

Rodzaj dokumentu:	Zasady oceniania rozwiązań zadań
Egzamin:	Egzamin maturalny
Przedmiot:	Matematyka
Poziom:	Poziom podstawowy

Zasady oceniania są zgodne z podstawą programową kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej z 2024 r., <https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/download.xsp/WDU20240001019/O/D20241019.pdf> (dostęp: 20.09.2024).

Uwagi:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający, rozwiązując zadanie otwarte, popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n - 1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	Zdający: I.1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 3. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia [...].

Zasady oceniania

2 pkt – przekształcenie wyrażenia do postaci $5(2k^2 + 4k + 2) + 3$

ALBO

przekształcenie wyrażenia do postaci $10(k^2 + 2k + 1) + 3$ oraz zapisanie, że wyrażