vec{i} + 432\ \vec{j}\ \mathrm{N/C}.$$

La carga $q_2 = -1,6\ \mu\mathrm{C} = -1,6 \cdot 10^{-6}$ C está situada en el punto B (0, 3) m. El vector posición desde B hasta C es:

$$\vec{r}_{BC} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = (4-0)\ \vec{i} + (3-3)\ \vec{j} = 4\ \vec{i}\ \mathrm{m}.$$

La distancia desde q_2 hasta C es:

$$r_2 = |\vec{r}_{BC}| = \sqrt{(4)^2}\ \mathrm{m} = 4\ \mathrm{m}.$$

El vector unitario en la dirección de $\vec{r}_{BC}$ es:

$$\vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_{BC}}{r_2} = \frac{4\ \vec{i}}{4} = 1\ \vec{i}.$$

El campo eléctrico generado por q_2 en C es:

$$\vec{E}_2 = \frac{k \cdot q_2}{r_2^2} \cdot \vec{u}_{r2} = \frac{9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(4\ \mathrm{m})^2} \cdot (1\ \vec{i}) = -900\ \vec{i}\ \mathrm{N/C}.$$

Aplicando el principio de superposición:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (576\ \vec{i} + 432\ \vec{j}) + (-900\ \vec{i}) = (-324\ \vec{i} + 432\ \vec{j})\ \mathrm{N/C}.$$

Por lo tanto, el vector campo eléctrico total en el punto C es:

$$\boldsymbol{\vec{E} = -324\ \vec{i} + 432\ \vec{j}\ \mathrm{N/C}.}$$

b) **El trabajo que realiza el campo al trasladar una carga $q_3 = -1$ nC desde C hasta un punto D donde la energía potencial electrostática de dicha carga vale $-1,62$ μJ.**

La carga es $q_3 = -1 \text{ nC} = -1 \cdot 10^{-9}$ C. El trabajo realizado por el campo eléctrico al mover una carga desde un punto C hasta un punto D es igual a la diferencia de energía potencial electrostática entre los dos puntos:

$$W = -\Delta E_p = E_{p,C} - E_{p,D}.$$

Según el enunciado, la energía potencial electrostática de q_3 en el punto D es:

$$E_{p,D} = -1,62 \ \mu\text{J} = -1,62 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Primero, calcularemos la energía potencial electrostática de q_3 en el punto C. La energía potencial electrostática de una carga q en un punto es:

$$E_p = q \cdot V,$$

donde V es el potencial eléctrico en ese punto debido a todas las cargas. Calculamos el potencial eléctrico en el punto C:

$$V_C = V_{1C} + V_{2C}.$$

El potencial eléctrico debido a q_1 en C es:

$$V_{1C} = \frac{k \cdot q_1}{r_1} = \frac{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{5 \text{ m}} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

El potencial eléctrico debido a q_2 en C es:

$$V_{2C} = \frac{k \cdot q_2}{r_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{4 \text{ m}} = -3,6 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

Entonces, el potencial total en C es:

$$V_C = 3,6 \cdot 10^3 \text{ V} - 3,6 \cdot 10^3 \text{ V} = 0 \text{ V}.$$

Por lo tanto, la energía potencial electrostática de q_3 en C es:

$$E_{p,C} = q_3 \cdot V_C = (-1 \cdot 10^{-9} \text{ C}) \cdot 0 \text{ V} = 0 \text{ J}.$$

Ahora, calculamos el trabajo realizado:

$$W = E_{p,C} - E_{p,D} = 0 \text{ J} - (-1,62 \cdot 10^{-6} \text{ J}) = 1,62 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 1,62 \ \mu\text{J}.$$

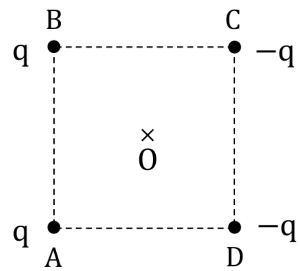
Por lo tanto, el trabajo realizado por el campo al mover la carga q_3 desde C hasta D es de $1,62$ μJ.

Comunidad Valenciana, Julio 2021 (Convocatoria extraordinaria)

Cuestión 2

Cuatro cargas puntuales están situadas en los vértices A, B, C y D de un cuadrado de 2 m de lado, como se indica en la figura. Si $q = \sqrt{2}/2$ nC, calcula y representa los vectores campo eléctrico generados por cada una de las cargas y el total, en el centro del cuadrado, punto O.

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2

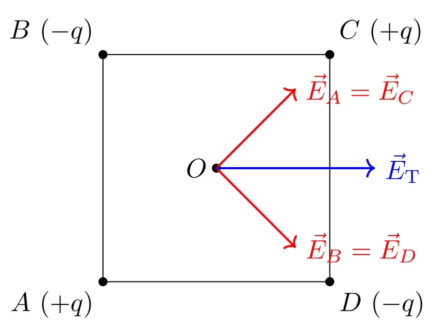


Solución:

La dirección y sentido del vector de campo eléctrico en un punto están determinados por la fuerza que actuaría sobre una carga positiva colocada en dicho punto. El principio de superposición establece que el campo eléctrico debido a varias cargas puntuales no se ve afectado por la presencia de otras cargas. De este modo, el campo resultante es la suma vectorial de los campos eléctricos individuales generados por cada una de las cargas en un punto. Para determinar el campo eléctrico total, usaremos la fórmula del campo eléctrico y aplicaremos el principio de superposición. La intensidad del campo eléctrico en un punto O se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\vec{E} = \frac{k \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r,$$

donde k es la constante de Coulomb, q es la magnitud de la carga, r es la distancia desde la carga al punto O, y $\vec{u}_r$ es el vector unitario en la dirección de $\mathbf{r}$. Asumimos que el cuadrado que define la disposición de las cargas tiene 2 metros de lado. Asignaremos coordenadas a las posiciones de las cargas:



Para la carga A, ubicada en $(0, 0)$, la distancia al punto O es:

$$\vec{r}_A = (1, 1) - (0, 0) = (1, 1).$$

El vector unitario correspondiente es:

$$\vec{u}_{r_A} = \frac{\vec{r}_A}{|\vec{r}_A|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{i} + \vec{j}\right).$$

El campo eléctrico generado por la carga A es entonces:

$$\vec{E}_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{2})^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\vec{i} + \vec{j}\right) = 2,25\vec{i} + 2,25\vec{j} \text{ N/C..}$$

Ya que la carga en C es igual a la de A, pero de signo contrario, y las distancias son idénticas, podemos afirmar que:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_C.$$

Para la carga B, ubicada en $(0, 2)$, el cálculo es similar. Primero, calculamos el vector unitario:

$$\vec{r}_B = (1, 1) - (0, 2) = (1, -1).$$

El vector unitario correspondiente es:

$$\vec{u}_{r_B} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\vec{i} - \vec{j}\right).$$

El campo eléctrico generado por B es:

$$\vec{E}_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-9}}{(\sqrt{2})^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\vec{i} - \vec{j}\right) = 2,25\vec{i} - 2,25\vec{j} \text{ N/C.}$$

De la misma manera, como la carga D es igual a la de B, pero de signo contrario, se tiene que:

$$\vec{E}_B = \vec{E}_D.$$

Finalmente, aplicando el principio de superposición para el campo total E_T, sumamos las contribuciones de todas las cargas:

$$\vec{E}_T = 2 \cdot \vec{E}_A + 2 \cdot \vec{E}_B.$$

Sustituyendo los valores obtenidos:

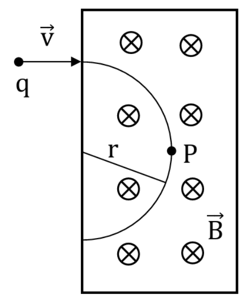
$$E_T = 2 \cdot \left(2,25\vec{i} + 2,25\vec{j}\right) + 2 \cdot \left(2 \cdot \left(2,25\vec{i} - 2,25\vec{j}\right)\right) = 9\vec{i} \text{ N/C},$$

y su magnitud es $9\,\text{N/C}$.

Por lo tanto, el campo eléctrico es $9\vec{i}$ N/C en el centro del cuadrado.

Cuestión 3

Una partícula de carga $q < 0$ entra con velocidad $\vec{v}$ en una región en la que hay un campo magnético uniforme normal al plano del papel, tal y como se muestra en la figura. Escribe la expresión del vector fuerza magnética que actúa sobre la carga. Razona si la trayectoria mostrada es correcta y representa razonadamente, en el punto P, los vectores velocidad y fuerza magnética.



Solución:

El fenómeno que se observa se puede justificar mediante la *Ley de Lorentz*. Esta ley nos explica que una partícula cargada que se encuentra en el interior de un campo magnético sufre una fuerza magnética (fuerza de Lorentz) normal a la trayectoria que le provoca cambios en la dirección de su vector velocidad, aunque no en su módulo. Esto provoca que su energía cinética permanezca constante. La expresión del vector fuerza magnética es:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Del enunciado y del esquema deducimos que:

$$\vec{v} = -v \cdot \vec{i}, \qquad \vec{B} = -B \cdot \vec{k} \qquad \text{y} \qquad q < 0.$$

Aplicando la Ley de Lorentz:

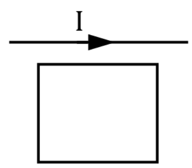
$$\vec{F} = -|q| \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -|q| \cdot \left(-v \cdot \vec{i} \times -B \cdot \vec{k}\right) = -|q| \cdot (v \cdot B \cdot \vec{j}) = -|q| \cdot v \cdot B \cdot \vec{j}.$$

Es decir, la fuerza que recibe la carga en el punto P es hacia abajo, por lo que la trayectoria mostrada es correcta. En el punto P, los vectores velocidad $\vec{v}$ y fuerza magnética $\vec{F}$ son perpendiculares entre sí, lo que confirma la curvatura de la trayectoria de la partícula bajo la influencia del campo magnético.

Por lo tanto, la solución es la expresión del vector fuerza magnética y la confirmación de la trayectoria correcta de la partícula en el punto P.

Cuestión 4

Una espira rectangular se sitúa en las cercanías de un hilo conductor rectilíneo de gran longitud, recorrido por una corriente eléctrica cuya intensidad aumenta con el tiempo. Razona por qué aparecerá una corriente en la espira, indica cuál será su sentido y enuncia la ley del electromagnetismo que explica este fenómeno.



Solución:

Para analizar el fenómeno, consideramos que el hilo conductor rectilíneo por el que circula una corriente eléctrica genera un campo magnético a su alrededor según la *Ley de Biot-Savart*. El módulo del campo magnético B a una distancia r del hilo está dado por:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde μ_0 es la permeabilidad del vacío e I la intensidad de la corriente.

La dirección del campo magnético se determina mediante la *regla de la mano derecha*: si el pulgar apunta en la dirección de la corriente, los dedos envueltos indican la dirección del campo magnético circular alrededor del hilo. En este caso, dado que la intensidad de la corriente I aumenta con el tiempo, el campo magnético B en la región de la espira también incrementa proporcionalmente (con sentido entrante).

La espira rectangular situada en el campo magnético experimenta un flujo magnético Φ que está dado por:

$$\Phi = B \cdot A = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \cdot A,$$

donde A es el área de la espira.

Debido a que la intensidad de la corriente I está aumentando con el tiempo, el flujo magnético Φ que atraviesa la espira también varía en el tiempo. Según la *Ley de Faraday-Henry*, una variación en el flujo magnético induce una fuerza electromotriz (fem) en la espira:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

El signo negativo está determinado por la *Ley de Lenz*, que establece que la fem inducida genera una corriente cuyo campo magnético se opone a la variación del flujo que la produce.

Como el flujo magnético está aumentando debido al aumento de la corriente en el hilo conductor, la corriente inducida en la espira generará un campo magnético que se opone a este incremento. Para lograr esto, la corriente en la espira debe circular en sentido antihorario (según la *regla de la mano derecha*), de manera que el campo magnético generado por la espira sea opuesto al campo producido por el hilo conductor.

Por lo tanto, una corriente eléctrica es inducida en la espira debido a la variación temporal del campo magnético generado por el hilo conductor. El sentido de la corriente inducida es antihorario, y este fenómeno está explicado por la Ley de Faraday-Henry junto con la Ley de Lenz.

Problema 2

Una partícula con carga negativa entra con velocidad constante $\vec{v} = 2 \cdot 10^5\ \vec{j}$ m/s en una región del espacio en la que hay un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 4 \cdot 10^4\ \vec{i}$ N/C y un campo magnético uniforme $\vec{B} = -B\ \vec{k}$ T, siendo $B > 0$.

a) **Calcula el valor de B necesario para que el movimiento de la partícula sea rectilíneo y uniforme. Representa claramente los vectores $\vec{v}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$, la fuerza magnética y la fuerza eléctrica.**

b) **En un instante dado se anula el campo eléctrico y el módulo de la fuerza que actúa sobre la partícula a partir de ese instante es $6,4 \cdot 10^{-15}$ N. Determina el valor de la carga de la partícula.**

Solución:

a) **Calcula el valor de B necesario para que el movimiento de la partícula sea rectilíneo y uniforme. Representa claramente los vectores $\vec{v}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$, la fuerza magnética y la fuerza eléctrica.**

Para que el movimiento de la partícula sea rectilíneo y uniforme, la fuerza neta que actúa sobre ella debe ser nula:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0},$$

donde:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \quad \text{(Fuerza eléctrica)},$$

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{(Fuerza magnética)}.$$

Calculamos la fuerza eléctrica:

$$\vec{F}_e = q\left(4 \cdot 10^4\ \vec{i}\ \text{N/C}\right) = 4 \cdot 10^4\ q\ \vec{i}\ \text{N}.$$

Calculamos la fuerza magnética:

$$\vec{F}_m = q\left(2 \cdot 10^5\ \vec{j}\ \text{m/s} \times (-B\ \vec{k}\ \text{T})\right).$$

Recordando que $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$:

$$\vec{F}_m = q\left(2 \cdot 10^5\ (-B)\ \vec{i}\ \text{N}\right) = -2 \cdot 10^5\ B\ q\ \vec{i}\ \text{N}.$$

Igualando la suma de fuerzas a cero:

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad 4 \cdot 10^4\ q\ \vec{i} - 2 \cdot 10^5\ B\ q\ \vec{i} = \vec{0}.$$

Factorizando $q\ \vec{i}$:

$$q\ \vec{i}\left(4 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5\ B\right) = \vec{0}.$$

Como $q \neq 0$ y $\vec{i}$ es un vector unitario, entonces:

$$4 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5\ B = 0.$$

Despejando B:

$$B = \frac{4 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^5} = \frac{4}{20} = 0,2\ \text{T}.$$

Por lo tanto, el valor de B necesario es $B = 0,2$ T.

b) **En un instante dado se anula el campo eléctrico y el módulo de la fuerza que actúa sobre la partícula a partir de ese instante es $\mathbf{6,4 \cdot 10^{-15}}$ N. Determina el valor de la carga de la partícula.**

Al anularse el campo eléctrico, la única fuerza que actúa sobre la partícula es la fuerza magnética:

$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta.$$

Dado que $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares ($\theta = 90°$, $\sin 90° = 1$):

$$F = |q| \cdot v \cdot B.$$

Despejamos $|q|$:

$$|q| = \frac{F}{v \cdot B}.$$

Sustituimos los valores:

$$|q| = \frac{6,4 \cdot 10^{-15}\ \text{N}}{(2 \cdot 10^5\ \text{m/s}) \cdot 0,2\ \text{T}} = 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}.$$

Dado que la partícula tiene carga negativa:

$$q = -1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}.$$

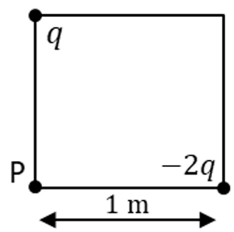
Por lo tanto, el valor de la carga de la partícula es $\boldsymbol{q = -1,6 \cdot 10^{-19}}$ C.

Comunidad Valenciana, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria)

Cuestión 2

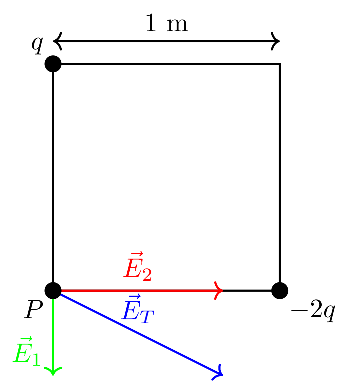
Se colocan dos cargas puntuales, q y $-2q$, en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado, como aparece en la figura. Si $q = 2\sqrt{2}$ nC, calcula y representa claramente el vector campo eléctrico en el punto P debido a cada carga, así como el vector campo eléctrico resultante generado por dichas cargas en el punto P.

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2



Solución:

Para calcular el campo eléctrico en el punto P debido a cada una de las cargas y el campo eléctrico resultante, tenemos en cuenta el siguiente diagrama:



Para determinar el campo eléctrico en el punto P debido a las cargas q y $-2q$, utilizamos la Ley de Coulomb y el principio de superposición de campos eléctricos.

<u>Campo eléctrico debido a la carga q ($\vec{E}_1$):</u>

La carga $q = 2\sqrt{2}$ nC $= 2\sqrt{2} \cdot 10^{-9}$ C está ubicada a una distancia $r_1 = 1$ m de P. El campo eléctrico generado por una carga puntual se calcula mediante la fórmula:

$$\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r},$$

donde:

- $k = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2 es la constante de Coulomb,
- Q es la carga,
- r es la distancia desde la carga hasta el punto de interés,
- $\vec{r}$ es el vector unitario en la dirección del campo eléctrico.

Aplicando los valores:

$$E_1 = k \cdot \frac{q}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \; \frac{2\sqrt{2} \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(1 \text{ m})^2} = 18\sqrt{2} \text{ N/C} = 25,46 \text{ N/C}.$$

La dirección de $\vec{E}_1$ es hacia abajo (negativa en el eje y) ya que la carga q es positiva.

Campo eléctrico debido a la carga $-2q$ ($\vec{E}_2$):

La carga $-2q = -4\sqrt{2}$ nC $= -4\sqrt{2} \cdot 10^{-9}$ C está ubicada a una distancia $r_2 = 1$ m de P. Aplicando la fórmula:

$$E_2 = k \cdot \frac{|-2q|}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \; \frac{4\sqrt{2} \cdot 10^{-9} \text{ C}}{(1 \text{ m})^2} = 36\sqrt{2} \text{ N/C} = 50,91 \text{ N/C}.$$

La dirección de $\vec{E}_2$ es hacia la carga $-2q$ (positivs en el eje x) ya que el campo eléctrico de una carga negativa se dirige hacia la carga.

Campo eléctrico resultante en P ($\vec{E}_T$):

El campo eléctrico total en P es la suma vectorial de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Dado que $\vec{E}_1$ está en la dirección negativa del eje y y $\vec{E}_2$ en la dirección positiva del eje x, las componentes son:

$$\vec{E}_T = E_2 \; \vec{i} + (-E_1) \; \vec{j} = 50,91 \; \vec{i} - 25,46 \; \vec{j} \text{ N/C}.$$

La magnitud de $\vec{E}_T$ es:

$$|\vec{E}_T| = \sqrt{E_2^2 + E_1^2} = \sqrt{(50,91)^2 + (25,46)^2} = 56,93 \text{ N/C}.$$

La dirección del campo eléctrico resultante forma un ángulo θ con el eje x, calculado por:

$$\theta = \arctan\left(\frac{E_1}{E_2}\right) = \arctan\left(\frac{25,46}{50,91}\right) = 26,57°.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico en P es $50,91 \; \vec{i} - 25,46 \; \vec{j}$ N/C.

Cuestión 3

Por un conductor rectilíneo indefinido circula una corriente de intensidad I. Escribe y representa el vector campo magnético $\vec{B}$ en puntos que se encuentran a una distancia r del hilo. Explica cómo cambia dicho vector si los puntos se encuentran a una distancia $2r$.

Solución:

Para determinar el campo magnético $\vec{B}$ generado por un conductor rectilíneo indefinido que transporta una corriente de intensidad I, utilizamos la *Ley de Biot-Savart.* La magnitud del campo magnético $\vec{B}$ generado a una distancia r de un conductor rectilíneo indefinido que transporta una corriente I está dada por la fórmula:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

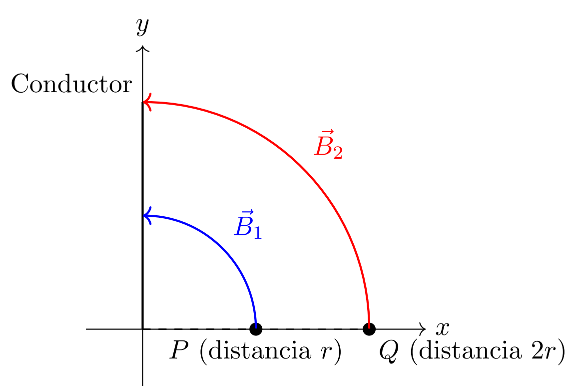
donde:

- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A es la permeabilidad del vacío,
- I es la intensidad de la corriente,
- r es la distancia perpendicular desde el conductor al punto donde se calcula el campo magnético.

La dirección del campo magnético $\vec{B}$ se determina mediante la *Regla de la Mano Derecha.* Si colocamos el pulgar de la mano derecha en la dirección de la corriente I, los dedos envolverán el conductor en la dirección del campo magnético $\vec{B}$. Si consideramos un punto a una distancia $2r$ del conductor, la magnitud del campo magnético en este punto será:

$$B' = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot 2r} = \frac{B}{2}.$$

Es decir, el campo magnético a una distancia $2r$ es la mitad del campo magnético a una distancia r. A continuación, se presenta una representación gráfica del campo magnético generado por el conductor en dos puntos diferentes, uno a distancia r y otro a distancia $2r$.



Por lo tanto, el campo magnético en un punto a distancia r del conductor es

$$\boldsymbol{\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}},$$

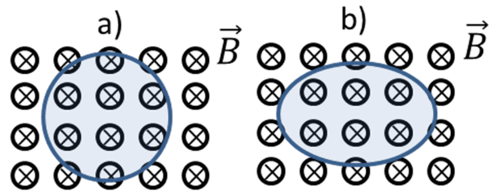
y en un punto a distancia $2r$, el campo magnético es la mitad, es decir,

$$\boldsymbol{\vec{B}' = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot 2r} = \frac{B}{2}}.$$

La dirección del campo magnético está determinada por la *Regla de la Mano Derecha.* En el dibujo, como la intensidad circula hacia arriba, es entrante.

Cuestión 4

Se tiene una espira circular en el interior de un campo magnético uniforme y constante como muestra la figura a). Si el área de la espira circular disminuye hasta hacerse la mitad ¿se induce corriente eléctrica en la espira? ¿En qué sentido? Si la forma de la espira pasa a ser ovalada, dejando invariante su área (figura b), ¿se induce corriente eléctrica? Escribe y explica la ley del electromagnetismo en la que te basas y responde razonadamente.



Solución:

Para determinar si se induce una corriente eléctrica en la espira bajo las condiciones descritas, aplicamos la *Ley de Faraday-Henry* y la *Ley de Lenz* del electromagnetismo.

Ley de Faraday-Henry:

La ley de Faraday-Henry establece que la *fuerza electromotriz (fem)* inducida en un circuito cerrado es directamente proporcional a la rapidez con la que cambia el *flujo magnético* que atraviesa el circuito. Matemáticamente, se expresa como:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

donde $\mathcal{E}$ es la fem inducida y Φ es el flujo magnético.

Ley de Lenz:

La Ley de Lenz complementa a la Ley de Faraday-Henry y determina la dirección de la corriente inducida. Según esta ley, la corriente inducida en un circuito cerrado siempre tiene una dirección tal que el campo magnético que genera se opone al cambio en el flujo magnético a través del circuito.

a) Disminución del área de la espira circular hasta la mitad: Cuando el área de la espira disminuye, el flujo magnético Φ a través de la espira también disminuye, ya que el flujo magnético es proporcional al área cuando el campo magnético es uniforme y constante:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\alpha),$$

donde:
- B es la magnitud del campo magnético,
- S es el área de la espira,
- α es el ángulo entre el campo magnético y el vector normal a la espira.

Al reducirse el área S a la mitad, el flujo Φ disminuye a la mitad. Según la Ley de Faraday-Henry, esto genera una fem inducida $\mathcal{E}$ en la espira. La fem inducida provoca la circulación de una corriente eléctrica en la espira. Según la Ley de Lenz, la corriente inducida generará un campo magnético que se opone a la disminución del flujo magnético original. Esto significa que el campo magnético creado por la corriente inducida intentará mantener el flujo magnético constante. Aplicando la *Regla de la Mano Derecha*: si el campo magnético original apunta hacia arriba, y el flujo magnético está disminuyendo, la corriente inducida debe generar un campo magnético hacia arriba para oponerse a la disminución. Esto implica que la corriente inducida en la espira circular será *horaria*.

b) Forma ovalada de la espira manteniendo el área constante: En este caso, aunque la forma de la espira cambia de circular a ovalada, el área S de la espira permanece constante. Dado que el flujo magnético

$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\alpha)$ no varía (ya que B, S y α se mantienen constantes), la rapidez con la que cambia el flujo magnético es cero. Según la *Ley de Faraday-Henry*, si $\frac{d\Phi}{dt} = 0$, entonces la fem inducida $\mathcal{E} = 0$. Por lo tanto, no se induce una corriente eléctrica en la espira cuando solo cambia su forma a ovalada, manteniendo el área constante.

Por lo tanto, al disminuir el área de la espira circular a la mitad, se induce una corriente eléctrica en sentido horario. Sin embargo, al cambiar la forma de la espira a ovalada manteniendo el área constante, no se induce ninguna corriente eléctrica. Esto se fundamenta en la Ley de Faraday-Henry y la Ley de Lenz del electromagnetismo, que establecen que una corriente inducida se genera únicamente cuando hay una variación en el flujo magnético a través del circuito.

Problema 2

Un ion con carga $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ C, entra con velocidad constante $\vec{v} = 20\ \vec{j}$ m/s en una región del espacio en la que existen un campo magnético uniforme $\vec{B} = -20\ \vec{i}$ T y un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$. Desprecia el campo gravitatorio.

a) **Calcula el valor del vector $\vec{E}$ necesario para que el movimiento del ion sea rectilíneo y uniforme.**

b) **Calcula los vectores fuerza que actúan sobre el ion (dirección y sentido) en esta región del espacio. Representa claramente los vectores, $\vec{v}$, $\vec{B}$, $\vec{E}$ y dichos vectores fuerza.**

Solución:

a) **Calcula el valor del vector $\vec{E}$ necesario para que el movimiento del ion sea rectilíneo y uniforme.**

Para que el ion se mueva de manera rectilínea y uniforme, la suma de las fuerzas que actúan sobre él debe ser igual a cero, según el *Primer Principio de la Dinámica de Newton.* Las fuerzas que actúan sobre el ion son la fuerza eléctrica $\vec{F}_e$ y la fuerza magnética $\vec{F}_m$:

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = 0,$$

donde la fuerza eléctrica es

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$$

y la fuerza magnética (Ley de Lorentz) viene dada por

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Sustituyendo en la ecuación de equilibrio:

$$q \cdot \vec{E} + q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}).$$

Calculamos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$, siendo

$$\vec{v} = 20\ \vec{j}\ \text{m/s}, \quad \vec{B} = -20\ \vec{i}\ \text{T}:$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 20 & 0 \\ -20 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (20 \cdot 0 - 0 \cdot 0)\ \vec{i} - (0 \cdot 0 - (-20) \cdot 0)\ \vec{j} + (0 \cdot 0 - 20 \cdot (-20))\ \vec{k} = 400\ \vec{k}\ \text{N/C}.$$

Por lo tanto, el vector $\vec{E}$ necesario es:

$$\boldsymbol{\vec{E} = -400\ \vec{k}\ \text{N/C}.}$$

b) **Calcula los vectores fuerza que actúan sobre el ion (dirección y sentido) en esta región del espacio. Representa claramente los vectores, $\vec{v}$, $\vec{B}$, $\vec{E}$ y dichos vectores fuerza.**

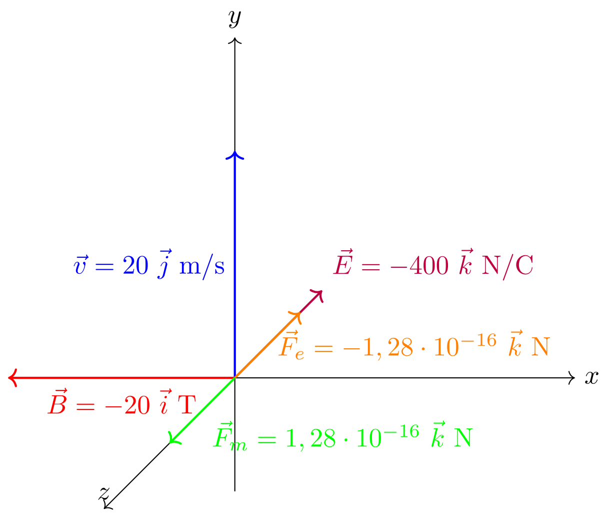
La fuerza eléctrica es:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = 3,2 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot (-400\ \vec{k}\ \text{N/C}) = -1,28 \cdot 10^{-16}\ \vec{k}\ \text{N}$$

La fuerza magnética es:

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 3,2 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 400\ \vec{k}\ \text{N/C} = 1,28 \cdot 10^{-16}\ \vec{k}\ \text{N}$$

La representación gráfica es como sigue:



Por lo tanto, las fuerzas pedidas son:

$$\boldsymbol{\vec{F}_e = -1,28 \cdot 10^{-16}\ \vec{k}\ \mathrm{N}, \quad \vec{F}_m = 1,28 \cdot 10^{-16}\ \vec{k}\ \mathrm{N}.}$$

Comunidad Valenciana, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)

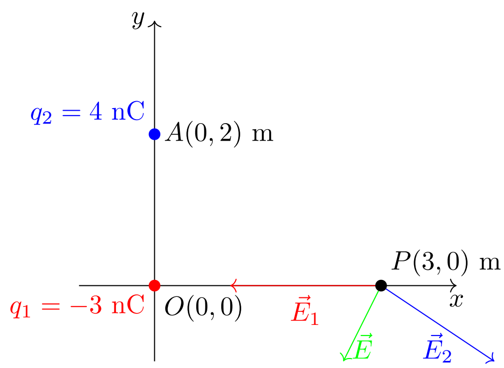
Cuestión 2

Una carga $q_1 = -3$ nC se encuentra situada en el origen de coordenadas del plano XY. Una segunda carga de $q_2 = 4$ nC está situada sobre el eje Y positivo a 2 m del origen. Calcula el vector campo eléctrico creado por cada una de las cargas en un punto P situado a 3 m del origen sobre el eje X positivo y el campo eléctrico total creado por ambas.

Dato: constante de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9$ N $\cdot$ m^2/C^2

Solución:

Primero, hacemos un esquema de la situación para visualizar las posiciones:



Utilizaremos el principio de superposición y la fórmula del campo eléctrico generado por una carga puntual:

$$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}_r,$$

donde:

- $k = 9 \cdot 10^9$ N $\cdot$ m^2/C^2 es la constante de Coulomb,
- q es la carga que produce el campo,
- r es la distancia desde la carga hasta el punto P,
- $\vec{u}_r$ es el vector unitario desde la carga hacia el punto P.

Campo eléctrico debido a q_1 en P:

Calculamos la distancia r_1 y el vector unitario $\vec{u}_{r1}$:

$$r_1 = \sqrt{(x_P - x_{q1})^2 + (y_P - y_{q1})^2} = \sqrt{(3 \text{ m} - 0)^2 + (0 - 0)^2} = 3 \text{ m},$$

$$\vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{(-3\ \vec{i} + 0\ \vec{j})}{3} = -\vec{i}.$$

Aplicamos la fórmula:

$$\vec{E}_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} \cdot \vec{u}_{r1} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{(3\ \text{m})^2} \cdot (-\vec{i}) = -3\ \vec{i}\ \text{N/C}.$$

Campo eléctrico debido a q_2 en P:

Calculamos la distancia r_2 y el vector unitario $\vec{u}_{r2}$:

$$r_2 = \sqrt{(x_P - x_{q2})^2 + (y_P - y_{q2})^2} = \sqrt{(3\ \text{m} - 0)^2 + (0 - 2\ \text{m})^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}\ \text{m},$$

$$\vec{r}_2 = (3\ \vec{i} - 2\ \vec{j})\ \text{m},$$

$$\vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{3\ \vec{i} - 2\ \vec{j}}{\sqrt{13}}.$$

Aplicamos la fórmula:

$$\vec{E}_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \vec{u}_{r2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{13\ \text{m}^2} \cdot \frac{3\ \vec{i} - 2\ \vec{j}}{\sqrt{13}} = 2,3\ \vec{i} - 1,54\ \vec{j})\ \text{N/C}.$$

Campo eléctrico total en P:

Sumamos vectorialmente los campos:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (-3\ \vec{i}) + (2,30\ \vec{i} - 1,54\ \vec{j}) = -0,7\ \vec{i} - 1,54\ \vec{j})\ \text{N/C}.$$

Módulo del campo eléctrico total:

$$|\vec{E}| = \sqrt{(-0,70\ \text{N/C})^2 + (-1,54\ \text{N/C})^2} = \sqrt{0,49 + 2,3716} = \sqrt{2,8616} = 1,69\ \text{N/C}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico total en el punto P es $-0,70\ \vec{i} - 1,54\ \vec{j}$ N/C y su magnitud es $1,69$ N/C.

Cuestión 3

Dos cargas $q_1 = 8,9\ \mu$C y $q_2 = 17,8\ \mu$C se encuentran en el vacío y situadas, respectivamente, en los puntos $O(0,0,0)$ cm y $P(1,0,0)$ cm. Enuncia el teorema de Gauss para el campo eléctrico. Calcula, justificadamente, el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de radio $0,5$ cm centrada en el punto O. ¿Cambia el flujo si en lugar de una esfera se trata de un cubo de lado $0,5$ cm?

Dato: permitividad del vacío, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2

Solución:

El *Teorema de Gauss* establece que el flujo eléctrico total Φ a través de una superficie cerrada S es igual a la carga total Q_{enc} encerrada por dicha superficie dividida por la permitividad del vacío ϵ_0. Matemáticamente, se expresa como:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0},$$

donde:

- $\vec{E}$ es el campo eléctrico,
- $d\vec{A}$ es un elemento diferencial de área de la superficie S, orientado hacia afuera,
- Q_{enc} es la carga neta encerrada dentro de la superficie S,
- $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ es la permitividad del vacío.

Consideremos una superficie esférica de radio $r = 0,5$ cm centrada en el punto $O(0,0,0)$ cm. Las cargas están ubicadas de la siguiente manera:

- $q_1 = 8,9\ \mu$C en el origen O.
- $q_2 = 17,8\ \mu$C en el punto $P(1,0,0)$ cm.

La carga q_1 está en el centro de la esfera, mientras que q_2 está a 1 cm del origen, fuera de la esfera de radio $0,5$ cm. Por lo tanto, la única carga encerrada por la superficie esférica es q_1. Aplicando el teorema de Gauss:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = \frac{q_1}{\epsilon_0}.$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\Phi = \frac{8,9 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{8,85 \cdot 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 1,006 \cdot 10^6\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

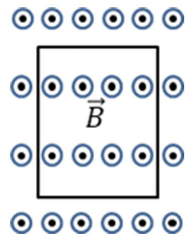
Consideremos ahora una superficie cúbica de lado $0,5$ cm centrada en el punto $O(0,0,0)$ cm. Al igual que con la esfera, la única carga encerrada por el cubo es q_1, ya que q_2 se encuentra fuera del cubo. El teorema de Gauss depende únicamente de la carga encerrada por la superficie cerrada, sin importar la forma de dicha superficie. Por lo tanto, el flujo eléctrico a través del cubo es el mismo que a través de la esfera:

$$\Phi = \frac{q_1}{\epsilon_0} = 1,006 \cdot 10^6\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

Por lo tanto, el flujo eléctrico a través de la superficie esférica es $\Phi = 1,006 \cdot 10^6\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Además, el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada depende únicamente de la carga encerrada y no de la forma de la superficie, por lo que el flujo no cambia si en lugar de una esfera se utiliza un cubo de lado $0,5$ cm y el flujo eléctrico seguirá siendo $\Phi = 1,006 \cdot 10^6\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$

Cuestión 4

En la figura se muestra una espira rectangular de lados 10 cm y 12 cm en el seno de un campo magnético $\vec{B}$ perpendicular al plano del papel y saliente. Se hace variar $|\vec{B}|$ desde 0 a 1 T en un intervalo de tiempo de $1,2$ s. Calcula la variación de flujo magnético y la fuerza electromotriz media inducida en la espira. Indica y justifica el sentido de la corriente eléctrica inducida.



Solución:

Primero, identifiquemos los datos proporcionados en el problema:

- Lados de la espira rectangular:
$$l_1 = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}, \quad l_2 = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}.$$
- Área de la espira:
$$S = l_1 \cdot l_2 = 0,10 \text{ m} \cdot 0,12 \text{ m} = 0,012 \text{ m}^2.$$
- Variación del campo magnético:
$$B_1 = 0 \text{ T}, \quad B_2 = 1 \text{ T}.$$
- Intervalo de tiempo:
$$\Delta t = 1,2 \text{ s}.$$

El flujo magnético Φ a través de la espira se define como:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha,$$

donde α es el ángulo entre el campo magnético $\vec{B}$ y la normal al plano de la espira. Dado que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira y saliente, $\alpha = 0°$ y $\cos\alpha = 1$. Por lo tanto, la variación del flujo magnético es:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = B_2 \cdot S \cdot \cos\alpha - B_1 \cdot S \cdot \cos\alpha = 1 \text{ T} \cdot 0,012 \text{ m}^2 \cdot 1 - 0 \text{ T} \cdot 0,012 \text{ m}^2 \cdot 1 = 0,012 \text{ Wb}.$$

Aplicamos la Ley de Faraday-Henry para determinar la fem inducida:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Sustituyendo los valores obtenidos:

$$\varepsilon = -\frac{0,012 \text{ Wb}}{1,2 \text{ s}} = -0,01 \text{ V}.$$

Según la Ley de Lenz, la corriente inducida genera un campo magnético que se opone a la variación del flujo magnético que la produjo. En este caso, el flujo magnético saliente está aumentando, por lo que la corriente inducida debe generar un campo magnético entrante para oponerse a este aumento. Para que el campo magnético generado por la corriente sea entrante, la corriente debe circular en sentido horario.

Por lo tanto, la solución es:

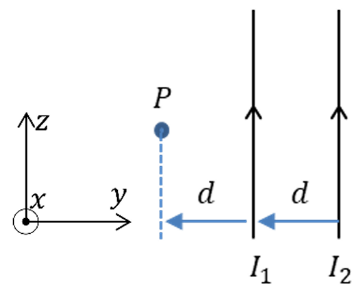
- **La variación del flujo magnético es $\boldsymbol{\Delta\Phi = 0,012}$ Wb.**
- **La fuerza electromotriz media inducida en la espira es $\varepsilon = \mathbf{-0,01}$ V.**
- **El sentido de la corriente eléctrica inducida es horario, ya que debe generar un campo magnético entrante que se oponga al aumento del flujo magnético saliente.**

Problema 2

La figura muestra dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos entre sí, separados por una distancia d en el plano YZ. Se conoce la intensidad de corriente $I_1 = 1$ A, el módulo del campo magnético que esta corriente crea en el punto P de la figura, $B_1 = 10^{-5}$ T, así como el módulo del campo magnético total $B = 3B_1$.

a) **Calcula la distancia d y el vector campo magnético $\vec{B}_2$ en el punto P.**
b) **Si una carga $q = 1$ μC pasa por dicho punto P con una velocidad $v = 10^6$ k m/s, calcula la fuerza $\vec{F}$ (módulo, dirección y sentido) sobre ella. Representa los vectores $\vec{v}$, $\vec{B}$ y $\vec{F}$.**

Dato: permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A



Solución:

a) **Calcula la distancia d y el vector campo magnético $\vec{B}_2$ en el punto P.**

Para determinar la distancia d y el campo magnético $\vec{B}_2$, utilizaremos la Ley de Biot-Savart para un conductor rectilíneo infinito, que establece que el módulo del campo magnético en un punto a una distancia r del conductor es:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde:
- B es el módulo del campo magnético en teslas (T),
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A es la permeabilidad magnética del vacío,
- I es la corriente en amperios (A),
- r es la distancia al conductor en metros (m).

Sabemos que el campo magnético creado por el primer conductor en el punto P es $B_1 = 10^{-5}$ T y que la corriente es $I_1 = 1$ A. Entonces,

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} \quad \Rightarrow \quad r_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot B_1}.$$

Sustituimos los valores:

$$r_1 = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A}) \cdot 1\ \text{A}}{2\pi \cdot 10^{-5}\ \text{T}} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}.$$

Se sabe que el campo magnético total en el punto P es $B = 3B_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ T. Suponiendo que ambas corrientes tienen el mismo valor ($I_1 = I_2 = 1$ A), el campo magnético creado por el segundo conductor en P es B_2. Como los campos magnéticos se suman vectorialmente y el módulo total es $B = B_1 + B_2$, entonces

$$B = B_1 + B_2 \quad \Rightarrow \quad B_2 = B - B_1 = 3B_1 - B_1 = 2B_1 = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Ahora, usando la expresión del campo magnético para el segundo conductor:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} \quad \Rightarrow \quad r_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot B_2}.$$

Sustituimos los valores:

$$r_2 = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}) \cdot 1\ \mathrm{A}}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}} = 1 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}.$$

La distancia entre los dos conductores es:

$$d = r_1 + r_2 = 2\ \mathrm{cm} + 1\ \mathrm{cm} = 3\ \mathrm{cm}.$$

El campo magnético $\vec{B}_2$ tiene un módulo de $B_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ T. Su dirección y sentido se determinan mediante la regla de la mano derecha, considerando la dirección de la corriente en el segundo conductor: $\vec{B}_2 = 2 \cdot 10^{-5}\, \vec{i}$ T.

Por lo tanto, la distancia d es 3 cm y el vector campo magnético $\vec{B}_2$ en el punto P tiene un módulo de $2 \cdot 10^{-5}$ T, dirigido en el sentido positivo del eje x.

b) Si una carga $q = 1\ \mu$C pasa por dicho punto P con una velocidad $v = 10^6$ k m/s, calcula la fuerza $\vec{F}$ (módulo, dirección y sentido) sobre ella. Representa los vectores $\vec{v}$, $\vec{B}$ y $\vec{F}$.

La fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento en presencia de un campo magnético viene dada por la Ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Tenemos que:
- $q = 1\ \mu\mathrm{C} = 1 \cdot 10^{-6}$ C,
- $\vec{v} = 10^6\ \mathrm{m/s} \cdot \vec{k}$ (dirección positiva del eje z),
- $\vec{B} = B \cdot \vec{i}$, con $B = 3B_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ T (dirección positiva del eje x).

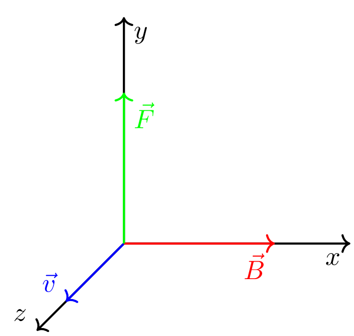
Hallamos el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = (10^6\ \vec{k}) \times (3 \cdot 10^{-5}\ \vec{i}) = 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-5} (\vec{k} \times \vec{i}) = 30\ (\vec{k} \times \vec{i}) = 30\ \vec{j}.$$

Entonces,

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = (1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}) \cdot 30\ \vec{j} = 3 \cdot 10^{-5}\, \vec{j}\ \mathrm{N}.$$

La fuerza $\vec{F}$ está en la dirección del eje y positivo ($\vec{j}$).



Por lo tanto, la fuerza $\vec{F}$ sobre la carga es de $3 \cdot 10^{-5}$ N, dirigida en la dirección positiva del eje y.

Cataluña, Junio 2024 (Convocatoria ordinaria)

Problema 3

La superfície de la Terra és principalment aigua que conté ions en disolución i que li fan adquirir una càrrega neta negativa. Es pot considerar que la Terra té un camp elèctric en punts propers a la seva superfície amb un mòdul constant de 150 N/C.

a) **Dibuixeu l'esfera terrestre i representeu-hi el camp elèctric al voltant de la superfície. Calculeu el valor de la càrrega total que produeix aquest camp elèctric. Per fer-ho, considereu que el camp elèctric creat per una superfície esfèrica carregada uniformement és igual al generat per tota la càrrega situada al centre de l'esfera.**

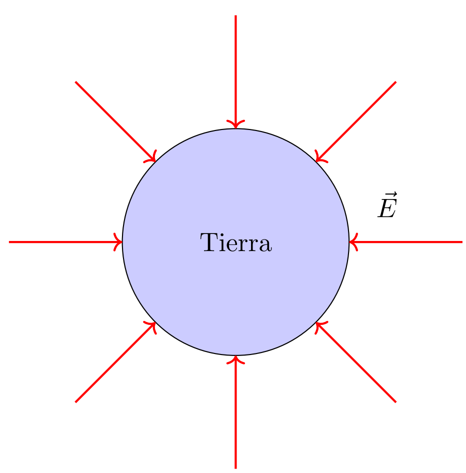
b) **Calculeu el mòdul de la força elèctrica que produirà el camp elèctric sobre un electró lliure situat a la vora de la superfície de la Terra. Calculeu la massa que ha de tenir una gota esfèrica d'aigua amb una càrrega extra d'un sol electró perquè el seu pes es compensi amb la força elèctrica. Feu un esquema en què es mostrin les forces que actuen sobre la gota. Calculeu el diàmetre d'aquesta gota d'aigua.**

Dades:
Radi de la Terra, $R_T = 6,37 \times 10^6$ m.
Densitat de l'aigua, $\rho = 10^3$ kg/m^3.
Massa de l'electró, $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg.
Superfície esfèrica: $4\pi r^2$.
Volum d'una esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$.
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ C.
$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9$ Nm^2 C^{-2}.
$g = 9,81$ m/s^2.

Solución:

a) **Dibuixeu l'esfera terrestre i representeu-hi el camp elèctric al voltant de la superfície. Calculeu el valor de la càrrega total que produeix aquest camp elèctric. Per fer-ho, considereu que el camp elèctric creat per una superfície esfèrica carregada uniformement és igual al generat per tota la càrrega situada al centre de l'esfera.**

El campo eléctrico está dirigido hacia las cargas negativas y es radial debido a la geometría esférica de la Tierra. A continuación, se muestra una representación esquemática:



Sabemos que el campo eléctrico fuera de una esfera cargada uniformemente es equivalente al generado por toda la carga situada en el centro de la esfera. La magnitud del campo eléctrico está dada por:

$$|\vec{E}| = \frac{k \cdot |q|}{R_T^2}.$$

Despejando q:

$$|q| = \frac{|\vec{E}| \cdot R_T^2}{k},$$

donde:

$$\begin{aligned} |\vec{E}| &= 150 \text{ N/C}, \\ R_T &= 6{,}37 \cdot 10^6 \text{ m}, \\ k &= 8{,}99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2. \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores:

$$|q| = \frac{150 \text{ N/C} \cdot (6{,}37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{8{,}99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 6{,}77 \cdot 10^5 \text{ C}.$$

Dado que el campo eléctrico está dirigido hacia las cargas negativas, la carga total de la Tierra es negativa:

$$q = -6{,}77 \cdot 10^5 \text{ C}.$$

Por lo tanto, la carga total de la Tierra es $-6{,}77 \cdot 10^5$ C.

b) Calculeu el mòdul de la força elèctrica que produirà el camp elèctric sobre un electró lliure situat a la vora de la superfície de la Terra. Calculeu la massa que ha de tenir una gota esfèrica d'aigua amb una càrrega extra d'un sol electró perquè el seu pes es compensi amb la força elèctrica. Feu un esquema en què es mostrin les forces que actuen sobre la gota. Calculeu el diàmetre d'aquesta gota d'aigua.

La magnitud de la fuerza eléctrica (F_e) que actúa sobre una carga q_e en un campo eléctrico E está dada por:

$$|\vec{F_e}| = |q_e| \cdot |\vec{E}|,$$

donde:

$$\begin{aligned} |q_e| &= 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad \text{(carga del electrón)}, \\ |\vec{E}| &= 150 \text{ N/C}. \end{aligned}$$

Sustituyendo:

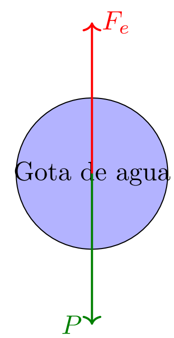
$$|\vec{F_e}| = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 150 \text{ N/C} = 2{,}403 \cdot 10^{-17} \text{ N}.$$

Para que el peso de la gota de agua (P) se compense con la fuerza eléctrica, se cumple:

$$|\vec{F_e}| = |\vec{P}| = m \cdot g.$$

Despejando la masa (m):

$$m = \frac{|\vec{F_e}|}{g} = \frac{2{,}403 \cdot 10^{-17} \text{ N}}{9{,}81 \text{ m/s}^2} = 2{,}45 \cdot 10^{-18} \text{ kg}.$$



La masa de una gota esférica de agua está relacionada con su volumen (V) y la densidad del agua (ρ) por:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Despejando el radio (r):

$$r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 2{,}45 \cdot 10^{-18}\ \text{kg}}{4\pi \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3}} = 0{,}836 \cdot 10^{-7}\ \text{m}.$$

Entonces, el diámetro (d) es:

$$d = 2r = 2 \cdot 0{,}836 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 0{,}167\ \mu\text{m} = 167\ \text{nm}.$$

Por lo tanto, el módulo de la fuerza eléctrica es $\vec{F}_e$, la masa de la gota es $2{,}45 \cdot 10^{-18}$ kg y su diámetro es 167 nm.

Problema 4

Un parallamps és una barra metàl·lica vertical que atrau i dirigeix grans descàrregues de corrent cap a terra. La gran majoria de llamps núvol-terra són negatius, és a dir, són transferències de càrrega negativa del núvol cap a terra. En el moment de la descàrrega es crea un camp magnètic al voltant del parallamps que podem equiparar al creat per un fil de corrent infinit. El corrent màxim que pot assumir un parallamps és d'uns 100 kA.

a) **Calculeu el camp magnètic màxim que pot crear el parallamps a una distància de 10 cm. Feu un dibuix esquemàtic del parallamps indicant el sentit del moviment dels electrons, la intensitat de corrent i tres línies de camp magnètic. Justifiqueu el sentit de les línies de camp.**

b) **Representeu gràficament, en la quadrícula de sota, el mòdul d'aquest camp magnètic màxim en funció de la distància r al parallamps en l'interval següent: 10 cm $\leq r \leq$ 50 cm. Suposem que hi ha un electró que en el moment de la descàrrega es troba a 10 cm del parallamps i que té una velocitat de 10^3 m/s paral·lela al parallamps i cap a terra. Calculeu el mòdul de la força que crea el camp magnètic sobre l'electró i justifiqueu-ne la direcció i el sentit.**

Dades:
El mòdul del camp magnètic creat per un fil infinit per on circula un corrent I a una distància r del fil és $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\,m\,A^{-1}}$.
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ C.

Solución:

a) **Calculeu el camp magnètic màxim que pot crear el parallamps a una distància de 10 cm. Feu un dibuix esquemàtic del parallamps indicant el sentit del moviment dels electrons, la intensitat de corrent i tres línies de camp magnètic. Justifiqueu el sentit de les línies de camp.**

Sabemos que el campo magnético (B) creado por un hilo de corriente infinito a una distancia r está dado por la fórmula:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

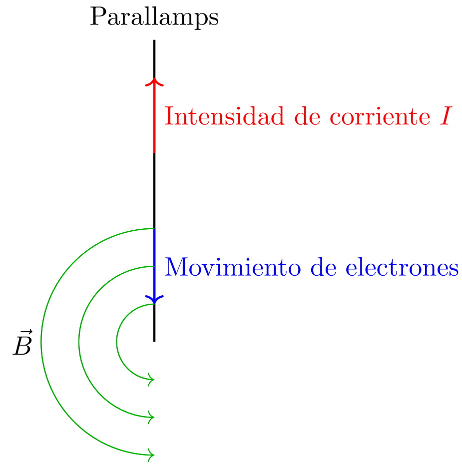
donde:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A},$$
$$I_{\text{máx}} = 100{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{A},$$
$$r = 10\ \mathrm{cm} = 0{,}1\ \mathrm{m}.$$

Sustituyendo los valores:

$$B_{\text{máx}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A} \cdot 100{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{A}}{2\pi \cdot 0{,}1\ \mathrm{m}} = 0{,}2\ \mathrm{T}.$$

Entonces, el campo magnético máximo es de 0,2 T. A continuación, se presenta un esquema del parallamps con las indicaciones solicitadas:



El sentido de las líneas de campo magnético alrededor del parallamps se determina utilizando la regla de la mano derecha. Si el pulgar apunta en la dirección de la corriente (hacia arriba), los dedos envuelven el hilo en la dirección de las líneas de campo magnético (en sentido contrario a las agujas del reloj alrededor del parallamps). Por lo tanto, las líneas de campo magnético forman círculos concéntricos alrededor del parallamps con el sentido indicado en el dibujo.

Por lo tanto, el campo magnético máximo es de 0,2 T y es en sentido antihorario.

b) **Representeu gràficament, en la quadrícula de sota, el mòdul d'aquest camp magnètic màxim en funció de la distància r al parallamps en l'interval següent: 10 cm $\leq r \leq$ 50 cm. Suposem que hi ha un electró que en el moment de la descàrrega es troba a 10 cm del parallamps i que té una velocitat de 10^3 m/s paral·lela al parallamps i cap a terra. Calculeu el mòdul de la força que crea el camp magnètic sobre l'electró i justifiqueu-ne la direcció i el sentit.**

El campo magnético B en función de la distancia r está dado por:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

donde:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}, \\ I &= 100{,}0 \cdot 10^3 \text{ A}, \\ r &= 10 \text{ cm a } 50 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Calculamos algunos puntos para graficar:

$$r = 0{,}1 \text{ m} \rightarrow \qquad B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^5}{2\pi \cdot 0{,}1} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{0{,}2} = 0{,}2 \text{ T}$$

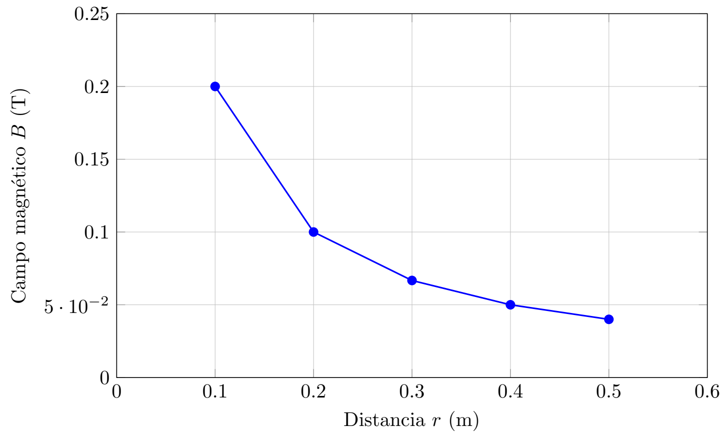
$$r = 0{,}2 \text{ m} \rightarrow \qquad B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^5}{2\pi \cdot 0{,}2} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{0{,}4} = 0{,}1 \text{ T}$$

$$r = 0{,}3 \text{ m} \rightarrow \qquad B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^5}{2\pi \cdot 0{,}3} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{0{,}6} \approx 0{,}0667 \text{ T}$$

$$r = 0{,}4 \text{ m} \rightarrow \qquad B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^5}{2\pi \cdot 0{,}4} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{0{,}8} = 0{,}05 \text{ T}$$

$$r = 0{,}5 \text{ m} \rightarrow \qquad B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^5}{2\pi \cdot 0{,}5} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{1{,}0} = 0{,}04 \text{ T}$$

A continuación, se presenta el gráfico de B en función de r:



La fuerza magnética ($\vec{F}_B$) que actúa sobre una carga en movimiento en un campo magnético está dada por:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \cdot \vec{B},$$

donde:

$$q = -1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad \text{(carga del electrón)},$$
$$\vec{v} = 10^3 \text{ m/s (velocidad del electrón, paralela al parallamps y hacia tierra)},$$
$$B = 0{,}2 \text{ T} \quad \text{(campo magnético a } r = 10 \text{ cm)}.$$

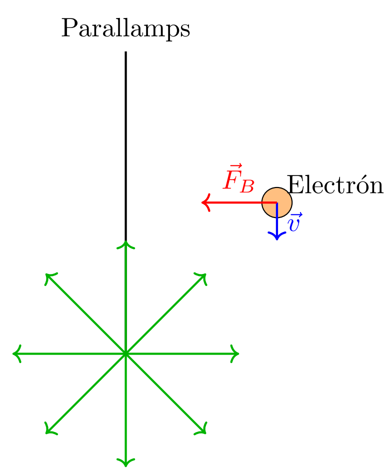
El módulo de la fuerza magnética es:

$$|\vec{F}_B| = |q|vB\sin(\theta),$$

donde θ es el ángulo entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$. Como $\vec{v}$ es paralela al parallamps y $\vec{B}$ es perpendicular al parallamps (las líneas de campo magnético son circulares alrededor del parallamps), entonces $\theta = 90°$ y $\sin(\theta) = 1$:

$$|\vec{F}_B| = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^3 \text{ m/s} \cdot 0{,}2 \text{ T} = 3{,}2 \cdot 10^{-17} \text{ N}.$$

Utilizando la regla de la mano derecha para determinar la dirección de la fuerza magnética: se dirige hacia el parallamps.



Por lo tanto, el módulo de la fuerza magnética es $3{,}2 \cdot 10^{-17}$ N y está dirigida hacia el parallamps.

Cataluña, Septiembre 2024 (Convocatoria extraordinaria)

Problema 3

El Fun-Fly-Stick és un enginyós generador d'electricitat estàtica que funciona amb piles i que permet fer levitar objectes metàl·lics lleugers. Quan es prem el botó es genera una càrrega estàtica negativa a la vareta. Tocant l'objecte amb la vareta, part d'aquesta càrrega es transfereix a l'objecte de manera que tots dos queden carregats i l'objecte levita per sobre de la vareta. (En fer els càlculs, considereu la vareta i l'objecte metàl·lic com si fossin càrregues puntuals.)

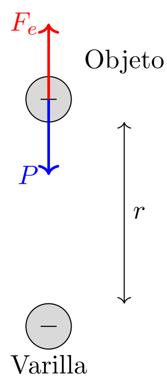
a) **Suposem que, després de tocar l'objecte, la vareta i l'objecte metàl·lic tenen la mateixa càrrega. Feu un dibuix de la situació de la vareta i l'objecte metàl·lic levitant i dibuixeu les forces sobre l'objecte. Calculeu quina és la càrrega electroestàtica de l'objecte metàl·lic si aquest té una massa de 10 g i es troba a una distància de 55 cm de la vareta.**

b) **Considereu ara una altra situació, en què tant la vareta com l'objecte metàl·lic estan carregats amb una càrrega $q = -2\ \mu$C i separats a una distància de 60 cm. Calculeu el mòdul del camp elèctric al punt central de la línia que els uneix i el potencial elèctric en aquest punt. Determineu quin és el treball que haurà de fer una força externa per a portar un electró des de l'infinit fins a aquest punt central.**

Dades:
Gravetat a la superfície de la Terra, $g = 9,8$ m/s^2.
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ C.
$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9$ Nm^2 C^{-2}.

Solución:

a) **Suposem que, després de tocar l'objecte, la vareta i l'objecte metàl·lic tenen la mateixa càrrega. Feu un dibuix de la situació de la vareta i l'objecte metàl·lic levitant i dibuixeu les forces sobre l'objecte. Calculeu quina és la càrrega electroestàtica de l'objecte metàl·lic si aquest té una massa de 10 g i es troba a una distància de 55 cm de la vareta.**



La varilla y el objeto metálico están separados una distancia $r = 55\,\text{cm}$ y ambos tienen carga negativa, por lo que se repelen. Sobre el objeto actúan dos fuerzas:

- *Fuerza eléctrica repulsiva (F_e)* hacia arriba.
- *Peso ($P = m \cdot g$)* hacia abajo.

Como el objeto levita en equilibrio, la suma de fuerzas es cero:

$$F_e - P = 0 \quad \Rightarrow \quad F_e = P.$$

La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales iguales es:

$$F_e = k \cdot \frac{Q^2}{r^2},$$

donde Q es la carga de la varilla y del objeto ($Q = q_{\text{var}} = q_{\text{obj}}$) y r es la distancia entre las cargas. Igualando la fuerza eléctrica al peso:

$$k \cdot \frac{Q^2}{r^2} = m \cdot g.$$

Despejando Q:

$$Q^2 = \frac{m \cdot g \cdot r^2}{k} \quad \Rightarrow \quad Q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot r^2}{k}}.$$

Sustituimos los valores dados (asegurándonos de usar unidades SI):

- $m = 10\,\text{g} = 0.01\,\text{kg}$.
- $g = 9.8\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$.
- $r = 55\,\text{cm} = 0.55\,\text{m}$.
- $k = 8.99 \times 10^9\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{C}^{-2}$.

Calculamos el numerador:

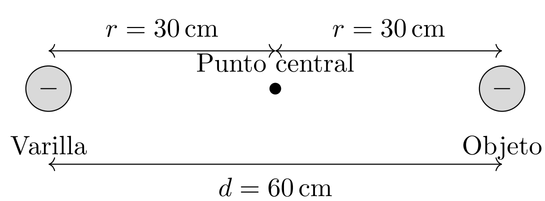
$$m \cdot g \cdot r^2 = 0,01\ \text{kg} \cdot 9,8\ \text{m}\,\text{s}^{-2} \cdot (0,55\ \text{m})^2 = 0,01 \cdot 9,8 \cdot 0,3025\ \text{kgm}^3/\text{s}^2 = 0,029645\ \text{Nm}^2.$$

Entonces,

$$Q = \sqrt{\frac{0,029645\ \text{Nm}^2}{8,99 \cdot 10^9\ \text{N}\,\text{m}^2\,\text{C}^{-2}}} = 1,816\ \mu\text{C}.$$

Por lo tanto, la carga electrostática del objeto metálico es $Q = 1,816$ μC.

b) Considereu ara una altra situació, en què tant la vareta com l'objecte metàl·lic estan carregats amb una càrrega $q = -2\ \mu$C i separats a una distància de 60 cm. Calculeu el mòdul del camp elèctric al punt central de la línia que els uneix i el potencial elèctric en aquest punt. Determineu quin és el treball que haurà de fer una força externa per a portar un electró des de l'infinit fins a aquest punt central.



Las dos cargas son iguales y negativas:

$$q_{\text{var}} = q_{\text{obj}} = -2\ \mu\text{C} = -2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}.$$

La distancia entre las cargas es $d = 60\,\text{cm} = 0.60\,\text{m}$. El punto central está a una distancia $r = \dfrac{d}{2} = 0.30\,\text{m}$ de cada carga. El campo eléctrico debido a una carga puntual es:

$$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{r}.$$

Para una carga negativa, el campo eléctrico apunta hacia la carga. En el punto central, los campos eléctricos producidos por las dos cargas tienen el mismo módulo pero direcciones opuestas. Por lo tanto, se cancelan entre sí:

$$E_{\text{total}} = E_{\text{obj}} + E_{\text{var}} = 0.$$

El potencial eléctrico debido a una carga puntual es:

$$V = k \cdot \frac{q}{r}.$$

El potencial es una magnitud escalar, por lo que se suman algebraicamente los potenciales de ambas cargas:

$$V_{\text{total}} = V_{\text{obj}} + V_{\text{var}} = k \cdot \frac{q_{\text{obj}}}{r} + k \cdot \frac{q_{\text{var}}}{r} = 2k \cdot \frac{q}{r}.$$

Sustituyendo los valores:

$$V_{\text{total}} = 2 \cdot \left(8,99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}\right) \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{0,30 \text{ m}} = -119\,866,6 \text{ V}.$$

El trabajo necesario para mover una carga desde el infinito hasta el punto central es igual a la variación de energía potencial eléctrica:

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_p = q_{\text{e}} \cdot \Delta V,$$

donde q_{e} es la carga del electrón:

$$q_{\text{e}} = -e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Dado que el potencial en el infinito es cero ($V_\infty = 0$), entonces:

$$W_{\text{ext}} = q_{\text{e}} \cdot (V_{\text{final}} - V_\infty) = q_{\text{e}} \cdot V_{\text{final}}.$$

Sustituyendo:

$$W_{\text{ext}} = \left(-1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}\right) \cdot \left(-1,19866 \cdot 10^5 \text{ V}\right) = 1,920 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico en el punto central es cero, el potencial eléctrico en el punto central es $\boldsymbol{V = -1,19866 \cdot 10^5}$ V y el trabajo que debe realizar una fuerza externa es $\boldsymbol{W_{\text{ext}} = 1,920 \cdot 10^{-14}}$ J.

Problema 4

L'experiment d'Oersted fet el 1820 (figura 1) consisteix en un fil conductor paral·lel a la component horitzontal del camp magnètic terrestre per on passa un corrent elèctric i una agulla magnètica just a sobre o a sota del fil. Oersted observà que l'orientació de l'agulla canviava si el fil connectat estava situat a sobre o a sota de l'agulla.

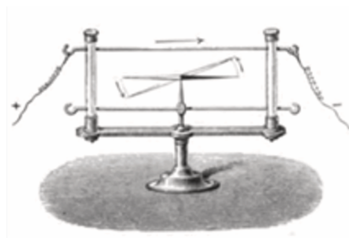


FIGURA 1. Experiment d'Oersted.

En la figura 2 no sabem si el fil conductor està situat per sobre o per sota de la brúixola.

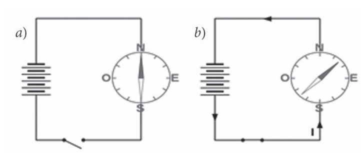


FIGURA 2. *a*) Circuit obert. *b*) Circuit tancat.

a) **Representeu sobre l'agulla de la brúixola del dibuix b de la figura 2 els vectors del camp magnètic terrestre (B_{Terra}) i del camp magnètic generat pel fil (B_{fil}). Argumenteu si la brúixola del dibuix b de la figura 2 està situada a sobre o a sota del fil conductor en aquest cas.**

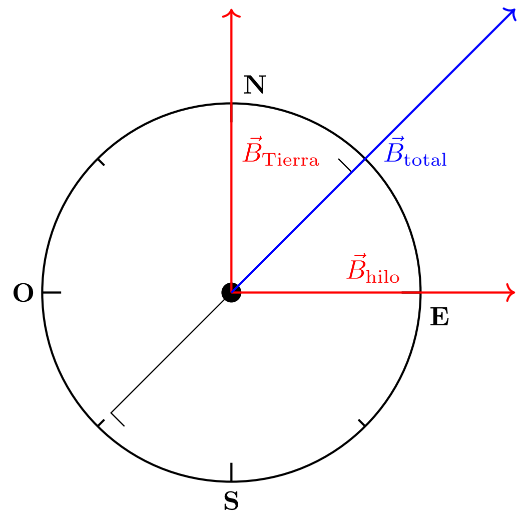
b) **En aquest muntatge experimental, la separació entre la brúixola i el fil és de 10 cm. Observem que l'agulla de la brúixola forma un angle de 45° amb la direcció del corrent elèctric quan circulen 20 A pel fil conductor. Calculeu la component horitzontal del camp magnètic terrestre (B_{Terra}).**

Dades:
El mòdul del camp magnètic creat per un fil infinit per on circula un corrent I a una distància r del fil és $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A.

Solución:

a) **Representeu sobre l'agulla de la brúixola del dibuix b de la figura 2 els vectors del camp magnètic terrestre (B_{Terra}) i del camp magnètic generat pel fil (B_{fil}). Argumenteu si la brúixola del dibuix b de la figura 2 està situada a sobre o a sota del fil conductor en aquest cas.**

En la figura, el campo magnético terrestre $\vec{B}_{\text{Tierra}}$ está dirigido hacia la arriba (de sur a norte geográfico), y el campo magnético generado por el hilo $\vec{B}_{\text{hilo}}$ está dirigido hacia la derecha.



Para determinar la posición del hilo, aplicamos la regla de la mano derecha para un hilo conductor rectilíneo:

- Si el hilo está atravesado por una corriente hacia dentro del plano (entrando), el campo magnético circular a su alrededor tiene sentido horario.
- Si la corriente sale del plano (saliendo), el campo magnético tiene sentido antihorario.

Dado que el campo magnético $\vec{B}_{\text{hilo}}$ en la posición de la brújula está dirigido hacia la derecha, esto indica que el hilo está situado *debajo* de la brújula.

Por lo tanto, la brújula está situada encima del hilo conductor.

b) **En aquest muntatge experimental, la separació entre la brúixola i el fil és de 10 cm. Observem que l'agulla de la brúixola forma un angle de 45° amb la direcció del corrent elèctric quan circulen 20 A pel fil conductor. Calculeu la component horitzontal del camp magnètic terrestre ($\boldsymbol{B}_{\textbf{Tierra}}$).**

La aguja de la brújula se alinea con el campo magnético resultante de la suma vectorial del campo magnético terrestre $\vec{B}_{\text{Tierra}}$ y el campo magnético generado por el hilo $\vec{B}_{\text{hilo}}$. Dado que la aguja forma un ángulo de 45°, los módulos de los dos campos son iguales:

$$\tan 45° = \frac{B_{\text{hilo}}}{B_{\text{Tierra}}} \quad \Rightarrow \quad B_{\text{hilo}} = B_{\text{Tierra}}.$$

Calculamos B_{hilo} usando la fórmula del campo magnético creado por un hilo recto:

$$B_{\text{hilo}} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T\,m\,A^{-1}}$, $I = 20$ A y $r = 10$ cm $= 0,10$ m. Sustituimos:

$$B_{\text{hilo}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T\,m\,A^{-1}} \cdot 20\ \mathrm{A}}{2\pi \cdot 0,10\ \mathrm{m}} = 4,0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T} = 40\ \mu\mathrm{T}.$$

Como $B_{\text{Tierra}} = B_{\text{hilo}}$, entonces:

$$B_{\text{Tierra}} = 40\ \mu\mathrm{T}.$$

Por lo tanto, la componente horizontal del campo magnético terrestre es $\boldsymbol{B}_{\textbf{Tierra}} = \mathbf{80}\ \mu\mathrm{T}$.

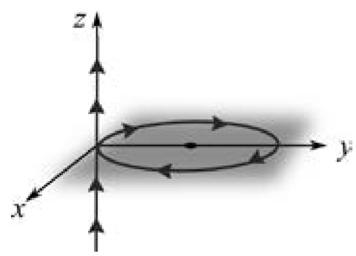
Cataluña, Junio 2023 (Convocatoria ordinaria)

Problema 2

Un fil conductor molt llarg segueix l'eix z i porta un corrent $I = 2,00$ A. Quan arriba a l'altura de $z = 0,00$ cm canvia de direcció i traça una circumferència en el pla xy, de radi $R = 2,00$ cm i centrada al punt $(0, R, 0)$, i després continua per l'eix z.

a) **Calculeu el vector i el mòdul del camp magnètic total al centre de la circumferència, és a dir, al punt $(0, R, 0)$.**
b) **Podem girar a voluntat l'espira respecte a l'eix y. En quina direcció hem d'orientar-la per a obtenir el mòdul del camp magnètic mínim i el mòdul del camp magnètic màxim? Trobeu aquests dos valors del mòdul del camp magnètic i especifiqueu el pla on hi ha l'espira i el sentit de gir del corrent en cada cas.**

Dades:
El mòdul del camp magnètic creat per un fil infinit per on circula un corrent I a una distància r del fil és $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.
El mòdul del camp magnètic creat al centre d'una espira de radi R per on circula un corrent I és $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A.



Solució:

a) **Calculeu el vector i el mòdul del camp magnètic total al centre de la circumferència, és a dir, al punt $(0, R, 0)$.**

Primero, calculamos el campo magnético creado por el hilo recto en el punto $(0, R, 0)$. El módulo del campo magnético debido al hilo infinito es:

$$B_{\text{hilo}} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde:
- $I = 2{,}00$ A,
- $r = 2{,}00$ cm $= 0{,}0200$ m,
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m/A.

Sustituimos los valores:

$$B_{\text{hilo}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A} \cdot 2{,}00 \text{ A}}{2\pi \cdot 0{,}0200 \text{ m}} = 2{,}00 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

La dirección del campo magnético $\vec{B}_{\text{hilo}}$ en el punto se determina mediante la regla de la mano derecha. Como la corriente va en dirección negativa del eje z, el campo magnético en el punto $(0, R, 0)$ está dirigido en el sentido negativo del eje x. Entonces,

$$\vec{B}_{\text{hilo}} = -B_{\text{hilo}} \cdot \vec{\imath} = -2{,}00 \cdot 10^{-5}\,\vec{\imath}\,\text{T}.$$

Ahora, calculamos el campo magnético creado por la espira en su centro. El módulo del campo magnético en el centro de una espira es:

$$B_{\text{espira}} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}.$$

Sustituimos los valores:

$$B_{\text{espira}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T m/A} \cdot 2{,}00\ \text{A}}{2 \cdot 0{,}0200\ \text{m}} = 6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

La dirección del campo magnético $\vec{B}_{\text{espira}}$ en el centro de la espira se determina con la regla de la mano derecha. Según el sentido de la corriente, el campo magnético está dirigido en el sentido negativo del eje z, es decir:

$$\vec{B}_{\text{espira}} = -B_{\text{espira}} \cdot \vec{k} = -6{,}2832 \cdot 10^{-5}\,\vec{k}\ \text{T}.$$

Sumamos los campos magnéticos vectorialmente:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_{\text{hilo}} + \vec{B}_{\text{espira}} = -B_{\text{hilo}} \cdot \vec{\imath} - B_{\text{espira}} \cdot \vec{k} = -2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \vec{\imath} - 6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \vec{k}.$$

El módulo del campo magnético total es:

$$B_{\text{total}} = \sqrt{B_{\text{hilo}}^2 + B_{\text{espira}}^2} = \sqrt{(2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T})^2 + (6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T})^2} = 6{,}591 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Por lo tanto, el vector del campo magnético total en el punto $(0, R, 0)$ es:

$$\boldsymbol{\vec{B}_{\text{total}} = -2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T}\ \vec{\imath} - 6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}\ \vec{k}\ \text{T},}$$

y su módulo es:

$$\boldsymbol{B_{\text{total}} = 6{,}591 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.}$$

b) Podem girar a voluntat l'espira respecte a l'eix y. En quina direcció hem d'orientar-la per a obtenir el mòdul del camp magnètic mínim i el mòdul del camp magnètic màxim? Trobeu aquests dos valors del mòdul del camp magnètic i especifiqueu el pla on hi ha l'espira i el sentit de gir del corrent en cada cas.

Al rotar la espira alrededor del eje y, cambiamos la dirección del campo magnético que genera en el punto de interés. El campo magnético debido al hilo permanece igual. Para obtener el módulo mínimo del campo magnético total:, tenemos en cuenta que debemos orientar la espira de manera que su campo magnético en el punto $(0, R, 0)$ esté en la misma dirección que el campo del hilo pero con sentido contrario, de forma que se resten. Esto se logra colocando la espira en el plano xz, con su centro en $(0, R, 0)$, y haciendo que la corriente circule en sentido antihorario visto desde el eje y positivo. Así, el campo magnético de la espira en el centro estará en dirección positiva del eje x:

$$\vec{B}_{\text{espira}} = +B_{\text{espira}} \cdot \vec{\imath}.$$

La suma de los campos es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = -B_{\text{hilo}} \cdot \vec{\imath} + B_{\text{espira}} \cdot \vec{\imath} = (B_{\text{espira}} - B_{\text{hilo}}) \cdot \vec{\imath}.$$

Sustituyendo valores:

$$\vec{B}_{\text{total}} = (6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T} - 2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T}) \cdot \vec{\imath} = 4{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \vec{\imath}.$$

El módulo del campo magnético total es:

$$B_{\text{total}} = 4{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Para obtener el módulo máximo del campo magnético total, orientamos la espira en el mismo plano xz, pero ahora la corriente circula en sentido horario visto desde el eje y positivo, de modo que el campo magnético de la espira en el centro está en dirección negativa del eje x:

$$\vec{B}_{\text{espira}} = -B_{\text{espira}} \cdot \vec{\imath}.$$

La suma de los campos es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = -B_{\text{hilo}} \cdot \vec{\imath} - B_{\text{espira}} \cdot \vec{\imath} = -(B_{\text{hilo}} + B_{\text{espira}}) \cdot \vec{\imath}.$$

Sustituyendo valores:

$$\vec{B}_{\text{total}} = -(2{,}00 \cdot 10^{-5}\ \text{T} + 6{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}) \cdot \vec{\imath} = -8{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T} \cdot \vec{\imath}.$$

El módulo del campo magnético total es:

$$B_{\text{total}} = 8{,}2832 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Por lo tanto, la solución es:

- ***Campo magnético mínimo:* $B_{\text{total}} = 4{,}2832 \cdot 10^{-5}$ T, espira en el plano xz, corriente en sentido antihorario visto desde $+y$, campo de la espira en dirección $+\vec{\imath}$.**
- ***Campo magnético máximo:* $B_{\text{total}} = 8{,}2832 \cdot 10^{-5}$ T, espira en el plano xz, corriente en sentido horario visto desde $+y$, campo de la espira en dirección $-\vec{\imath}$.**

En ambos casos, el campo magnético total está dirigido a lo largo del eje x, ya que los campos del hilo y de la espira están en la misma dirección.

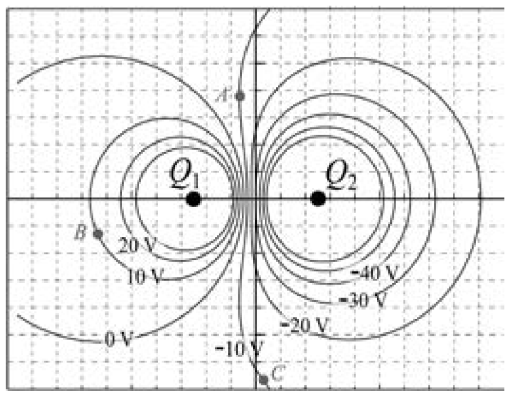
Problema 5

Quan mesurem els valors de potencial elèctric en una cubeta obtenim la distribució representada a la figura, en què podem observar dues càrregues (Q_1 i Q_2), una positiva i una negativa.

a) **Determineu de manera raonada quina és la càrrega positiva i quina la negativa. Segons la vostra resposta, dibuixeu la direcció i el sentit del camp elèctric al punt A.**

b) **Suposeu que un electró es mou del punt A al punt B. Calculeu el treball que fa el camp elèctric durant aquest moviment. Quin treball fa el camp elèctric quan l'electró es mou del punt A al punt C passant per B?**

Dada:
$|e| = 1,602 \cdot 10^{-19}$ **C.**



Solució:

a) **Determineu de manera raonada quina és la càrrega positiva i quina la negativa. Segons la vostra resposta, dibuixeu la direcció i el sentit del camp elèctric al punt A.**

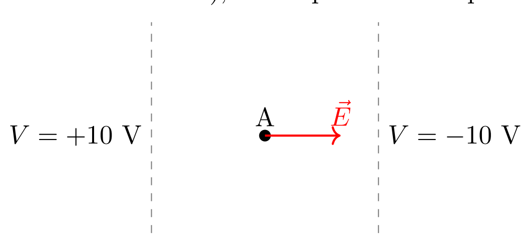
Para determinar cuál es la carga positiva y cuál la negativa, analizamos los valores del potencial eléctrico en las proximidades de las cargas. El potencial eléctrico V creado por una carga puntual Q se calcula como:

$$V = k\frac{Q}{r},$$

donde k es la constante de Coulomb y r es la distancia desde la carga. Como k y r son siempre positivos, el signo de V depende del signo de Q. Observamos en la figura que cerca de Q_1, los valores del potencial son positivos y cerca de Q_2, los valores del potencial son negativos. Entonces,

- Q_1 es una *carga positiva.*
- Q_2 es una *carga negativa.*

El campo eléctrico $\vec{E}$ es perpendicular a las superficies equipotenciales y apunta en la dirección de menor potencial. En el punto A, las líneas equipotenciales son aproximadamente verticales, por lo que el campo eléctrico será aproximadamente horizontal. Además, como el potencial disminuye al movernos hacia la derecha (de $V = +10$ V a $V = -10$ V), el campo eléctrico apunta hacia la derecha.



Por lo tanto, Q_1 es una *carga positiva* y Q_2 es una *carga negativa*.

b) **Suposeu que un electró es mou del punt A al punt B. Calculeu el treball que fa el camp elèctric durant aquest moviment. Quin treball fa el camp elèctric quan l'electró es mou del punt A al punt C passant per B?**

Trabajo realizado por el campo eléctrico de A a B:
El trabajo W realizado por el campo eléctrico sobre una carga q al moverse entre dos puntos A y B es:

$$W_{A\to B} = q \cdot \Delta V = q(V_B - V_A).$$

Dado que el electrón tiene carga $q = -e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C. Los potenciales en los puntos son:
- $V_A = +10$ V.
- $V_B = -10$ V.

Entonces,

$$W_{A\to B} = (-e)\,(-10 \text{ V} - (+10 \text{ V})) = (-1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (-20 \text{ V}) = 3{,}204 \cdot 10^{-18} \text{ J}.$$

El campo eléctrico es conservativo, por lo que el trabajo realizado solo depende de la diferencia de potencial entre los puntos inicial y final, no del camino recorrido. Como el potencial en A y en C es el mismo ($V_A = V_C = +10$ V), la diferencia de potencial es cero:

$$\Delta V = V_C - V_A = +10 \text{ V} - (+10 \text{ V}) = 0.$$

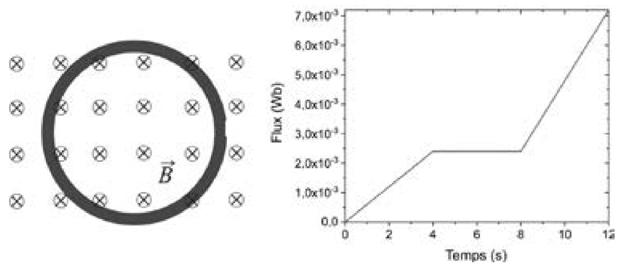
Por lo tanto, el trabajo es:

$$W_{A\to C} = q \cdot \Delta V = (-e) \cdot 0 = 0.$$

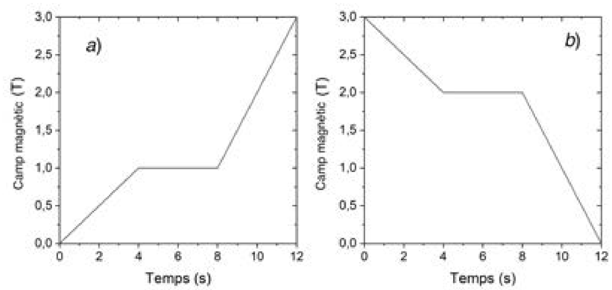
Por lo tanto:
- **El trabajo realizado por el campo eléctrico al mover el electrón de A a B es $W_{A\to B} = 3{,}204 \cdot 10^{-18}$ J.**
- **El trabajo realizado al mover el electrón de A a C pasando por B es $W_{A\to C} = 0$.**

Problema 6

Una espira es troba fixa en una regió on hi ha un camp magnètic uniforme en direcció perpendicular al full i cap endins, tal com s'indica a la figura de l'esquerra. En la figura de la dreta es mostra la gràfica de la variació del flux que travessa l'espira en funció del temps.



a) **Determineu el sentit del corrent induït en l'interval de temps de 0 s a 4 s, en l'interval de 4 s a 8 s i en l'interval de 8 s a 12 s. Justifiqueu quina de les variacions de camp magnètic representades a sota (a o b) provoca la variació de flux.**



b) **Calculeu la intensitat de corrent elèctric en cada interval de temps si la resistència de l'espira és de 5 mΩ.**

Nota: La llei d'Ohm estableix que $I = V/R$.

Solució:

a) **Determineu el sentit del corrent induït en l'interval de temps de 0 s a 4 s, en l'interval de 4 s a 8 s i en l'interval de 8 s a 12 s. Justifiqueu quina de les variacions de camp magnètic representades a sota (a o b) provoca la variació de flux.**

Análisis del flujo magnético:
El flujo magnético Φ que atraviesa la espira viene dado por:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\theta.$$

En este caso, como el campo magnético es perpendicular al plano de la espira ($\theta = 0$), entonces:

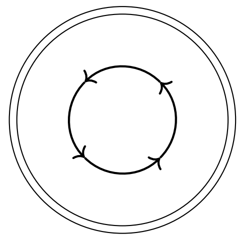
$$\Phi = B \cdot S.$$

Como el área S de la espira es constante y está fija, cualquier variación del flujo se debe a cambios en el campo magnético B.

En el intervalo de 0 s a 4 s, el gráfico muestra que el flujo aumenta linealmente de 0 a $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb, por lo que el flujo está aumentando. Según la Ley de Lenz, la corriente inducida generará un campo magnético que se oponga al aumento del flujo. Como el flujo original (debido al campo externo) está dirigido hacia adentro (campo entrando en la hoja), y está aumentando, la corriente inducida intentará crear un campo magnético hacia afuera para oponerse al aumento. Usando la regla de la mano derecha, el sentido del corriente inducido que produce un campo hacia afuera es *antihorario*.

En el intervalo de 4 s a 8 s, el flujo permanece constante en $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb, por lo que no hay variación de flujo ($\frac{d\Phi}{dt} = 0$). Por lo tanto, no hay corriente inducida en este intervalo.

En el intervalo de 8 s a 12 s, el flujo aumenta linealmente de $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb a $7{,}2 \cdot 10^{-3}$ Wb, es decir, el flujo está aumentando nuevamente. Al igual que en el primer intervalo, la corriente inducida será tal que se oponga al aumento del flujo. Por lo tanto, el sentido del corriente inducido es *antihorario*.



Sentido antihorario

Dado que el área es constante y la dirección del campo magnético no cambia, la variación del flujo debe deberse a cambios en la magnitud del campo magnético B. Comparando con las gráficas proporcionadas, vemos que:
- En la gráfica (a), el campo magnético B aumenta en los intervalos donde el flujo aumenta.
- En la gráfica (b), el campo magnético B disminuye cuando el flujo aumenta, lo cual no es consistente.

Así, la variación de flujo observada corresponde a la gráfica (a), donde el campo magnético aumenta en los intervalos de tiempo de 0 s a 4 s y de 8 s a 12 s.

Por lo tanto, el sentido del corriente inducido es antihorario en los intervalos de 0 s a 4 s y de 8 s a 12 s, y no hay corriente inducida en el intervalo de 4 s a 8 s. La variación de flujo se debe a la variación del campo magnético representada en la gráfica (a).

b) Calculeu la intensitat de corrent elèctric en cada interval de temps si la resistència de l'espira és de 5 mΩ.

La fem inducida en la espira viene dada por la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

La intensidad de corriente se calcula mediante la Ley de Ohm:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

En el intervalo de 0 s a 4 s, el flujo aumenta linealmente de 0 a $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb en 4 s. La variación del flujo es:

$$\Delta\Phi = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} - 0 = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

El tiempo es $\Delta t = 4$ s. La tasa de cambio del flujo es:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{4\ \text{s}} = 6{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb/s}.$$

Entonces, la fem inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -6{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{V}.$$

La intensidad de corriente es:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{-6{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{V}}{5 \cdot 10^{-3}\ \Omega} = -0{,}12\ \text{A}.$$

El signo negativo indica que el sentido del corriente es antihorario, coherente con lo obtenido anteriormente.

En el intervalo de 4 s a 8 s, el flujo es constante, por lo que $\frac{d\Phi}{dt} = 0$. Entonces, la fem inducida es $\mathcal{E} = 0$, y la corriente es $I = 0$.

En el intervalo de 8 s a 12 s, el flujo aumenta linealmente de $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ Wb a $7{,}2 \cdot 10^{-3}$ Wb en 4 s. La variación del flujo es:

$$\Delta\Phi = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} - 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} = 4{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

El tiempo es $\Delta t = 4$ s. La tasa de cambio del flujo es:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{4\ \text{s}} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb/s}.$$

La fem inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{V}.$$

La intensidad de corriente es:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{-1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{V}}{5 \cdot 10^{-3}\ \Omega} = -0{,}24\ \text{A}.$$

Nuevamente, el signo negativo indica que el sentido del corriente es antihorario.

Por lo tanto, las intensidades de corriente en cada intervalo son:
- **De 0 s a 4 s: $I = -0{,}12$ A (antihorario).**
- **De 4 s a 8 s: $I = 0$ A (no hay corriente inducida).**
- **De 8 s a 12 s: $I = -0{,}24$ A (antihorario).**

Cataluña, Septiembre 2023 (Convocatoria extraordinaria)

Problema 2

En un laboratori s'ha fet l'experiment que es mostra a la figura 1. En una cubeta de plàstic transparent s'ha afegit aproximadament un centímetre d'aigua de l'aixeta, i s'han col·locat banda i banda dues plaques conductores de coure separades a una distància de 20 cm. Les plaques s'han connectat a una font d'alimentació. A sota de la cubeta transparent hi ha un paper quadriculat que permet determinar les posicions (figura 1). A la placa connectada al terminal negatiu de la font d'alimentació s'hi ha connectat el terminal negatiu del voltímetre. El terminal positiu del voltímetre s'ha mogut per diferents punts de la quadrícula per a mesurar el potencial elèctric i el resultat s'indica a la taula de sota.

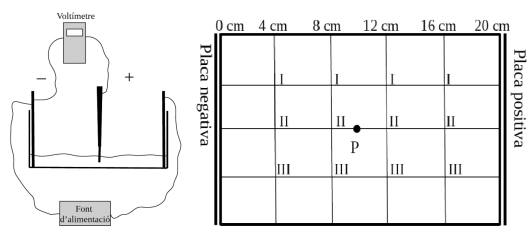


FIGURA 1. Esquema del muntatge de l'experiment i paper quadriculat de la cubeta

x (cm)	V_I (V)	V_{II} (V)	V_{III} (V)	$V_{mitjà}$ (V)
4,00	1,4	1,5	1,4	
8,00	2,8	2,9	2,8	
12,00	4,2	4,3	4,4	
16,00	5,7	5,7	5,8	

a) **Empleneu la taula de dalt amb la mitjana aritmètica del potencial elèctric a les posicions x = 4, 8, 12 i 16 cm. Dibuixeu les línies equipotencials a x = 4, 8, 12 i 16 cm i les línies de camp elèctric en el paper quadriculat de la cubeta (figura 1). Representeu en els eixos de coordenades (figura 2) la mitjana aritmètica del potencial elèctric en funció de x. Calculeu el mòdul del camp elèctric a partir de la gràfica.**

b) **Col·loquem una càrrega positiva de 3,00 mC al punt P indicat dins la cubeta en la figura 1. Indiqueu quina trajectòria seguirà. Representeu en el paper quadriculat (figura 1) la direcció i el sentit de la força que aplica el camp elèctric sobre aquesta càrrega. Determineu el mòdul de la força. Calculeu el treball que fa el camp elèctric per moure la càrrega des de x = 8 cm fins a x = 0 cm.**

Solució:

a) **Empleneu la taula de dalt amb la mitjana aritmètica del potencial elèctric a les posicions x = 4, 8, 12 i 16 cm. Dibuixeu les línies equipotencials a x = 4, 8, 12 i 16 cm i les línies de camp elèctric en el paper quadriculat de la cubeta (figura 1). Representeu en els eixos de coordenades (figura 2) la mitjana aritmètica del potencial elèctric en funció de x. Calculeu el mòdul del camp elèctric a partir de la gràfica.**

Calculamos la media aritmética para cada posición:

$$V_{\text{media}} = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{n},$$

donde n es el número de mediciones en cada posición.

– Para $x = 4\,\text{cm}$:

$$V_{\text{media}} = \frac{1{,}4\text{ V} + 1{,}5\text{ V} + 1{,}4\text{ V}}{3} = \frac{4{,}3\text{ V}}{3} = 1{,}43\text{ V}.$$

– Para $x = 8\,\text{cm}$:

$$V_{\text{media}} = \frac{2{,}8\text{ V} + 2{,}9\text{ V} + 2{,}8\text{ V}}{3} = \frac{8{,}5\text{ V}}{3} = 2{,}83\text{ V}.$$

– Para $x = 12\,\text{cm}$:

$$V_{\text{media}} = \frac{4{,}2\text{ V} + 4{,}4\text{ V} + 4{,}3\text{ V}}{3} = \frac{12{,}9\text{ V}}{3} = 4{,}30\text{ V}.$$

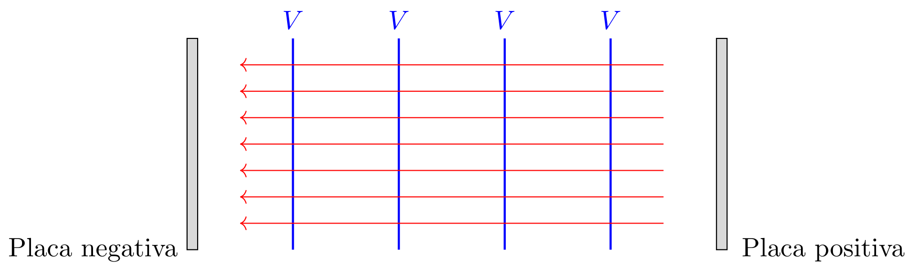
– Para $x = 16\,\text{cm}$:

$$V_{\text{media}} = \frac{5{,}7\text{ V} + 5{,}8\text{ V} + 5{,}7\text{ V}}{3} = \frac{17{,}2\text{ V}}{3} = 5{,}73\text{ V}.$$

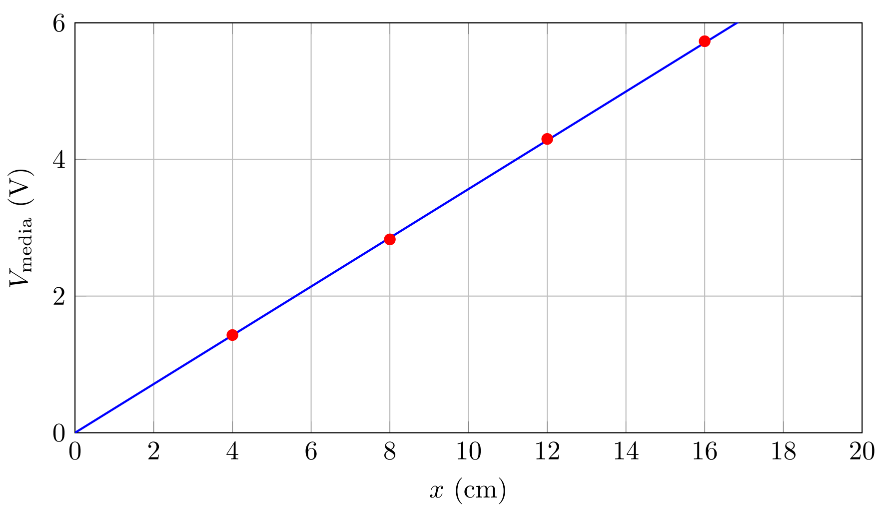
La tabla actualizada queda:

x (cm)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_3 (V)	V_{media} (V)
4	1,4	1,5	1,4	1,43
8	2,8	2,9	2,8	2,83
12	4,2	4,4	4,3	4,30
16	5,7	5,8	5,7	5,73

Las líneas equipotenciales son paralelas a las placas y se encuentran en las posiciones $x = 4\,\text{cm}$, $8\,\text{cm}$, $12\,\text{cm}$ y $16\,\text{cm}$. Las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a las líneas equipotenciales y apuntan desde el potencial mayor al menor. En este caso, el potencial aumenta desde la placa negativa (potencial 0 V) a la positiva, por lo que el campo eléctrico apunta hacia la placa negativa:



La gráfica del potencial eléctrico en función de x es:



El campo eléctrico E es el negativo de la derivada del potencial con respecto a la posición:

$$E = -\frac{dV}{dx}.$$

Dado que el potencial varía linealmente con x, podemos calcular el campo eléctrico como la pendiente de la gráfica $V(x)$:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x}.$$

Tomando dos puntos de la gráfica:

$$\Delta V = V_{\text{media}}(16 \text{ cm}) - V_{\text{media}}(4 \text{ cm}) = 5{,}73 \text{ V} - 1{,}43 \text{ V} = 4{,}30 \text{ V},$$

$$\Delta x = 16 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm}.$$

Entonces:

$$E = -\frac{4{,}30 \text{ V}}{12 \text{ cm}} = -0{,}358 \ \frac{\text{V}}{\text{cm}} = -35{,}8 \ \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

El signo negativo indica que el campo eléctrico apunta en dirección negativa de x.

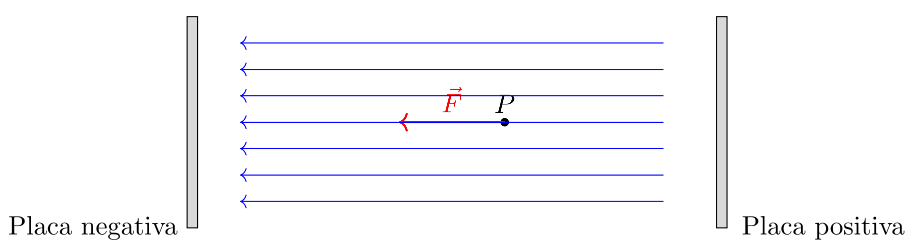
Por lo tanto, el módulo del campo eléctrico es $\boldsymbol{E = 35{,}8 \ \frac{V}{m}}$.

b) Col·loquem una càrrega positiva de 3,00 mC al punt P indicat dins la cubeta en la figura 1. Indiqueu quina trajectòria seguirà. Representeu en el paper quadriculat (figura 1) la direcció i el sentit de la força que aplica el camp elèctric sobre aquesta càrrega. Determineu el mòdul de la força. Calculeu el treball que fa el camp elèctric per moure la càrrega des de x = 8 cm fins a x = 0 cm.

La carga positiva se moverá en la dirección del campo eléctrico, es decir, desde la placa positiva hacia la placa negativa. Por lo tanto, seguirá una trayectoria rectilínea en dirección negativa del eje x. La fuerza eléctrica sobre la carga viene dada por:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}.$$

Dado que $q > 0$ y $\vec{E}$ apunta en dirección negativa de x, la fuerza también apunta en dirección negativa de x.



Sabemos que:

- $q = 3{,}00 \text{ mC} = 3{,}00 \cdot 10^{-3}$ C.
- $E = 35{,}8 \ \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

Entonces,

$$F = q \cdot E = 3{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 35{,}8 \ \frac{\text{V}}{\text{m}} = 0{,}107 \text{ N}.$$

El trabajo W realizado por el campo eléctrico al mover la carga desde $x = 8\,\text{cm}$ hasta $x = 0\,\text{cm}$ es:

$$W = -q \cdot \Delta V = -q \cdot (V_{\text{final}} - V_{\text{inicial}}).$$

El potencial en $x = 8\,\text{cm}$ es $V_{\text{inicial}} = 2{,}83$ V y en $x = 0\,\text{cm}$ es $V_{\text{final}} = 0$ V:

$$W = -(3{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ C}) \cdot (0 \text{ V} - 2{,}83 \text{ V}) = -(3{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ C}) \cdot (-2{,}83 \text{ V}) = 8{,}49 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$

Por lo tanto, el módulo de la fuerza es 0,107 N y el trabajo realizado por el campo eléctrico es 8,49 mJ.

Problema 4

Un espectròmetre de masses és un aparell que permet determinar la relació càrrega/massa d'ions. L'espectròmetre de masses conté tres parts diferenciades. La primera part és un filament que ionitza les molècules o àtoms que entren dins l'espectròmetre. A la sortida del filament tots els ions tenen una càrrega negativa. A la segona part de l'aparell els ions passen per un selector de velocitats (figura 1) que està format per dues plaques paral·leles, entre les quals es genera un camp elèctric uniforme. La separació entre aquestes plaques és d'1,50 cm. Entre les plaques també es genera un camp magnètic uniforme de $0,50$ T perpendicular al pla del paper i en sentit sortint, tal com es mostra en la figura 1.

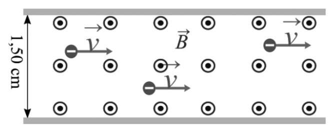


FIGURA 1

a) **Volem que el selector de velocitats només deixi passar els ions que es moguin a una velocitat de $2,00 \times 10^5$ m s^{-1}. Determineu la diferència de potencial que hem d'aplicar entre les plaques perquè els ions que es mouen a aquesta velocitat no es desviïn. Quina placa s'ha de connectar a potencial alt i quina a potencial baix? Justifiqueu les respostes i representeu les forces que actuen sobre un ió. Digueu si el selector de velocitats configurat d'aquesta manera també funciona per a ions positius i justifiqueu la resposta.**

b) **La tercera part de l'espectròmetre es troba a la sortida del selector de velocitats i és una regió on hi ha un altre camp magnètic uniforme de $0,20$ T, perpendicular al pla del paper i en sentit entrant (figura 2). Les pantalles laterals permeten mesurar la posició a què impacten els ions i d'aquesta manera poder determinar-ne la massa. Representeu esquemàticament sobre la figura 2 la trajectòria que descriuen els ions que surten del selector de velocitats indicant la direcció i el sentit de la força que exerceix el camp magnètic en un punt de la trajectòria. Justifiqueu la resposta. Calculeu a quina distància de la sortida del selector de velocitats impactarà l'ió dels isòtops del neó $^{20}Ne^-$ (l'ió té la mateixa càrrega que un electró).**

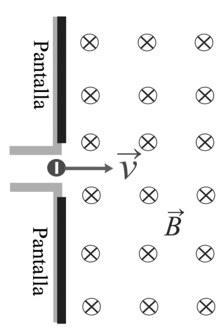


FIGURA 2

Dades:
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**
Massa de l'ió: $^{20}Ne^- = 3,32 \times 10^{-26}$ **kg.**

Solució:

a) **Volem que el selector de velocitats només deixi passar els ions que es moguin a una velocitat de $2,00 \times 10^5$ m s^{-1}. Determineu la diferència de potencial que hem d'aplicar**

entre les plaques perquè els ions que es mouen a aquesta velocitat no es desviïn. Quina placa s'ha de connectar a potencial alt i quina a potencial baix? Justifiqueu les respostes i representeu les forces que actuen sobre un ió. Digueu si el selector de velocitats configurat d'aquesta manera també funciona per a ions positius i justifiqueu la resposta.

Para que los iones no se desvíen en el selector de velocidades, la fuerza eléctrica $\vec{F}_E$ y la fuerza magnética $\vec{F}_M$ deben cancelarse:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_M = 0.$$

Dado que los iones tienen carga negativa ($q = -e$), las fuerzas son:

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} \qquad \text{y} \qquad \vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B}.$$

Para que las fuerzas se cancelen en módulo y dirección:

$$|\vec{F}_E| = |\vec{F}_M| \quad \Rightarrow \quad |q|E = |q|vB \implies E = vB.$$

Sustituyendo los valores:

$$E = (2{,}00 \cdot 10^5 \ \mathrm{m\,s^{-1}}) \cdot 0{,}50 \ \mathrm{T} = 1{,}00 \cdot 10^5 \ \mathrm{V\,m^{-1}}.$$

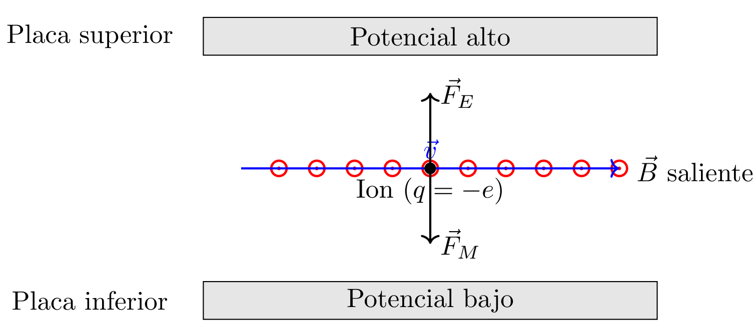
La diferencia de potencial ΔV entre las placas está relacionada con el campo eléctrico E y la distancia d entre las placas:

$$\Delta V = E \cdot d.$$

Con $d = 1{,}50$ cm $= 0{,}0150$ m:

$$\Delta V = (1{,}00 \cdot 10^5 \ \mathrm{V\,m^{-1}}) \cdot 0{,}0150 \ \mathrm{m} = 1{,}50 \cdot 10^3 \ \mathrm{V}.$$

La dirección del campo eléctrico $\vec{E}$ es de la placa de potencial alto a la de potencial bajo. Dado que los iones son negativos y queremos que la fuerza eléctrica $\vec{F}_E$ apunte hacia arriba (para cancelar a $\vec{F}_M$), el campo eléctrico $\vec{E}$ debe apuntar hacia abajo, ya que $\vec{F}_E = q\vec{E}$ y $q < 0$. Entonces, la placa superior debe estar a *potencial alto* y la placa inferior debe estar a *potencial bajo*. Representamos las fuerzas que actúan sobre un ion:



Para iones positivos ($q = +e$), la fuerza eléctrica $\vec{F}_E = q\vec{E}$ estará en la misma dirección que $\vec{E}$ (hacia abajo), mientras que la fuerza magnética $\vec{F}_M = q\vec{v} \cdot \vec{B}$. Para una carga positiva moviéndose hacia la derecha y con $\vec{B}$ saliendo del plano, aplicando la regla de la mano derecha, la fuerza magnética $\vec{F}_M$ apunta hacia arriba. Por lo tanto, las fuerzas eléctrica y magnética están en direcciones opuestas y pueden cancelarse.

Por lo tanto, el selector de velocidades configurado de esta manera también funciona para iones positivos porque las fuerzas eléctrica y magnética están en direcciones opuestas y pueden equilibrarse para que los iones positivos no se desvíen

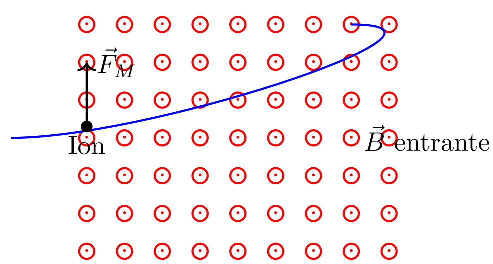
b) **La tercera part de l'espectròmetre es troba a la sortida del selector de velocitats i és una regió on hi ha un altre camp magnètic uniforme de $0,20$ T, perpendicular al pla del paper i en sentit entrant (figura 2). Les pantalles laterals permeten mesurar la posició a què impacten els ions i d'aquesta manera poder determinar-ne la massa. Representeu esquemàticament sobre la figura 2 la trajectòria que descriuen els ions que surten del selector de velocitats indicant la direcció i el sentit de la força que exerceix el camp magnètic en un punt de la trajectòria. Justifiqueu la resposta. Calculeu a quina distància de la sortida del selector de velocitats impactarà l'ió dels isòtops del neó $^{20}Ne^-$ (l'ió té la mateixa càrrega que un electró).**

Al entrar en el campo magnético entrante ($\vec{B}$ hacia adentro del plano), el ion negativo experimentará una fuerza magnética dada por:

$$\vec{F}_M = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B}.$$

Para una carga negativa moviéndose hacia la derecha y $\vec{B}$ entrante, aplicamos la regla de la mano derecha (o consideramos que la fuerza es opuesta a la de una carga positiva):
- Dirección de $\vec{v}$: hacia la derecha.
- $\vec{B}$: hacia adentro del plano.
- Para carga negativa, la fuerza será opuesta a la que tendría una carga positiva.

Para una carga positiva, $\vec{F}_M$ apuntaría hacia abajo; por lo tanto, para una carga negativa, $\vec{F}_M$ apunta hacia arriba. Como resultado, el ion negativo describe una trayectoria circular hacia arriba:



El ion describirá una trayectoria circular de radio r dado por:

$$F_M = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Pero $F_M = |q| \cdot v \cdot B$, por lo que:

$$|q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}.$$

Sustituimos los valores:
- $m = 3{,}32 \cdot 10^{-26}$ kg.
- $v = 2{,}00 \cdot 10^5\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.
- $|q| = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.
- $B = 0{,}20$ T.

$$r = \frac{3{,}32 \cdot 10^{-26}\ \mathrm{kg} \cdot 2{,}00 \cdot 10^5\ \mathrm{m\,s^{-1}}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 0{,}20\ \mathrm{T}} = 0{,}207\ \mathrm{m}.$$

La distancia desde la salida hasta el punto de impacto es el diámetro de la trayectoria semicircular:

$$D = 2r = 2 \cdot 0{,}207\ \mathrm{m} = 0{,}414\ \mathrm{m}.$$

Por lo tanto, el ion impactará a una distancia de 41,4 cm de la salida del selector de velocidades.

Cataluña, Junio 2022 (Convocatoria ordinaria)

Problema 2

Un dipol elèctric és un sistema de dues càrregues puntuals d'igual magnitud Q i signe oposat.

a) **Representeu dins del requadre adjunt les línies de camp elèctric creades per un dipol elèctric. Representeu la projecció de les superfícies equipotencials en el pla de la figura. Orientació: per al camp elèctric dibuixeu 12 línies de camp i 3 línies equipotencials per cada càrrega.**

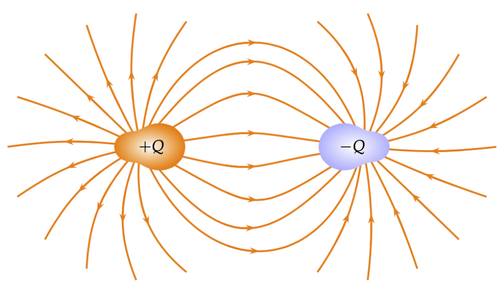
b) **El valor de la càrrega és $|Q| = 1,50\ \mu$C, la càrrega positiva està situada a $-5\ \vec{\imath}$ cm i la càrrega negativa està situada a $5\ \vec{\imath}$ cm. Calculeu el camp elèctric creat pel dipol elèctric a l'origen de coordenades i també el valor del potencial elèctric a l'origen de coordenades. Per a les magnituds vectorials podeu donar les components o el mòdul, la direcció i el sentit.**

Dada:
$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \times 10^9$ **N m^2 C^{-2}.**

Solució:

a) **Representeu dins del requadre adjunt les línies de camp elèctric creades per un dipol elèctric. Representeu la projecció de les superfícies equipotencials en el pla de la figura. Orientació: per al camp elèctric dibuixeu 12 línies de camp i 3 línies equipotencials per cada càrrega.**

Un dipolo eléctrico consiste en dos cargas puntuales de igual magnitud y signos opuestos. La carga positiva está situada a la izquierda y la carga negativa a la derecha:



Las líneas de campo eléctrico salen radialmente de la carga positiva ($+Q$) y entran radialmente en la carga negativa ($-Q$). Las líneas equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo eléctrico. El dibujo es esquemático y representa adecuadamente la distribución del campo eléctrico y las superficies equipotenciales en el plano.

Por lo tanto, un dipolo eléctrico consiste en dos cargas puntuales de igual magnitud y signos opuestos.

b) **El valor de la càrrega és $|Q| = 1,50\ \mu$C, la càrrega positiva està situada a $-5\ \vec{\imath}$ cm i la càrrega negativa està situada a $5\ \vec{\imath}$ cm. Calculeu el camp elèctric creat pel dipol elèctric a l'origen de coordenades i també el valor del potencial elèctric a l'origen de coordenades. Per a les magnituds vectorials podeu donar les components o el mòdul, la direcció i el sentit.**

Tenemos los siguientes datos:
- $Q = 1{,}50\ \mu\text{C} = 1{,}50 \cdot 10^{-6}$ C.

– Posición de la carga positiva: $x_1 = -5$ cm $= -0{,}05$ m.
– Posición de la carga negativa: $x_2 = 5$ cm $= 0{,}05$ m.
– El origen está en $x = 0$.

Las distancias al origen son:
– $r_1 = |x_1| = 0{,}05$ m.
– $r_2 = |x_2| = 0{,}05$ m.

El campo eléctrico en el origen debido a la carga positiva es:

$$\vec{E}_1 = k \cdot \frac{Q}{r_1^2} \cdot \vec{\imath}.$$

Calculamos:

$$\vec{E}_1 = (8{,}99 \cdot 10^9 \ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}) \cdot \frac{1{,}50 \cdot 10^{-6} \ \mathrm{C}}{(0{,}05 \ \mathrm{m})^2} \cdot \vec{\imath} = 5{,}394 \cdot 10^6 \ \vec{\imath} \, \mathrm{N\,C^{-1}}.$$

El campo eléctrico en el origen debido a la carga negativa es:

$$\vec{E}_2 = k \cdot \frac{(-Q)}{r_2^2} \cdot (-\vec{\imath}).$$

Nótese que el campo debido a una carga negativa apunta hacia la carga. En este caso, desde el origen hacia $x = 0{,}05$ m (dirección positiva de x), pero como la carga es negativa, el campo resultante en el origen apunta en dirección positiva del eje x. Calculamos:

$$\vec{E}_2 = (8{,}99 \cdot 10^9) \cdot \frac{(-1{,}50 \cdot 10^{-6})}{(0{,}05)^2} \cdot (-\vec{\imath}) \ \mathrm{N\,C^{-1}} = 5{,}394 \cdot 10^6 \ \vec{\imath} \, \mathrm{N\,C^{-1}}$$

El campo eléctrico total en el origen es:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 5{,}394 \cdot 10^6 \ \vec{\imath} \ + \ 5{,}394 \cdot 10^6 \ \vec{\imath} \ = 1{,}0788 \cdot 10^7 \ \vec{\imath} \, \mathrm{N\,C^{-1}}.,$$

es decir, tiene un módulo de $1{,}08 \cdot 10^7 \ \mathrm{N\,C^{-1}}$ y está dirigido en el sentido positivo del eje x.

El potencial eléctrico en el origen es la suma de los potenciales debido a cada carga. Potencial debido a la carga positiva:

$$V_1 = k \cdot \frac{Q}{r_1} = (8{,}99 \cdot 10^9) \ \frac{1{,}50 \cdot 10^{-6}}{0{,}05} \ \mathrm{V} = 2{,}697 \cdot 10^5 \ \mathrm{V}.$$

Potencial debido a la carga negativa:

$$V_2 = k \cdot \frac{(-Q)}{r_2} = (8{,}99 \cdot 10^9) \ \frac{-1{,}50 \cdot 10^{-6}}{0{,}05} \ \mathrm{V} = -2{,}697 \cdot 10^5 \ \mathrm{V}.$$

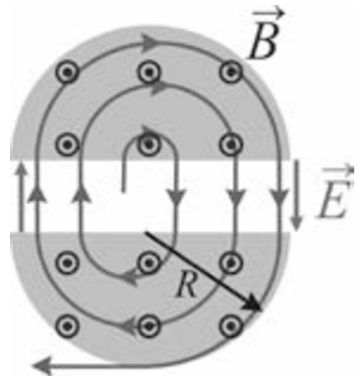
El potencial total en el origen es:

$$V = V_1 + V_2 = 2{,}697 \cdot 10^5 \ \mathrm{V} + (-2{,}697 \cdot 10^5 \ \mathrm{V}) = 0 \ \mathrm{V}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico en el origen es $1{,}0788 \cdot 10^7 \ \vec{\imath} \, \mathrm{N\,C^{-1}}$ y el potencial eléctrico en el origen es 0 V.

Problema 4

Un ciclotró és un accelerador de partícules format per dos elèctrodes buits semicirculars (en forma de D) on actua un camp magnètic homogeni perpendicular al pla horitzontal (pla de la figura). Així, a l'interior dels elèctrodes les partícules carregades positives, que es mouen en el pla horitzontal, descriuen una trajectòria circular. A l'espai buit que separa els dos elèctrodes s'aplica un camp elèctric altern, de manera que les partícules són accelerades. Inicialment, les partícules tenen poca velocitat i a cada cicle, en passar d'un semicercle a l'altre, van augmentant de velocitat i de radi de gir fins que finalment surten fora del ciclotró.



a) **Les partícules tenen una càrrega elèctrica positiva q i una massa m. Deduïu l'expressió de la velocitat de les partícules en funció del quocient càrrega-massa (q/m), del radi r de la trajectòria de les partícules i del mòdul del camp magnètic. Comproveu que el temps de recorregut dins una D no depèn de la velocitat de les partícules. Per què el camp elèctric ha de ser altern? Trobeu l'expressió de la freqüència del camp elèctric.**

b) **El ciclotró té un radi de $0,50$ m i un camp magnètic de $0,20$ T. Quan hi accelerem protons, quina velocitat tenen quan surten del ciclotró? Quina és la longitud d'ona associada a aquests protons? Quin radi mínim hauria de tenir el ciclotró per a considerar que els protons tenen velocitats relativistes (és a dir, un 10% de la velocitat de la llum)?**

Dades:
$m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ **kg.**
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**
$c = 3,00 \times 10^{8}$ **m s^{-1}.**
$h = 6,63 \times 10^{-34}$ **J s.**

Solució:

a) **Les partícules tenen una càrrega elèctrica positiva q i una massa m. Deduïu l'expressió de la velocitat de les partícules en funció del quocient càrrega-massa (q/m), del radi r de la trajectòria de les partícules i del mòdul del camp magnètic. Comproveu que el temps de recorregut dins una D no depèn de la velocitat de les partícules. Per què el camp elèctric ha de ser altern? Trobeu l'expressió de la freqüència del camp elèctric.**

La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético es:

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\,\vec{v} \times \vec{B}.$$

En este caso, el campo magnético $\vec{B}$ es perpendicular al plano horizontal, y la velocidad $\vec{v}$ de las partículas está en el plano horizontal. Por lo tanto, el ángulo entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$ es de 90°, y el módulo de la fuerza magnética es:

$$F_{\mathrm{m}} = q\,v\,B.$$

Esta fuerza magnética actúa como fuerza centrípeta, manteniendo a las partículas en una trayectoria circular:

$$F_{\mathrm{m}} = F_{\mathrm{c}} \quad \Rightarrow \quad q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{r}.$$

Despejando la velocidad v:

$$q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad q\,B = m\,\frac{v}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{q\,B\,r}{m}.$$

El tiempo que tarda una partícula en recorrer medio círculo (una D) es:

$$t = \frac{\pi\,r}{v}.$$

Sustituyendo la expresión de v obtenida anteriormente:

$$t = \frac{\pi\,r}{\dfrac{q\,B\,r}{m}} = \frac{\pi\,r\,m}{q\,B\,r} = \frac{\pi\,m}{q\,B}.$$

Observamos que el tiempo t no depende de la velocidad v ni del radio r, solo de m, q y B.

Para acelerar las partículas al pasar de una D a la otra, el campo eléctrico en el espacio entre las Ds debe cambiar de dirección en sincronía con el movimiento de las partículas. Dado que las partículas cambian de D cada tiempo t, es necesario que el campo eléctrico alterne su polaridad para que siempre acelere a las partículas en la dirección correcta. Por eso, el campo eléctrico debe ser alterno y sincronizado con el movimiento de las partículas.

La frecuencia del campo eléctrico debe coincidir con la frecuencia con la que las partículas cruzan el espacio entre las Ds. El periodo total para una vuelta completa es:

$$T = 2\,t = 2\,\frac{\pi\,m}{q\,B} = \frac{2\,\pi\,m}{q\,B}.$$

Entonces, la frecuencia del campo eléctrico es:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{q\,B}{2\,\pi\,m}.$$

Por lo tanto, la velocidad de las partículas es $\boldsymbol{v = \dfrac{q\,B\,r}{m}}$. El tiempo de recorrido dentro de una D es $\boldsymbol{t = \dfrac{\pi\,m}{q\,B}}$, que no depende de $\boldsymbol{v}$. El campo eléctrico debe ser alterno para sincronizar la aceleración con el paso de las partículas entre las Ds. La frecuencia del campo eléctrico es $\boldsymbol{f = \dfrac{q\,B}{2\,\pi\,m}}$.

b) **El ciclotró té un radi de $0,50$ m i un camp magnètic de $0,20$ T. Quan hi accelerem protons, quina velocitat tenen quan surten del ciclotró? Quina és la longitud d'ona associada a aquests protons? Quin radi mínim hauria de tenir el ciclotró per a considerar que els protons tenen velocitats relativistes (és a dir, un 10% de la velocitat de la llum)?**

Utilizando la expresión obtenida en el apartado anterior:

$$v = \frac{q\,B\,r}{m}.$$

Sustituyendo los valores dados:

– $q = |e| = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C.
– $B = 0,20$ T.
– $r = 0,50$ m.
– $m = m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

$$v = \frac{(1,602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}) \cdot (0,20\ \mathrm{T}) \cdot (0,50\ \mathrm{m})}{1,67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}} = 9,59 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

donde p es el momento lineal $p = m\,v$. Calculamos p:

$$p = m\,v = (1,67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}) \cdot (9,59 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m\,s^{-1}}) = 1,601 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{kg\,m\,s^{-1}}.$$

Ahora, calculamos λ:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}}{1,601 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{kg\,m\,s^{-1}}} = 4,14 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{m}.$$

Vamos a calcular el radio mínimo para velocidades relativistas (10% de c). Queremos que $v = 0,10\,c$:

$$v = 0,10 \cdot c = 0,10 \cdot 3,00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m\,s^{-1}} = 3,00 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m\,s^{-1}}.$$

Utilizamos la expresión:

$$v = \frac{q\,B\,r}{m} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{m\,v}{q\,B}.$$

Sustituyendo los valores:

$$r = \frac{(1,67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}) \cdot (3,00 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m\,s^{-1}})}{(1,602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}) \cdot (0,20\ \mathrm{T})} = 1,563\ \mathrm{m}.$$

Por lo tanto:
– **La velocidad de los protones al salir del ciclotrón es $v = 9,59 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.**
– **La longitud de onda asociada a estos protones es $\lambda = 4,14 \cdot 10^{-14}$ m.**
– **El radio mínimo que debería tener el ciclotrón para que los protones alcancen velocidades relativistas (10% de c) es $r = 1,56$ m.**

Cataluña, Septiembre 2022 (Convocatoria extraordinaria)

Problema 2

Hem situat una càrrega puntual $Q = +1,00$ nC a l'origen de coordenades.

a) **Determineu a quina distància de la càrrega el potencial és igual a $3,00$ V, $6,00$ V, $9,00$ V i $12,0$ V, respectivament. Representeu les línies equipotencials corresponents als potencials de $3,00$ V, $6,00$ V, $9,00$ V i $12,0$ V. Digueu si la distància entre les línies equipotencials és constant i quant val o valen aquestes distàncies.**

b) **En la mateixa figura, representeu 8 línies de camp elèctric. Quin angle formen les línies de camp amb les línies equipotencials en el punt on es creuen?**

Dada:
$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9,00 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}

Solución:

a) **Determineu a quina distància de la càrrega el potencial és igual a $3,00$ V, $6,00$ V, $9,00$ V i $12,0$ V, respectivament. Representeu les línies equipotencials corresponents als potencials de $3,00$ V, $6,00$ V, $9,00$ V i $12,0$ V. Digueu si la distància entre les línies equipotencials és constant i quant val o valen aquestes distàncies.**

El potencial eléctrico debido a una carga puntual se expresa como

$$V = k \cdot \frac{Q}{r},$$

donde:
- V es el potencial eléctrico en volts (V),
- $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$,
- $Q = +1,00 \text{ nC} = 1,00 \cdot 10^{-9}$ C,
- r es la distancia desde la carga en metros (m).

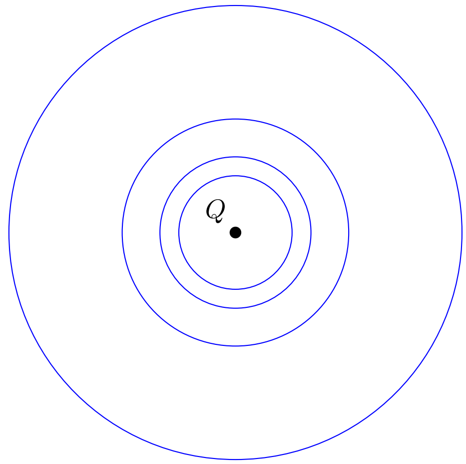
Despejamos r de la ecuación:

$$r = k \cdot \frac{Q}{V}.$$

Calculamos r para cada potencial:

1. Para $V = 3,00$ V:
$$r = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2} \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{3,00 \text{ V}} = 3,00 \text{ m}.$$
2. Para $V = 6,00$ V:
$$r = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2} \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{6,00 \text{ V}} = 1,50 \text{ m}.$$
3. Para $V = 9,00$ V:
$$r = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2} \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{9,00 \text{ V}} = 1,00 \text{ m}.$$
4. Para $V = 12,0$ V:
$$r = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2} \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{12,0 \text{ V}} = 0,75 \text{ m}.$$

Las líneas equipotenciales son circunferencias concéntricas alrededor de la carga puntual situada en el origen. A continuación, se muestra un esquema de las líneas equipotenciales para los potenciales dados:



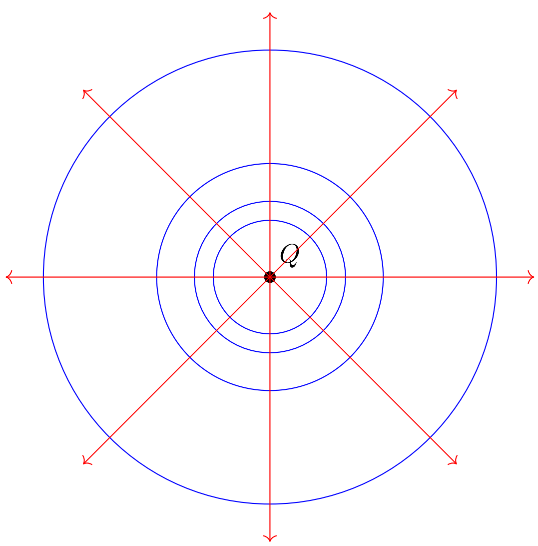
Observamos que las distancias entre las equipotenciales no son constantes:

- Entre $V = 3,00$ V y $V = 6,00$ V: $3,00 \text{ m} - 1,50 \text{ m} = 1,50$ m.
- Entre $V = 6,00$ V y $V = 9,00$ V: $1,50 \text{ m} - 1,00 \text{ m} = 0,50$ m.
- Entre $V = 9,00$ V y $V = 12,0$ V: $1,00 \text{ m} - 0,75 \text{ m} = 0,25$ m.

Por lo tanto, la distancia entre las líneas equipotenciales disminuye a medida que nos acercamos a la carga y no es constante.

b) En la mateixa figura, representeu 8 línies de camp elèctric. Quin angle formen les línies de camp amb les línies equipotencials en el punt on es creuen?

Las líneas de campo eléctrico para una carga puntual positiva salen radialmente desde la carga. Las líneas equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo en cada punto de intersección. Gráficamente:

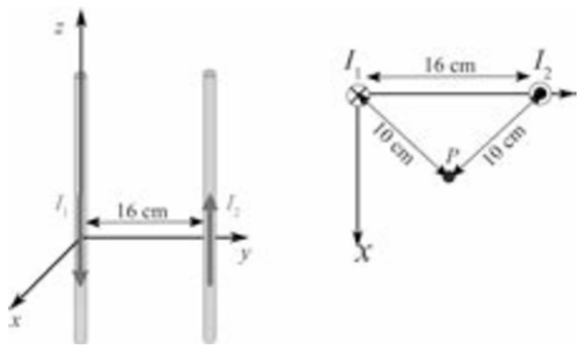


Las líneas de campo eléctrico y las líneas equipotenciales se cruzan siempre en ángulo recto, es decir, forman un ángulo de 90° en cada punto de intersección.

Por lo tanto, el ángulo que forman es de 90°.

Problema 4

Dos fils conductors rectilinis molt llargs es troben situats paral·lels a l'eix z (perpendiculars al pla xy) i separats una distància de 16, 0 cm. Pel fil 1 circula un corrent $I_1 = 1,50$ A dirigit cap avall i pel fil 2 circula un corrent $I_2 = 1,50$ A dirigit cap amunt.



a) **Donat un punt P situat al pla xy i equidistant als dos fils (la distància a cada fil és de 10, 0 cm), feu un esquema sobre el pla xy del camp magnètic creat per cada fil al punt P i justifiqueu la direcció i el sentit del camp. Quin és el sentit i la direcció del camp magnètic total al punt P? Justifiqueu la resposta.**

b) **Calculeu la força per unitat de longitud que fa el fil 1 sobre el fil 2, és a dir, la força que fa el fil 1 sobre un tram d'1, 00 m de longitud del fil 2. Indiqueu tant el mòdul com la direcció i el sentit de la força.**

Dades:
El mòdul de camp magnètic creat per un fil infinit per on circula un corrent I a una distància r del fil és $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

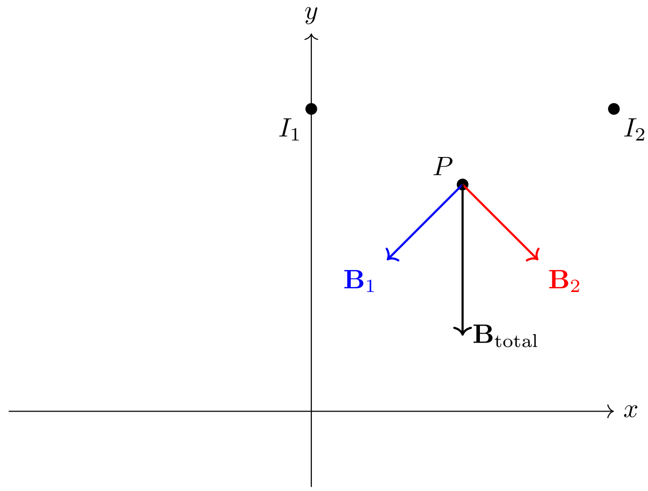
a) **Donat un punt P situat al pla xy i equidistant als dos fils (la distància a cada fil és de 10, 0 cm), feu un esquema sobre el pla xy del camp magnètic creat per cada fil al punt P i justifiqueu la direcció i el sentit del camp. Quin és el sentit i la direcció del camp magnètic total al punt P? Justifiqueu la resposta.**

Primero determinaremos la dirección y el sentido del campo magnético creado por el hilo (1). Sabemos que las líneas de campo son circunferencias en el plano xy centradas en el hilo, y el sentido se determina con la regla de la mano derecha colocando el pulgar en la misma dirección que la corriente. Dado que el campo magnético es tangente a las líneas y tiene el mismo sentido, el campo magnético creado por el hilo (1) tiene la dirección y el sentido indicados en la gráfica. Observamos que, al ser tangente a la circunferencia, es perpendicular al radio. Este campo magnético tiene dos componentes según los ejes x e y, o lo que es equivalente, forma un cierto ángulo α con el eje y.

Siguiendo el mismo razonamiento anterior y aplicando nuevamente la regla de la mano derecha, se ve inmediatamente que la dirección y el sentido del campo magnético creado por el hilo (2) en el punto P son los indicados en la gráfica adjunta.

Los módulos de los campos B_1 y B_2 son iguales, dado que la corriente que circula por los dos hilos es la misma y el punto es equidistante a los dos hilos.

Además, dado que el punto P es equidistante a los dos cables, por simetría los vectores $\vec{B_1}$ y $\vec{B_2}$ forman el mismo ángulo α respecto al eje y, y como $|B_y| = B\cos(\alpha)$, entonces $|B_{y,1}| = |B_{y,2}|$. Además, del análisis anterior de la dirección y sentido de los campos $\vec{B_1}$ y $\vec{B_2}$, tenemos que $B_{y,2} = -B_{y,1}$. Sin embargo, las dos componentes en el eje x son positivas. Por tanto, cuando realizamos la suma vectorial, las componentes en la dirección y se cancelan mutuamente, de modo que solo queda la suma de las componentes en la dirección x.



Por lo tanto, el campo magnético total en el punto P está dirigido hacia abajo en el eje y.

b) **Calculeu la força per unitat de longitud que fa el fil 1 sobre el fil 2, és a dir, la força que fa el fil 1 sobre un tram d'$1,00$ m de longitud del fil 2. Indiqueu tant el mòdul com la direcció i el sentit de la força.**

La fuerza por unidad de longitud entre dos conductores paralelos es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d},$$

donde:
- $I_1 = 1{,}50$ A (hilo 1),
- $I_2 = 1{,}50$ A (hilo 2),
- $d = 16{,}0$ cm $= 0{,}160$ m (distancia entre los hilos),
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T\,m\,A^{-1}}$.

Sustituyendo:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T\,m\,A^{-1}} \cdot 1{,}50\ \mathrm{A} \cdot 1{,}50\ \mathrm{A}}{2\pi \cdot 0{,}160\ \mathrm{m}} = 2{,}81 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{N/m}.$$

El módulo de la fuerza en un tramo de 1,00 m es:

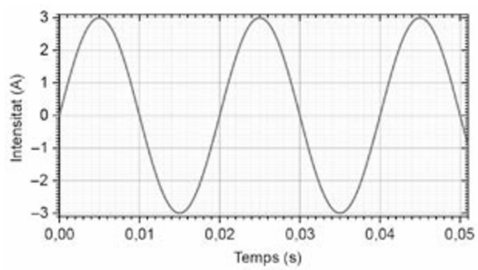
$$F = \frac{F}{l} \cdot l = 2{,}81 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{N/m} \cdot 1{,}00\ \mathrm{m} = 2{,}81 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{N}.$$

- La fuerza entre dos corrientes paralelas es atractiva si las corrientes tienen el mismo sentido y repulsiva si tienen sentidos opuestos.
- En este caso, las corrientes I_1 y I_2 tienen sentidos opuestos (una hacia abajo y otra hacia arriba), por lo que la fuerza es repulsiva.
- El hilo 1 ejerce sobre el hilo 2 una fuerza dirigida alejándose del hilo 1, es decir, el hilo 2 es empujado en dirección positiva del eje x.

Por lo tanto, el módulo de la fuerza que ejerce el hilo 1 sobre un tramo de 1,00 m del hilo 2 es $2{,}81 \cdot 10^{-6}$ N, dirigida en la dirección positiva del eje x, alejándose del hilo 1.

Problema 7

Considereu un petit generador elèctric domèstic que està format per una bobina que pot girar tallant les línies de camp magnètic d'un imant fix. Aquest generador produeix el corrent altern representat en el gràfic següent:



a) **A partir del gràfic, deduïu la freqüència de gir de la bobina (en Hz) i el valor de la intensitat màxima $I_{\text{màx}}$. Escriviu la funció $I(t)$ que descriu la relació entre la intensitat i el temps que mostra el gràfic.**

b) **Per a poder connectar electrodomèstics a aquest generador elèctric, disposem d'un transformador. Connectem aquest corrent altern al primari d'un transformador. La bobina del primari del transformador té 124 voltes. Calculeu el nombre de voltes que són necessàries a la bobina del secundari per a obtenir una FEM eficaç (ε_{ef}) de 220 V. Suposeu que es tracta d'un transformador ideal. Es tracta d'un transformador elevador o reductor?**

Solución:

a) **A partir del gràfic, deduïu la freqüència de gir de la bobina (en Hz) i el valor de la intensitat màxima $I_{\text{màx}}$. Escriviu la funció $I(t)$ que descriu la relació entre la intensitat i el temps que mostra el gràfic.**

A partir del gráfico proporcionado, observamos que el período de la señal de corriente alterna es:

$$T = 0{,}02 \text{ s}.$$

– Frecuencia de giro de la bobina:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}02 \text{ s}} = 50{,}0 \text{ Hz}$$

– Intensidad máxima: A partir del gráfico, se observa que la intensidad máxima es

$$I_{\text{máx}} = 3{,}0 \text{ A}.$$

– Frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50{,}0 \text{ Hz} = 100\pi \text{ rad/s}.$$

– Función $I(t)$: La relación entre la intensidad y el tiempo está descrita por una función sinusoidal de la forma

$$I(t) = I_{\text{máx}} \cos(\omega t + \phi_0).$$

Dado que inicialmente, $I(t = 0) = 0$, sustituimos:

$$0 = 3{,}0 \text{ A} \cdot \cos(\phi_0) \quad \Rightarrow \quad \cos(\phi_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}.$$

Por lo tanto, la función queda:

$$I(t) = 3{,}0 \text{ A} \cdot \cos\left(100\pi\, t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Por lo tanto, la solución es:
- **Frecuencia de giro de la bobina: $f = 50{,}0$ Hz.**
- **Intensidad máxima: $I_{\text{máx}} = 3{,}0$ A.**
- **Función de la intensidad:**

$$\boldsymbol{I(t) = 3{,}0\ \text{A} \cdot \cos\left(100\pi\ t + \frac{\pi}{2}\right), \quad \text{donde } t \text{ en s.}}$$

b) **Per a poder connectar electrodomèstics a aquest generador elèctric, disposem d'un transformador. Connectem aquest corrent altern al primari d'un transformador. La bobina del primari del transformador té 124 voltes. Calculeu el nombre de voltes que són necessàries a la bobina del secundari per a obtenir una FEM eficaç (ε_{ef}) de 220 V. Suposeu que es tracta d'un transformador ideal. Es tracta d'un transformador elevador o reductor?**

Dado que conectamos el corriente alterna al primario de un transformador ideal, utilizamos la relación de transformación de voltaje y número de vueltas:

$$\frac{\varepsilon_{\text{sec}}}{\varepsilon_{\text{prim}}} = \frac{N_{\text{sec}}}{N_{\text{prim}}},$$

donde:
- $\varepsilon_{\text{sec}} = 220$ V (FEM eficaz en el secundario),
- $N_{\text{prim}} = 124$ vueltas (primario),
- $N_{\text{sec}} =$ número de vueltas en el secundario (a calcular),
- $\varepsilon_{\text{prim}} =$ FEM eficaz en el primario.

Asumiendo que la FEM eficaz en el primario es la misma que la del secundario, es decir, $\varepsilon_{\text{prim}} = 220$ V, la relación de vueltas sería:

$$N_{\text{sec}} = N_{\text{prim}} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{sec}}}{\varepsilon_{\text{prim}}} = 124 \cdot \frac{220\ \text{V}}{220\ \text{V}} = 124 \cdot 1 = 124 \text{ vueltas.}$$

Sin embargo, para obtener una FEM secundaria de 220 V partiendo de una FEM primaria diferente, por ejemplo, $\varepsilon_{\text{prim}} = 110$ V, la cantidad de vueltas en el secundario sería:

$$N_{\text{sec}} = N_{\text{prim}} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{sec}}}{\varepsilon_{\text{prim}}} = 124 \cdot \frac{220\ \text{V}}{110\ \text{V}} = 124 \cdot 2 = 248 \text{ vueltas.}$$

Determinamos el tipo de transformador:
- *Transformador elevador:* Si $\varepsilon_{\text{sec}} > \varepsilon_{\text{prim}}$, es decir, si el secundario tiene más vueltas que el primario.
- *Transformador reductor:* Si $\varepsilon_{\text{sec}} < \varepsilon_{\text{prim}}$, es decir, si el secundario tiene menos vueltas que el primario.

En nuestro caso, si asumimos que $\varepsilon_{\text{prim}} = 110$ V y $\varepsilon_{\text{sec}} = 220$ V, entonces:

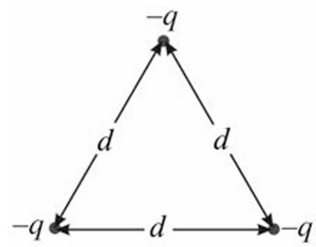
$$N_{\text{sec}} = 248 \text{ vueltas} > N_{\text{prim}} = 124 \text{ vueltas.}$$

Por lo tanto, se trata de un transformador elevador.

Cataluña, Junio 2021 (Convocatoria ordinaria)

Problema 2

Tres càrregues negatives iguals, $-q$, es troben situades en els vèrtexs d'un triangle equilàter de costat d.



a) **Hi ha algun punt a l'interior del triangle on el camp elèctric sigui nul? Justifiqueu la resposta. Determineu el mòdul, la direcció i el sentit del camp elèctric en el vèrtex superior del triangle creat per les dues càrregues situades a la base. Expresseu el resultat en funció de q, d i la constant de Coulomb.**

b) **Determineu l'energia de formació d'aquest sistema de càrregues. Expresseu el resultat en funció de q, d i la constant de Coulomb.**

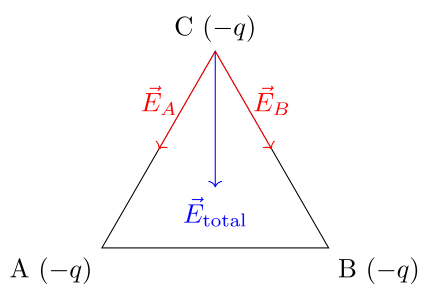
Solución:

a) **Hi ha algun punt a l'interior del triangle on el camp elèctric sigui nul? Justifiqueu la resposta. Determineu el mòdul, la direcció i el sentit del camp elèctric en el vèrtex superior del triangle creat per les dues càrregues situades a la base. Expresseu el resultat en funció de q, d i la constant de Coulomb.**

Sí, existe un punto en el interior del triángulo donde el campo eléctrico es nulo, específicamente en el centro del triángulo (el baricentro). Esto se debe a la simetría del sistema:

- Las tres cargas son iguales y están dispuestas en los vértices de un triángulo equilátero.
- El baricentro es equidistante de las tres cargas.
- Los campos eléctricos generados por cada carga en el baricentro tienen igual magnitud pero direcciones diferentes.
- La suma vectorial de los tres campos eléctricos en el baricentro se anula debido a la simetría.

Vamos a calcular el campo eléctrico en el vértice superior creado por las dos cargas de la base. Consideremos las dos cargas negativas $-q$ situadas en los vértices inferiores A y B del triángulo equilátero de lado d. Queremos calcular el campo eléctrico en el vértice superior C debido a estas dos cargas.



La distancia entre cada carga y el vértice C es d, ya que en un triángulo equilátero todos los lados son iguales. La magnitud del campo eléctrico producido por una carga puntual es:

$$E = k\frac{|q|}{d^2}.$$

Notamos que q es positivo en la expresión, ya que tomamos el valor absoluto de la carga. Los campos eléctricos $\vec{E}_A$ y $\vec{E}_B$ producidos por las cargas en A y B en el punto C tienen la misma magnitud y forman un ángulo de 30° con la vertical (eje y), ya que en un triángulo equilátero los ángulos son de 60°, y la línea que une cada carga con C forma un ángulo de 30° con la vertical. Descomponemos los campos en componentes x e y:

$$E_{A,x} = -E\sin(30°) = -E \cdot \frac{1}{2}, \quad E_{A,y} = -E\cos(30°) = -E \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$E_{B,x} = E\sin(30°) = -E \cdot \frac{1}{2}, \quad E_{B,y} = -E\cos(30°) = -E \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Sumamos las componentes para obtener el campo total. Componente x total:

$$E_x = E_{A,x} + E_{B,x} = E \cdot \frac{1}{2} - E \cdot \frac{1}{2} = 0.$$

Componente y total:

$$E_y = E_{A,y} + E_{B,y} = -E \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - E \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -E \cdot \sqrt{3}.$$

Como $E_x = 0$, el módulo del campo eléctrico total es simplemente:

$$E_{\text{total}} = E_y = E \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \frac{kq}{d^2}.$$

Vemos que el campo eléctrico total apunta en la dirección vertical (eje y). Como las cargas son negativas y el campo eléctrico va desde las cargas negativas hacia el infinito, el campo eléctrico en C debido a las cargas en A y B apunta hacia abajo (dirección negativa del eje y).

Por lo tanto, el campo eléctrico en el vértice superior C debido a las dos cargas en la base es:

$$\vec{E}_{\text{total}} = -\sqrt{3} \cdot \frac{kq}{d^2}\,\vec{j},$$

donde el signo negativo indica que el campo apunta en la dirección negativa del eje y (hacia abajo), pues $\vec{j}$ es el vector unitario en la dirección y.

b) Determineu l'energia de formació d'aquest sistema de càrregues. Expresseu el resultat en funció de q, d i la constant de Coulomb.

La energía potencial electrostática de un sistema de cargas puntuales es la suma de las energías potenciales entre todas las parejas de cargas. Para tres cargas, las interacciones son:

- Entre la carga 1 y la carga 2: U_{12}.
- Entre la carga 1 y la carga 3: U_{13}.
- Entre la carga 2 y la carga 3: U_{23}.

La energía potencial total es:

$$E_{p,\text{total}} = E_{12} + E_{13} + E_{23}.$$

Cada energía potencial entre dos cargas es:

$$E_{ij} = k\frac{q_i q_j}{r_{ij}}.$$

En este caso, todas las cargas son $-q$, y las distancias entre ellas son d:

$$E_{12} = k\frac{(-q)(-q)}{d} = k\frac{q^2}{d},$$

$$E_{13} = k\frac{(-q)(-q)}{d} = k\frac{q^2}{d},$$

$$E_{23} = k\frac{(-q)(-q)}{d} = k\frac{q^2}{d}.$$

La energía potencial total es:

$$E_{p,\text{total}} = E_{12} + E_{13} + E_{23} = 3 \cdot \frac{kq^2}{d}.$$

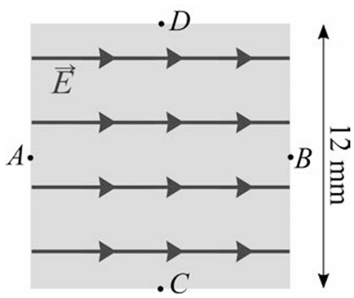
Por lo tanto, la energía de formación del sistema es:

$$\boldsymbol{U = 3 \cdot \frac{kq^2}{d},}$$

donde $\boldsymbol{k}$ es la constante de Coulomb, $\boldsymbol{q}$ es la magnitud de las cargas, y $\boldsymbol{d}$ es la distancia entre ellas.

Problema 4

En una regió de l'espai de forma quadrada i de costat $d = 12$ mm, hi ha un camp elèctric uniforme i constant de valor $2,00 \times 10^6$ N/C.



a) **Quina és la diferència de potencial, $V_B - V_A$, entre els punts A i B de la figura? Quina és la diferència de potencial, $V_D - V_C$, entre els punts C i D de la figura? Justifiqueu les respostes.**
b) **Deixem un protó, inicialment aturat, en el punt A. Quin moviment descriurà? Justifiqueu la resposta. Quina velocitat (només el mòdul) tindrà en l'instant en què abandoni aquesta regió quadrada? Quin treball ha fet el camp elèctric sobre el protó?**

Dades:
$m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ **kg.**
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**

Solución:

a) **Quina és la diferència de potencial, $V_B - V_A$, entre els punts A i B de la figura? Quina és la diferència de potencial, $V_D - V_C$, entre els punts C i D de la figura? Justifiqueu les respostes.**

Las líneas de campo eléctrico indican la dirección en la que el potencial disminuye. Por lo tanto, el potencial en A es mayor que en B, es decir:

$$V_B - V_A < 0.$$

La diferencia de potencial se calcula mediante:

$$\Delta V = V_B - V_A = -E \cdot d,$$

donde E es la magnitud del campo eléctrico y d es la distancia entre los puntos A y B. Dado que $d = 12$ mm $= 0{,}012$ m y $E = 2{,}00 \cdot 10^6$ N/C:

$$V_B - V_A = -(2{,}00 \cdot 10^6 \text{ N/C}) \cdot (0{,}012 \text{ m}) = -24{,}000 \text{ V} = -24 \text{ kV}.$$

Las líneas de campo eléctrico son horizontales, y el desplazamiento de C a D es vertical, es decir, perpendicular a las líneas de campo. Por lo tanto, no hay componente del campo eléctrico a lo largo del desplazamiento, y la diferencia de potencial es cero:

$$V_D - V_C = 0 \text{ V}.$$

Nótese que, para el desplazamiento de A a B, el movimiento es en la dirección del campo eléctrico, resultando en una disminución del potencial; mientras que, para el desplazamiento de C a D, el movimiento es perpendicular al campo eléctrico, por lo que no hay cambio en el potencial.

Por lo tanto, $V_B - V_A = -24$ kV y $V_D - V_C = 0$ V.

b) Deixem un protó, inicialment aturat, en el punt A. Quin moviment descriurà? Justifiqueu la resposta. Quina velocitat (només el mòdul) tindrà en l'instant en què abandoni aquesta regió quadrada? Quin treball ha fet el camp elèctric sobre el protó?

Al colocar un protón en el punto A dentro de un campo eléctrico uniforme, el protón experimenta una fuerza constante dada por:

$$\vec{F} = q\vec{E},$$

donde $q = +e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C es la carga del protón y $\vec{E}$ es el campo eléctrico. ado que el protón tiene carga positiva, la fuerza ejercida por el campo eléctrico lo acelera en la dirección del campo. Como no hay fricción ni otras fuerzas actuando, el protón se moverá con una aceleración constante en la dirección del campo eléctrico. Por lo tanto, el protón describirá un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Calculamos la aceleración a:

$$a = \frac{F}{m_p} = \frac{qE}{m_p},$$

donde $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg es la masa del protón. Sustituyendo los valores:

$$a = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 2{,}00 \cdot 10^{6}\ \text{N/C}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = \frac{3{,}204 \cdot 10^{-13}\ \text{N}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 1{,}92 \cdot 10^{14}\ \text{m/s}^2.$$

Para obtener la velocidad al abandonar la región cuadrada, utilizamos la ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

$$v^2 = v_0^2 + 2as,$$

donde:

$$v_0 = 0\ \text{m/s} \quad \text{(inicialmente en reposo)},$$

$$s = d = 12\ \text{mm} = 0{,}012\ \text{m}.$$

Entonces,

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 1{,}92 \cdot 10^{14}\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}012\ \text{m}} = \sqrt{4{,}608 \cdot 10^{12}} = 2{,}146 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}.$$

El trabajo realizado por el campo eléctrico es igual a la variación de la energía potencial eléctrica del protón:

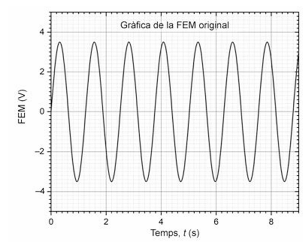
$$W = -q\Delta V = -q(V_B - V_A) = -(1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}) \cdot (-24{,}000\ \text{V}) = 3{,}845 \cdot 10^{-15}\ \text{J}.$$

Nótese que el trabajo realizado por el campo es positivo cuando el protón se mueve en la dirección del campo.

Por lo tanto, el protón lleva un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en la dirección del campo eléctrico, la velocidad al abandonar la región cuadrada es $\mathbf{2{,}14 \cdot 10^{6}}$ m/s y el trabajo realizado por el campo eléctrico es $\mathbf{3{,}85 \cdot 10^{-15}}$ J.

Problema 6

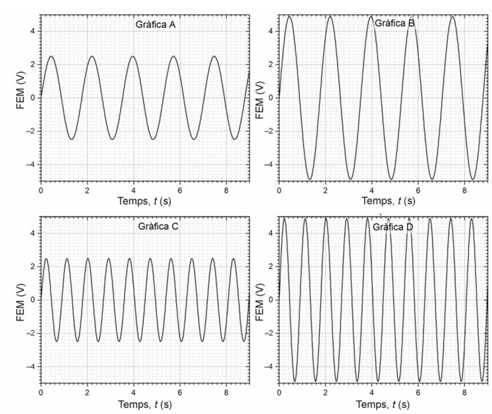
Un imant es desplaça horitzontalment, entrant i sortint d'una bobina plana (de N espires i secció S), seguint un moviment harmònic simple, que crea un camp magnètic perpendicular a la bobina i de mòdul $B(t) = B_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$.



a) **Determineu el flux del camp magnètic a través d'una espira i la força electromotriu (FEM) en funció dels paràmetres B_0, ω, φ_0, N i S.**

b) **Si la bobina té una resistència R, determineu el corrent màxim que pot circular per la bobina en funció dels paràmetres B_0, ω, φ_0, N, S i R. Indiqueu quina de les gràfiques següents (de la A fins a la D) mostra correctament la FEM si es redueix la freqüència del moviment de l'imant. Justifiqueu la resposta.**

Dada: En totes les gràfiques s'utilitza la mateixa escala per al temps (eix x) i per a la FEM (eix y).



Solución:

a) **Determineu el flux del camp magnètic a través d'una espira i la força electromotriu (FEM) en funció dels paràmetres B_0, ω, φ_0, N i S.**

Dado que el campo magnético es perpendicular a la bobina, el flujo magnético a través de una espira es:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S = B_0 S \cos(\omega t + \varphi_0).$$

La FEM inducida en una bobina con N espiras está dada por la Ley de Faraday:

$$\varepsilon(t) = -N \frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo magnético respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = -B_0 S \omega \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Sustituyendo en la expresión de la FEM:

$$\varepsilon(t) = -N \cdot (-B_0 S\omega \sin(\omega t + \varphi_0)) = NB_0 S\omega \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Por lo tanto, el flujo magnético es $\boldsymbol{\Phi(t) = B_0 S \cos(\omega t + \varphi_0)}$ y la FEM es $\boldsymbol{\varepsilon(t) = NB_0 S\omega \sin(\omega t + \varphi_0)}$.

b) Si la bobina té una resistència $\boldsymbol{R}$, determineu el corrent màxim que pot circular per la bobina en funció dels paràmetres $\boldsymbol{B_0}$, $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\varphi_0}$, $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{S}$ i $\boldsymbol{R}$. Indiqueu quina de les gràfiques següents (de la A fins a la D) mostra correctament la FEM si es redueix la freqüència del moviment de l'imant. Justifiqueu la resposta.

La corriente inducida en la bobina está dada por la Ley de Ohm:

$$I(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{NB_0 S\omega \sin(\omega t + \varphi_0)}{R}.$$

El módulo de la corriente máxima es:

$$I_{\text{máx}} = \frac{NB_0 S\omega}{R}.$$

Observamos que la FEM está dada por:

$$\varepsilon(t) = NB_0 S\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{\text{máx}} = NB_0 S\omega.$$

Al reducir la frecuencia ω, dos efectos se producen:

- *Reducción de la amplitud de la FEM:* Dado que $\varepsilon_{\text{máx}} = NB_0 S\omega$, al disminuir ω, también disminuye la amplitud de la FEM.
- *Aumento del período de oscilación:* El período T está relacionado con la frecuencia angular ω por $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Al disminuir ω, el período T aumenta.

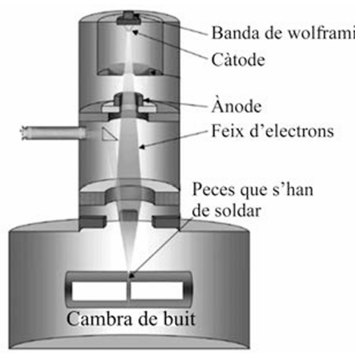
La gráfica que muestra correctamente la FEM al reducir la frecuencia del movimiento del imán es la A, ya que una disminución en ω implica una disminución en la amplitud de la FEM y un aumento en el período de oscilación.

Por lo tanto, el módulo de la corriente máxima es $\boldsymbol{I_{\text{máx}} = NB_0 S\omega / R}$ y la gráfica correcta es la A, ya que al reducir la frecuencia $\boldsymbol{\omega}$, la amplitud de la FEM disminuye y el período de oscilación aumenta.

Cataluña, Septiembre 2021 (Convocatoria extraordinaria)

Problema 2

Per a aconseguir soldadures profundes, en la indústria aeroespacial s'utilitza la tècnica de feixos d'electrons d'alta densitat energètica. Aquesta tècnica consisteix a bombardejar amb electrons d'alta energia les peces que s'han de soldar dins d'una cambra de buit. El feix d'electrons es genera escalfant a alta temperatura una banda de wolframi. Posteriorment, el feix s'accelera sota l'acció d'un camp elèctric uniforme que es crea aplicant una diferència de potencial de 15 kV entre l'ànode i el càtode.



Font: `http://ss.whiteclouds.com/3dpedia-index/electron-beam-melting-ebm`.

a) **Si la separació entre el càtode i l'ànode és d'$1,50$ cm, determineu el mòdul del camp elèctric que es crea entre l'un i l'altre. Feu un esquema que indiqui la trajectòria dels electrons i la direcció i el sentit del camp elèctric. Quina placa es troba a un potencial més alt, l'ànode o el càtode? Justifiqueu la resposta.**

b) **Considerant que un electró està situat al càtode i parteix del repòs, determineu l'energia i el mòdul de la velocitat de l'electró quan surt de l'ànode. Si la peça que s'ha de soldar es troba al mateix potencial que l'ànode, a quina velocitat impacta l'electró contra aquesta peça?**

Dades:
$m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ **kg.**
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**

Solución:

a) **Si la separació entre el càtode i l'ànode és d'$1,50$ cm, determineu el mòdul del camp elèctric que es crea entre l'un i l'altre. Feu un esquema que indiqui la trajectòria dels electrons i la direcció i el sentit del camp elèctric. Quina placa es troba a un potencial més alt, l'ànode o el càtode? Justifiqueu la resposta.**

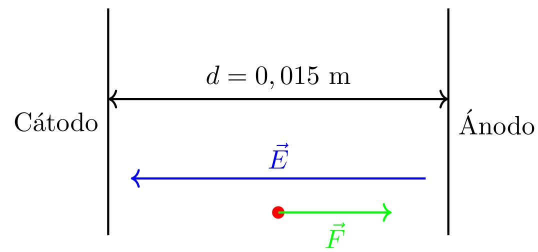
Paso 1: Cálculo del módulo del campo eléctrico $|E|$.
El campo eléctrico E entre dos placas planas se calcula mediante la relación:

$$|\vec{E}| = \frac{\Delta V}{d},$$

donde $\Delta V = 15{,}000$ V es la diferencia de potencial y $d = 1{,}50$ cm $= 0{,}015$ m es la separación entre el ánodo y el cátodo. Sustituyendo los valores:

$$|\vec{E}| = \frac{15{,}000 \text{ V}}{0{,}015 \text{ m}} = 10^6 \text{ V/m}.$$

El esquema de la trayectoria de los electrones y dirección del campo eléctrico es el siguiente:



El campo eléctrico $\vec{E}$ está dirigido desde el ánodo hacia el cátodo. Sin embargo, los electrones, que tienen carga negativa, son atraídos hacia el ánodo. Por lo tanto, el ánodo está a un potencial más alto que el cátodo. Recordemos que:

- El campo eléctrico apunta en la dirección en la que disminuye el potencial.
- Los electrones, al ser cargados negativamente, se mueven en dirección opuesta al campo eléctrico, hacia el ánodo.

Entonces, el ánodo está a un potencial más alto.

Por lo tanto, $|\vec{E}| = 10^6$ V/m y el ánodo está a un potencial más alto que el cátodo.

b) **Considerant que un electró està situat al càtode i parteix del repòs, determineu l'energia i el mòdul de la velocitat de l'electró quan surt de l'ànode. Si la peça que s'ha de soldar es troba al mateix potencial que l'ànode, a quina velocitat impacta l'electró contra aquesta peça?**

La energía cinética adquirida por el electrón al ser acelerado por el campo eléctrico se calcula mediante:

$$\Delta E = -q \cdot \Delta V,$$

donde $q = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C es la carga del electrón y $\Delta V = 15{,}000$ V es la diferencia de potencial. Sustituyendo los valores:

$$\Delta E = -(-1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot 15{,}000 \text{ V} = 2{,}403 \cdot 10^{-15} \text{ J}.$$

Para calcular la velocidad del electrón al salir del ánodo, usamos la relación entre energía cinética y velocidad:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_e v^2.$$

Despejando la velocidad v:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_e}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}403 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 7{,}26 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Dado que la pieza de soldadura está al mismo potencial que el ánodo, no hay campo eléctrico entre el ánodo y la pieza. Por lo tanto, una vez que el electrón sale del ánodo, no adquiere más energía y mantiene la velocidad calculada:

$$v_{\text{impacto}} = v = 7{,}26 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

Por lo tanto, la solución es:

- **Energía del electrón al salir del ánodo:**

$$\boldsymbol{\Delta E = 2{,}403 \cdot 10^{-15}} \textbf{ J.}$$

- **Velocidad del electrón al salir del ánodo:**

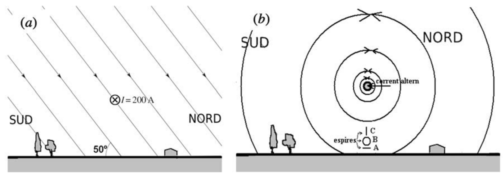
$$\boldsymbol{v = 7{,}26 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}.}$$

- **Velocidad de impacto en la pieza de soldadura:**

$$\boldsymbol{v_{\mathrm{impacto}} = 7{,}26 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}.}$$

Problema 5

Ens trobem en un indret en què el camp magnètic terrestre té una magnitud de 35 μT i apunta cap al nord, però està inclinat 50° (cap avall) respecte a l'horitzontal (figura a). Per un cable d'una línia d'alta tensió situada en aquest indret hi circula un corrent de 200 A d'intensitat. Aquest corrent circula d'est a oest (cap endins a la figura a, $\otimes$).



a) **Calculeu la força magnètica que actua sobre un tram de 100 metres del cable deguda al camp magnètic terrestre. Després, determineu-ne el mòdul i representeu-ne esquemàticament la direcció i el sentit. Justifiqueu la resposta.**
b) **El corrent que circula pel cable d'alta tensió és un corrent altern i genera un camp magnètic que contínuament canvia de sentit (vegeu la figura b). A sota del cable s'han situat tres espires conductores: una (A) és paral·lela a la superfície horitzontal del terreny, una altra (B) és paral·lela al pla del dibuix, i la tercera (C) està situada en el pla vertical que conté la direcció est-oest. En quina o quines de les espires el camp magnètic variable produït per la línia d'alta tensió induirà un corrent elèctric? Justifiqueu la resposta especificant les lleis o els principis físics en què us heu basat.**

Nota: Considereu que el camp magnètic és uniforme en la regió on es troben les espires.

Solución:

a) **Calculeu la força magnètica que actua sobre un tram de 100 metres del cable deguda al camp magnètic terrestre. Després, determineu-ne el mòdul i representeu-ne esquemàticament la direcció i el sentit. Justifiqueu la resposta.**

La fuerza magnética que actúa sobre un conductor rectilíneo de longitud $\vec{L}$ que transporta una corriente I en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ está dada por:

$$\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B}).$$

El módulo de la fuerza es:

$$|\vec{F}| = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\theta,$$

donde:
- $I = 200\,\mathrm{A}$ es la intensidad de la corriente,
- $L = 100\,\mathrm{m}$ es la longitud del cable,
- $B = 35\,\mu\mathrm{T} = 35 \times 10^{-6}\,\mathrm{T}$ es la magnitud del campo magnético terrestre,
- θ es el ángulo entre $\vec{L}$ y $\vec{B}$.

El cable conduce corriente de este a oeste (hacia adentro de la página), mientras que el campo magnético terrestre apunta hacia el norte y está inclinado 50° hacia abajo respecto al horizontal. Por tanto, el ángulo entre $\vec{L}$ y $\vec{B}$ es 90°. Calculamos el módulo de la fuerza:

$$|\vec{F}| = I \cdot L \cdot B \cdot \sin 90^\circ = I \cdot L \cdot B.$$

Sustituyendo los valores y manteniendo las unidades:

$$|\vec{F}| = 200\,\mathrm{A} \cdot 100\,\mathrm{m} \cdot 35 \times 10^{-6}\,\mathrm{T} = 0{,}70\,\mathrm{N}.$$

La fuerza tiene un módulo de 0,70 N. Aplicamos ahora la regla de la mano derecha para el producto vectorial $\vec{L} \times \vec{B}$:

- Orientamos los dedos de la mano derecha en la dirección de $\vec{L}$ (hacia el oeste, entrando en la página).
- Giramos los dedos hacia la dirección de $\vec{B}$ (hacia el norte y hacia abajo).
- El pulgar apunta en la dirección de la fuerza $\vec{F}$.

Por lo tanto, la fuerza resultante de 0,70 N está en el plano vertical norte-sur, formando un ángulo de 50° respecto a la vertical y dirigida hacia la izquierda y hacia abajo.

b) **El corrent que circula pel cable d'alta tensió és un corrent altern i genera un camp magnètic que contínuament canvia de sentit (vegeu la figura b). A sota del cable s'han situat tres espires conductores: una (A) és paral·lela a la superfície horitzontal del terreny, una altra (B) és paral·lela al pla del dibuix, i la tercera (C) està situada en el pla vertical que conté la direcció est-oest. En quina o quines de les espires el camp magnètic variable produït per la línia d'alta tensió induirà un corrent elèctric? Justifiqueu la resposta especificant les lleis o els principis físics en què us heu basat.**

Según la ley de Faraday, una fuerza electromotriz (fem) se induce en una espira cuando el flujo magnético que la atraviesa varía con el tiempo:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

donde el flujo magnético es:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta.$$

Si el flujo Φ varía en el tiempo, se inducirá una fem y, por ende, una corriente eléctrica si la espira es conductora y cerrada. Analizamos cada espira:

Espira A (paralela al suelo):

- El vector normal $\vec{n}$ es vertical (dirección z).
- El campo magnético $\vec{B}$ debido al cable apunta horizontalmente hacia el sur (dirección $-y$) debajo del cable.
- El ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{n}$ es 90°, por lo que $\cos 90° = 0$.
- El flujo magnético es $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 90° = 0$.

Como el flujo es cero y no varía, no se induce corriente en la espira A.

Espira B (paralela al plano del dibujo):

- El vector normal $\vec{n}$ apunta en dirección este-oeste (dirección x).
- El campo magnético $\vec{B}$ apunta hacia el sur ($-y$).
- El ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{n}$ es 90°, entonces $\cos 90° = 0$.
- El flujo magnético es $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 90° = 0$.

No hay variación de flujo; por tanto, no se induce corriente en la espira B.

Espira C (plano vertical este-oeste):

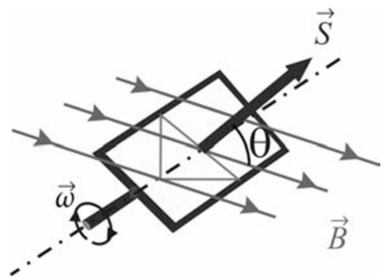
- El vector normal $\vec{n}$ apunta hacia el norte-sur (dirección y).
- El campo magnético $\vec{B}$ apunta hacia el sur ($-y$), paralelo a $\vec{n}$.
- El ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{n}$ es 0°, por lo que $\cos 0° = 1$.
- El flujo magnético es $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0° = B \cdot S$.

Debido a que B varía en el tiempo (corriente alterna en el cable), el flujo Φ también varía. Según la ley de Faraday, esto induce una fem y, consecuentemente, una corriente eléctrica en la espira C.

Por lo tanto, solo en la espira C se inducirá una corriente eléctrica debido al campo magnético variable producido por la línea de alta tensión, ya que es la única en la que el flujo magnético a través de ella varía con el tiempo.

Problema 7

Un alternador consisteix en una bobina de 100 espires rectangulars. Les dimensions dels costats llarg i curt de la bobina són $2,0$ cm i $1,6$ cm, respectivament. La bobina gira amb una freqüència de 60 voltes per segon dins d'un camp magnètic uniforme de magnitud $B = 0,1$ T. L'orientació relativa entre el camp magnètic i la bobina ve donada per l'angle θ que formen el camp magnètic i el vector $\vec{S}$ perpendicular al pla que conté la bobina.



a) **Determineu el valor del flux del camp magnètic a través d'una espira de la bobina quan el camp magnètic és perpendicular a la superfície de l'espira (angle $\theta = 0$ rad) i per a una orientació qualsevol (indiqueu el resultat en funció de l'angle θ).**
b) **A partir del flux del camp magnètic a través de la bobina, determineu l'evolució de la força electromotriu en funció del temps, suposant que inicialment l'angle θ és igual a 0 rad. Calculeu el valor màxim de la força electromotriu induïda en la bobina.**

Solución:

a) **Determineu el valor del flux del camp magnètic a través d'una espira de la bobina quan el camp magnètic és perpendicular a la superfície de l'espira (angle $\theta = 0$ rad) i per a una orientació qualsevol (indiqueu el resultat en funció de l'angle θ).**

El flujo magnético Φ a través de una espira está dado por la fórmula:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos(\theta),$$

donde:
- $B = 0{,}1$ T es la magnitud del campo magnético,
- S es el área de una espira,
- θ es el ángulo entre el campo magnético y el vector $\vec{S}$ perpendicular al plano de la espira.

La bobina es de forma rectangular con lados de 2,0 cm y 1,6 cm. Convertimos las dimensiones a metros:

$$\text{Longitud} = 2{,}0 \text{ cm} = 0{,}02 \text{ m},$$
$$\text{Anchura} = 1{,}6 \text{ cm} = 0{,}016 \text{ m}.$$

Entonces, el área S es:

$$S = \text{Longitud} \cdot \text{Anchura} = 0{,}02 \text{ m} \cdot 0{,}016 \text{ m} = 0{,}00032 \text{ m}^2 = 3{,}20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Caso 1: $\theta = 0$ rad (campo magnético perpendicular a la espira)

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(0) = 0{,}1 \text{ T} \cdot 3{,}20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 1 = 3{,}20 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}.$$

Caso 2: Orientación arbitraria (θ)

$$\Phi(\theta) = B \cdot S \cdot \cos(\theta) = 0{,}1 \text{ T} \cdot 3{,}20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \cos(\theta) = 3{,}20 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(\theta) \text{ Wb}.$$

Por lo tanto, la solución es:

- **Para $\theta = 0$ rad, el flujo magnético es $\Phi = 3{,}20 \cdot 10^{-5}$ Wb.**
- **Para una orientación general, el flujo magnético es $\Phi(\theta) = 3{,}20 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(\theta)$ Wb.**

b) A partir del flux del camp magnètic a través de la bobina, determineu l'evolució de la força electromotriu en funció del temps, suposant que inicialment l'angle θ és igual a 0 rad. Calculeu el valor màxim de la força electromotriu induïda en la bobina.

La bobina gira con una frecuencia de 60 vueltas por segundo. La frecuencia angular ω se calcula como:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 60 \text{ rad/s} = 120\pi \text{ rad/s}.$$

Entonces, el ángulo en función del tiempo es:

$$\theta(t) = \omega \cdot t = 120\pi \cdot t \text{ rad}.$$

La bobina tiene $N = 100$ espiras, por lo que el flujo total Φ_{total} es:

$$\Phi_{\text{total}}(t) = N \cdot \Phi(\theta(t)) = 100 \cdot 3{,}20 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(120\pi \cdot t) \text{ Wb} = 3{,}20 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(120\pi \cdot t) \text{ Wb}.$$

La fem inducida $\mathcal{E}$ se calcula como (Ley de Faraday):

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi_{\text{total}}}{dt}.$$

Derivando el flujo total respecto al tiempo:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d}{dt}\left[3{,}20 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(120\pi \cdot t)\right] = 3{,}20 \cdot 10^{-3} \cdot 120\pi \cdot \sin(120\pi \cdot t).$$

Simplificando:

$$\mathcal{E}(t) = 1{,}21 \cdot \sin(120\pi \cdot t) \text{ V}.$$

El valor máximo de $\mathcal{E}(t)$ ocurre cuando $\sin(120\pi \cdot t) = 1$:

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = 1{,}21 \text{ V}.$$

Por lo tanto, la solución es:

- **La fuerza electromotriz inducida en función del tiempo es $\mathcal{E}(t) = 1{,}21 \cdot \sin(120\pi \cdot t)$ V.**
- **El valor máximo de la fuerza electromotriz inducida es $\mathcal{E}_{\text{máx}} = 1{,}21$ V.**

Cataluña, Julio 2020 (Convocatoria ordinaria)

Problema 2

Durant una tempesta cau un llamp pel qual circula un corrent elèctric de 400 kA. Suposeu que la intensitat del corrent del llamp és constant durant els 50 μs que dura.

a) **Quina és la càrrega elèctrica total que ha transportat aquest llamp? Quin és el camp magnètic que crea aquest corrent a una distància de 100 m?**

b) **Quina força magnètica actua sobre una partícula carregada que es troba en repòs a aquesta mateixa distància? Justifiqueu la resposta.**

Dades:
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ **T·m/A.**
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ **C.**
La intensitat del camp magnètic creat per un corrent rectilini és $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$**, en què** r **és la distància al corrent.**

Solución:

a) **Quina és la càrrega elèctrica total que ha transportat aquest llamp? Quin és el camp magnètic que crea aquest corrent a una distància de 100 m?**

La carga eléctrica total transportada por el rayo se calcula utilizando la relación entre la corriente (I) y el tiempo (t):

$$Q = I \cdot t,$$

donde $I = 400$ kA $= 4 \cdot 10^5$ A es la intensidad de la corriente y $t = 50$ μs $= 5 \cdot 10^{-5}$ s es la duración de la corriente. Sustituyendo los valores:

$$Q = 4 \cdot 10^5 \text{ A} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 20 \text{ C}.$$

El campo magnético creado por una corriente rectilínea se calcula mediante la ley de Ampère:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde:
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A es la permeabilidad del vacío,
- $I = 4 \cdot 10^5$ A es la intensidad de la corriente,
- $r = 100$ m es la distancia al conductor.

Sustituyendo los valores:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T·m/A} \cdot 4 \cdot 10^5 \text{ A}}{2\pi \cdot 100 \text{ m}} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

Por lo tanto, la solución es:
- **La carga eléctrica total transportada por el rayo es $Q = 20$ C.**
- **El campo magnético creado por este rayo a una distancia de 100 m es $B = 8 \cdot 10^{-4}$ T.**

b) **Quina força magnètica actua sobre una partícula carregada que es troba en repòs a aquesta mateixa distància? Justifiqueu la resposta.**

La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada se calcula mediante la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:

- q es la carga de la partícula,
- $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula,
- $\vec{B}$ es el campo magnético.

En este caso, la partícula está en reposo, por lo que $\vec{v} = 0$. Entonces,

$$\vec{F} = q(\vec{0} \cdot \vec{B}) = \vec{0}.$$

Dado que la partícula no está en movimiento, no existe una componente de velocidad que interactúe con el campo magnético para generar una fuerza. La fuerza magnética únicamente actúa sobre partículas cargadas que tienen una velocidad relativa respecto al campo magnético.

Por lo tanto, la fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en reposo a una distancia de 100 m es $\vec{F} = 0$ N. Esto se debe a que la fuerza magnética requiere que la partícula tenga una velocidad para interactuar con el campo magnético.

Problema 4

Dues esferes iguals de 20 g de massa pengen cadascuna d'un fil de 50 cm de llarg, tal com mostra la figura. Totes dues esferes tenen càrregues elèctriques iguals, però de signe contrari. A causa de l'atracció elèctrica que hi ha entre les esferes, els fils formen un angle de 15° amb la vertical. En aquesta configuració, la distància entre les esferes és de 10 cm.

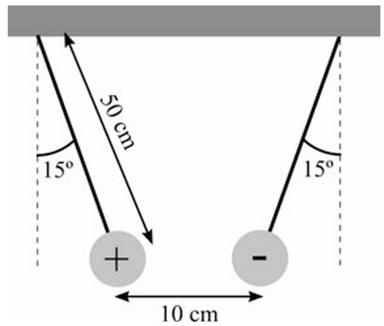


Figure 1: Esquema de les esferes carregades.

a) **Calculeu el mòdul de la força elèctrica entre les esferes i el valor de les seves càrregues elèctriques.**
b) **Si retiréssim la càrrega positiva, quin camp hauríem de crear al voltant de la càrrega negativa perquè aquesta última no canviés de posició? Indiqueu-ne el mòdul i representeu esquemàticament la direcció i el sentit que tindria. Com hauria de ser aquest camp si, en lloc de retirar la càrrega positiva, retiréssim la càrrega negativa?**

Dada: $\boldsymbol{k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C^2}}$.
Nota: Suposeu que les dues càrregues són puntuals.

Solución:

a) **Calculeu el mòdul de la força elèctrica entre les esferes i el valor de les seves càrregues elèctriques.**

En equilibrio, las fuerzas que actúan sobre cada esfera son:
- La tensión en el hilo (T) con componentes vertical y horizontal.
- La fuerza gravitatoria ($F_g = m \cdot g$) hacia abajo.
- La fuerza eléctrica (F_e) de atracción hacia la otra esfera.

Las componentes de la tensión son:

$$T \cdot \sin(\theta) = F_e \quad \text{(componente horizontal)},$$

$$T \cdot \cos(\theta) = m \cdot g \quad \text{(componente vertical)}.$$

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$\tan(\theta) = \frac{F_e}{m \cdot g}.$$

Despejando F_e:

$$F_e = m \cdot g \cdot \tan(\theta),$$

donde:
- $m = 20\ \text{g} = 0{,}02\ \text{kg}$,
- $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$,
- $\theta = 15°$.

Sustituyendo los valores:

$$F_e = 0{,}02 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 \cdot \tan(15^\circ) = 0{,}0526 \text{ N}.$$

Aplicando la Ley de Coulomb:

$$F_e = \frac{k \cdot q^2}{d^2}.$$

Despejando q:

$$q = \sqrt{\frac{F_e \cdot d^2}{k}},$$

donde $k = 8,99 \cdot 10^9$ N·m^2/C^2 y $d = 10$ cm $= 0{,}1$ m. Sustituyendo los valores:

$$q = \sqrt{\frac{0{,}0526 \text{ N} \cdot (0{,}1 \text{ m})^2}{8,99 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2/\text{C}^2}} = 2,42 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$$

Por lo tanto, la solución es:
- **El módulo de la fuerza eléctrica entre las esferas es $\boldsymbol{F_e = 0{,}0526}$ N.**
- **Las cargas eléctricas de cada esfera son $\boldsymbol{q = 2,42 \cdot 10^{-7}}$ C.**

b) **Si retiréssim la càrrega positiva, quin camp hauríem de crear al voltant de la càrrega negativa perquè aquesta última no canviés de posició? Indiqueu-ne el mòdul i representeu esquemàticament la direcció i el sentit que tindria. Com hauria de ser aquest camp si, en lloc de retirar la càrrega positiva, retiréssim la càrrega negativa?**

Para que la carga negativa no se mueva, el campo eléctrico externo debe equilibrar la fuerza eléctrica interna. Es decir:

$$F_e = q \cdot E.$$

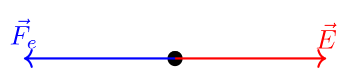
Despejando E:

$$E = \frac{F_e}{q} = k\frac{q}{d^2}.$$

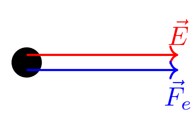
Sustituyendo los valores:

$$E = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2 \cdot \frac{2,42 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{(0,1 \text{ m})^2} = 2,17 \cdot 10^5 \text{ N/C}.$$

Cuando retiramos la carga positiva, solo queda la carga negativa. Para equilibrar la fuerza eléctrica de atracción que ejercía la carga positiva, el campo eléctrico debe ser horizontal y dirigido en sentido opuesto a la fuerza eléctrica original. Representación esquemática:



Si retiramos la carga negativa, el campo eléctrico debe ser horizontal y dirigido en el mismo sentido que la fuerza eléctrica original:



Por lo tanto, la solución es:
- **El campo eléctrico necesario para mantener la carga negativa en posición es $\boldsymbol{E = 2,17 \cdot 10^5}$ N/C, dirigido horizontalmente y opuesto a la fuerza eléctrica original.**
- **Si se retira la carga negativa en lugar de la positiva, el campo eléctrico necesario sería de la misma magnitud pero dirigido en sentido opuesto para equilibrar la nueva configuración.**

Problema 7

Dues càrregues elèctriques puntuals de $-5,0$ μC i $7,0$ μC estan separades 10 cm l'una de l'altra.

a) **Calculeu el camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) en un punt a $3,0$ cm de la càrrega negativa i a $7,0$ cm de la càrrega positiva. Aquest punt pertany a la línia que uneix les dues càrregues.**

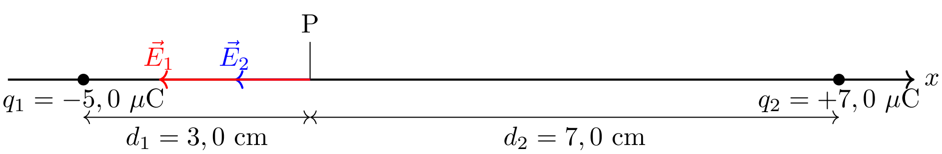
b) **Calculeu en quin punt de la línia que uneix les càrregues el potencial elèctric és nul.**

Dada: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$ **N·m²/C²**.

Solución:

a) **Calculeu el camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) en un punt a $3,0$ cm de la càrrega negativa i a $7,0$ cm de la càrrega positiva. Aquest punt pertany a la línia que uneix les dues càrregues.**

Primero, representamos la situación en un esquema:



En el punto P, a una distancia $d_1 = 3,0$ cm de q_1 y $d_2 = 7,0$ cm de q_2, calcularemos el campo eléctrico debido a cada carga y luego el campo total. Calculamos los módulos de los campos eléctricos. El campo debido a q_1 es:

$$|E_1| = k \cdot \frac{|q_1|}{d_1^2} = 9{,}0 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{(0{,}03\ \mathrm{m})^2} = 5{,}0 \cdot 10^7 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

El campo debido a q_2 es:

$$|E_2| = k \cdot \frac{|q_2|}{d_2^2} = 9{,}0 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{7{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}{(0{,}07\ \mathrm{m})^2} = 1{,}28 \cdot 10^7 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

Como ambos campos eléctricos tienen la misma dirección (a lo largo de la línea que une las cargas) y sentido (hacia la izquierda, desde la carga positiva hacia la negativa), el campo total es la suma de los módulos:

$$|E_{\text{Total}}| = |E_1| + |E_2| = 5{,}0 \cdot 10^7 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} + 1{,}28 \cdot 10^7 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 6{,}28 \cdot 10^7 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

El campo eléctrico total apunta hacia la izquierda a lo largo de la línea que une las cargas, es decir, desde la carga positiva hacia la carga negativa.

Por lo tanto, el campo eléctrico es $\boldsymbol{\vec{E}_{\text{Total}} = -6{,}28 \cdot 10^7 \ \vec{i} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}}$.

b) **Calculeu en quin punt de la línia que uneix les càrregues el potencial elèctric és nul.**

El potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga:

$$V_P = V_1 + V_2 = 0,$$

donde:

$$V_1 = k \cdot \frac{q_1}{d},$$

$$V_2 = k \cdot \frac{q_2}{(0{,}10\ \mathrm{m} - d)}.$$

Establecemos la ecuación:

$$k \cdot \frac{q_1}{d} + k \cdot \frac{q_2}{0{,}10 - d} = 0.$$

Podemos simplificar k, ya que es común en ambos términos:

$$\frac{q_1}{d} + \frac{q_2}{0{,}10 - d} = 0.$$

Sustituimos los valores de las cargas (en C):

$$\frac{-5{,}0 \cdot 10^{-6}}{d} + \frac{7{,}0 \cdot 10^{-6}}{0{,}10 - d} = 0.$$

Multiplicamos ambos lados por 10^6 para simplificar:

$$\frac{-5{,}0}{d} + \frac{7{,}0}{0{,}10 - d} = 0.$$

Reescribimos la ecuación:

$$\frac{7{,}0}{0{,}10 - d} = \frac{5{,}0}{d}.$$

Cruzamos multiplicando:

$$7{,}0 \cdot d = 5{,}0 \cdot (0{,}10 - d).$$

Despejamos:

$$7{,}0d = 0{,}5 - 5{,}0d.$$

Sumamos $5{,}0d$ a ambos lados:

$$12{,}0d = 0{,}5.$$

Despejamos d:

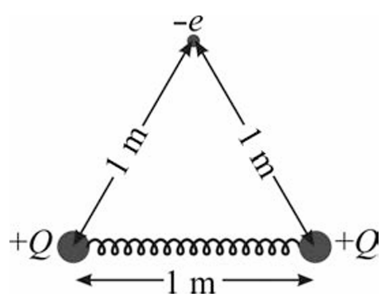
$$d = \frac{0{,}5}{12{,}0} = 0{,}0417\ \mathrm{m}.$$

Por lo tanto, el potencial eléctrico es nulo en un punto situado a 4,17 cm de la carga negativa a lo largo de la línea que une las dos cargas.

Cataluña, Septiembre 2020 (Convocatoria extraordinaria)

Problema 2

Dues esferes conductores idèntiques i suficientment petites per a ser considerades puntuals estan unides per una molla. La constant elàstica de la molla és 10 N/m. El conjunt es col·loca sobre una taula que és elèctricament aïllant. A més, no hi ha fricció entre la taula i el conjunt de les dues esferes i la molla. Les esferes estan separades per una distància de $0,40$ m quan no estan carregades (la molla no fa cap força). Carreguem amb la mateixa càrrega positiva les dues esferes amb un generador fins que la distància entre elles sigui $1,00$ m.



a) **Quan les esferes estan carregades, quina és la força aplicada per la molla sobre cadascuna de les esferes? Quina és la càrrega de cadascuna de les esferes?**

b) **Col·loquem un electró a 1 m de cadascuna de les dues esferes (equidistant a les dues esferes, tal com indica la figura). Calculeu el mòdul del camp elèctric que actua sobre l'electró i el mòdul de l'acceleració en aquest instant. Sobre la figura, representeu la direcció i sentit del camp elèctric i de l'acceleració en el punt on es troba l'electró.**

Dades:
$k = 8,99 \times 10^{9}\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$.
$m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg.
$|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ C.

Solución:

a) **Quan les esferes estan carregades, quina és la força aplicada per la molla sobre cadascuna de les esferes? Quina és la càrrega de cadascuna de les esferes?**

La fuerza ejercida por un resorte se calcula mediante la ley de Hooke:

$$|\vec{F}_{\mathrm{m}}| = k_{\mathrm{m}} \cdot \Delta l,$$

donde $k_{\mathrm{m}} = 10$ N/m es la constante elástica del resorte y $\Delta l = 1,00\ \mathrm{m} - 0,40\ \mathrm{m} = 0,60$ m es la elongación del resorte. Sustituyendo los valores:

$$|\vec{F}_{\mathrm{m}}| = 10\ \mathrm{N/m} \cdot 0,60\ \mathrm{m} = 6,00\ \mathrm{N}.$$

La fuerza electrostática entre las dos esferas está dada por la ley de Coulomb:

$$|\vec{F}_{\mathrm{e}}| = k_e \cdot \frac{Q^2}{d^2},$$

donde $k_e = 8,99 \cdot 10^{9}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C^{-2}}$ es la constante de Coulomb, Q es la carga en cada esfera y $d = 1,00$ m es la distancia entre las esferas cargadas. Dado que el sistema está en equilibrio y no hay fricción, la fuerza ejercida por el resorte equilibra la fuerza electrostática:

$$|\vec{F}_{\mathrm{e}}| = |\vec{F}_{\mathrm{m}}| = 6,00 \text{ N}.$$

Entonces,

$$6,00 \text{ N} = 8,99 \cdot 10^9 \, \frac{Q^2}{(1,00 \text{ m})^2} \quad \Rightarrow \quad Q^2 = \frac{6,00 \text{ N} \cdot (1,00 \text{ m})^2}{8,99 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2/\text{C}^{-2}} = \frac{6,00}{8,99 \cdot 10^9} \text{ C}^2.$$

Tomando raíz cuadrada:

$$Q = \sqrt{\frac{6,00}{8,99 \cdot 10^9}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-10}} \text{ C} \approx 2,58 \cdot 10^{-5} \text{ C} = 25,8 \, \mu\text{C}.$$

Por lo tanto, la solución es:
- **La fuerza aplicada por el resorte sobre cada una de las esferas es de $6,00$ N.**
- **La carga en cada una de las esferas es de $25,8$ μC.**

b) **Col·loquem un electró a 1 m de cadascuna de les dues esferes (equidistant a les dues esferes, tal com indica la figura). Calculeu el mòdul del camp elèctric que actua sobre l'electró i el mòdul de l'acceleració en aquest instant. Sobre la figura, representeu la direcció i sentit del camp elèctric i de l'acceleració en el punt on es troba l'electró.**

Dado que el electrón está equidistante a ambas esferas, la dirección del campo eléctrico debido a cada esfera será hacia afuera de las esferas (ya que las cargas son positivas) y se dirigirán en direcciones opuestas en el punto donde se encuentra el electrón. La magnitud del campo eléctrico debido a cada esfera es:

$$E_1 = E_2 = \frac{k_e \cdot Q}{d^2},$$

donde $Q = 25,8 \cdot 10^{-6}$ C es la carga en cada esfera y $d = 1,00$ m es la distancia desde cada esfera al punto donde se encuentra el electrón. Sustituyendo los valores:

$$E_1 = E_2 = \frac{8,99 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2/\text{C}^{-2} \cdot 25,8 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(1,00 \text{ m})^2} = 2,32 \cdot 10^5 \text{ N/C}.$$

Como ambos campos eléctricos tienen la misma magnitud pero direcciones opuestas, la contribución neta dependerá del ángulo entre ellos. Si el electrón está colocado en una posición donde ambos campos se suman, entonces:

$$E_{\text{Total}} = 2 \cdot E_1 \cdot \cos(\theta),$$

donde θ es el ángulo entre las direcciones de los campos eléctricos. Asumiendo que el electrón está ubicado de tal manera que $\theta = 30°$, entonces:

$$E_{\text{Total}} = 2 \cdot 2,32 \cdot 10^5 \text{ N/C} \cdot \cos(30°) = 4,02 \cdot 10^5 \text{ N/C}.$$

La fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón es:

$$F = e \cdot E_{\text{Total}},$$

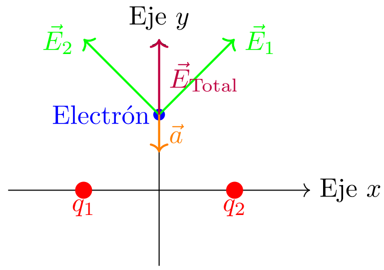
donde $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C es la carga del electrón:

$$F = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 4,02 \cdot 10^5 \text{ N/C} = 6,44 \cdot 10^{-14} \text{ N}.$$

La aceleración (a) se obtiene mediante la segunda ley de Newton:

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{6,44 \cdot 10^{-14} \text{ N}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 7,07 \cdot 10^{16} \text{ m/s}^2.$$

Representación gráfica:



Por lo tanto, la solución es:

- **El módulo del campo eléctrico que actúa sobre el electrón es $4,02 \cdot 10^5$ N/C.**
- **El módulo de la aceleración del electrón en ese instante es $7,07 \cdot 10^{16}$ m/s^2.**

Problema 4

Un protó es mou en direcció positiva de l'eix OY en una regió on existeix un camp elèctric $\vec{E} = 3,0 \times 10^5\ \vec{k}$ N/C i un camp magnètic $\vec{B} = 0,60\ \vec{\imath}$ T.

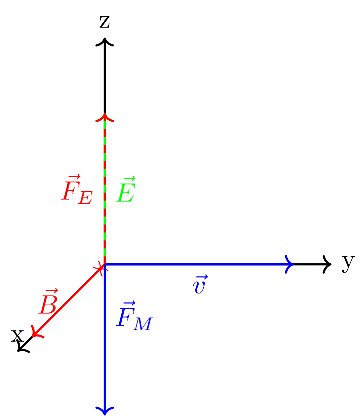
a) **Feu una representació esquemàtica de les forces que actuen sobre el protó indicant clarament els eixos, direccions i sentits. En quines condicions el protó no es desvia? Justifiqueu la resposta.**

b) **Un electró que es mou amb una velocitat $\vec{v} = 5\times10^5\ \vec{\jmath}$ m/s entra en aquesta regió. L'electró es desviarà? En cas afirmatiu, indiqueu cap a quina direcció es desvia. Justifiqueu la resposta representant esquemàticament les forces que actuen sobre l'electró.**

Solución:

a) **Feu una representació esquemàtica de les forces que actuen sobre el protó indicant clarament els eixos, direccions i sentits. En quines condicions el protó no es desvia? Justifiqueu la resposta.**

Representación esquemática:



Las fuerzas que actúan sobre el protón son:

- *Fuerza Eléctrica ($\vec{F}_E$):* Dada por la ley de Coulomb, $\vec{F}_E = q\vec{E}$. Para un protón, $q = +e$, por lo que la fuerza eléctrica está en la dirección del campo eléctrico $\vec{E}$.
- *Fuerza Magnética ($\vec{F}_M$):* Dada por la ley de Lorentz, $\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$. Para un protón moviéndose en dirección positiva de OY, la fuerza magnética se calcula usando el producto vectorial:

$$\vec{F}_M = e \cdot \vec{v} \times \vec{B} = e \cdot (v\vec{j}) \times (B\vec{i}) = evB(\vec{j} \times \vec{i}) = -evB\vec{k}.$$

Por lo tanto, la fuerza magnética está en dirección negativa de OZ.

Para que el protón no se desvíe, la fuerza total que actúa sobre él debe ser cero:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_M = 0 \quad \Rightarrow \quad e\vec{E} - evB\vec{k} = 0.$$

Como $\vec{E}$ está en la dirección positiva de OZ, para que las fuerzas se cancelen, debe cumplirse:

$$eE - evB = 0 \quad \Rightarrow \quad E = vB.$$

Despejando la velocidad v:

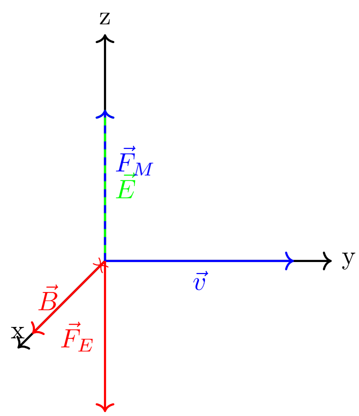
$$v = \frac{E}{B} = \frac{3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}}{0,60 \text{ T}} = 5,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

Por lo tanto, la solución es:

– **La fuerza aplicada por el campo eléctrico sobre el protón es $\vec{F}_E = e\vec{E}$.**
– **La fuerza aplicada por el campo magnético sobre el protón es $\vec{F}_M = -evB\vec{k}$.**
– **El protón no se desvía cuando la velocidad v cumple la condición $v = \dfrac{E}{B} = 5,0 \cdot 10^5$ m/s.**

b) Un electró que es mou amb una velocitat $\vec{v} = 5\times10^5\,\vec{\jmath}$ m/s entra en aquesta regió. L'electró es desviarà? En cas afirmatiu, indiqueu cap a quina direcció es desvia. Justifiqueu la resposta representant esquemàticament les forces que actuen sobre l'electró.

Representación esquemática:



Dado que el electrón tiene carga $q = -e$, las fuerzas se calculan de la siguiente manera:
– *Fuerza Eléctrica ($\vec{F}_E$):*
$$\vec{F}_E = q\vec{E} = -e\vec{E}.$$
Como $\vec{E}$ está en dirección positiva de OZ y q es negativo, la fuerza eléctrica está en dirección negativa de OZ.
– *Fuerza Magnética ($\vec{F}_M$):*
$$\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B} = -e(\vec{v} \times \vec{B}).$$
Dado que $\vec{v} = v\vec{j}$ y $\vec{B} = B\vec{i}$:
$$\vec{v} \times \vec{B} = v\vec{j} \times B\vec{i} = vB(\vec{j} \times \vec{i}) = -vB\vec{k}.$$
Entonces,
$$\vec{F}_M = -e(-vB\vec{k}) = evB\vec{k}.$$
La fuerza magnética está en dirección positiva de OZ.

Cálculo del campo eléctrico que actúa sobre el electrón:
$$E_1 = E_2 = \frac{k_e \cdot Q}{d^2},$$
donde $Q = 25,8 \cdot 10^{-6}$ C es la carga de cada esfera y $d = 1,00$ m es la distancia desde cada esfera al punto donde se encuentra el electrón. Sustituyendo los valores:
$$E_1 = E_2 = \frac{8,99 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2/\text{C}^{-2} \cdot 25,8 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(1,00 \text{ m})^2} = 2,32 \cdot 10^5 \text{ N/C}.$$
Dado que el electrón está equidistante a ambas esferas, el campo eléctrico total es la suma vectorial de los campos eléctricos individuales. Sin embargo, debido a que las cargas son positivas y el electrón tiene carga negativa, las direcciones de las fuerzas se suman:

$$\vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_E + \vec{F}_M = -eE\vec{k} + evB\vec{k} = e(vB - E)\vec{k}.$$

Sustituyendo los valores:

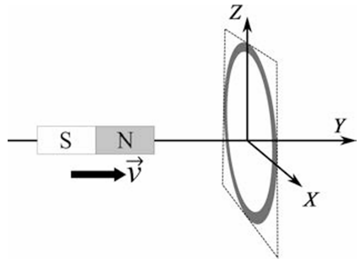
$$\vec{F}_{\text{Total}} = e(5 \cdot 10^5 \text{ m/s} \cdot 0,60 \text{ T} - 3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C})\vec{k} = e(3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C} - 3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C})\vec{k} = 0 \ \vec{k}.$$

Vemos que la fuerza total que actúa sobre el electrón es nula, por lo que no se desviará.

Por lo tanto, la solución es:
- **El módulo del campo eléctrico que actúa sobre el electrón es $\mathbf{4,02 \cdot 10^5}$ N/C.**
- **El módulo de la aceleración del electrón en ese instante es $\mathbf{7,07 \cdot 10^{16}}$ m/s^2.**
- **El electrón no se desviará ya que la fuerza total que actúa sobre él es nula.**

Problema 6

Un imant es mou amb una velocitat $\vec{v}$ en l'eix Y cap a una espira conductora en el pla XZ, com s'observa a la figura. Els pols de l'imant són els que s'indiquen en la figura.



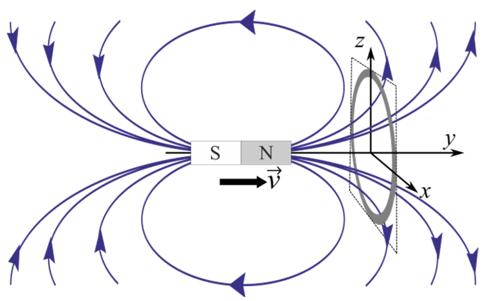
a) **Dibuixeu 8 línies de camp magnètic de l'imant de manera que algunes línies travessin l'espira. Indiqueu clarament el sentit de les línies de camp. S'indueix un corrent a l'espira a causa del moviment de l'imant? En cas afirmatiu, indiqueu el sentit del corrent induït. Justifiqueu la resposta.**

b) **Si ara movem l'imant en sentit oposat, de manera que s'allunya de l'espira, es produirà alguna força entre l'imant i l'espira? En cas afirmatiu, quin sentit tindrà aquesta força? Justifiqueu la resposta.**

Solución:

a) **Dibuixeu 8 línies de camp magnètic de l'imant de manera que algunes línies travessin l'espira. Indiqueu clarament el sentit de les línies de camp. S'indueix un corrent a l'espira a causa del moviment de l'imant? En cas afirmatiu, indiqueu el sentit del corrent induït. Justifiqueu la resposta.**

Dibujo de las líneas de campo magnético:



Las líneas de campo magnético del imán salen del polo norte y entran por el polo sur. Algunas de estas líneas atraviesan la espira, como se muestra en el dibujo. Al mover el imán hacia la espira, el flujo magnético Φ_B a través de ésta aumenta debido al incremento del campo magnético $\vec{B}$. Según la Ley de Faraday, una variación en el flujo magnético induce una fuerza electromotriz (f.e.m.) en la espira dada por:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Por lo tanto, se induce una corriente eléctrica en la espira. De acuerdo con la Ley de Lenz, el sentido de la corriente inducida es tal que el campo magnético que crea se opone al aumento del flujo magnético. Como el flujo está aumentando, el campo magnético inducido debe tener sentido opuesto al campo del imán. Usando la regla de la mano derecha, el sentido de la corriente inducida en la espira es antihorario cuando se mira desde el lado por donde se acerca el imán.

Por lo tanto, el sentido de la corriente inducida en la espira es antihorario cuando se mira desde el lado por donde se acerca el imán.

Si ara movem l'imant en sentit oposat, de manera que s'allunya de l'espira, es produirà alguna força entre l'imant i l'espira? En cas afirmatiu, quin sentit tindrà aquesta força? Justifiqueu la resposta.

Si el imán se mueve en sentido opuesto, alejándose de la espira, el flujo magnético Φ_B a través de ésta disminuye. Según la Ley de Faraday, esta variación también induce una f.e.m. y una corriente en la espira. La Ley de Lenz indica que la corriente inducida generará un campo magnético que se opone a la disminución del flujo.

Por lo tanto, el campo magnético inducido tendrá el mismo sentido que el campo del imán. Esto resulta en una fuerza atractiva entre el imán y la espira. La espira ejerce una fuerza sobre el imán para oponerse a su alejamiento, atrayéndolo.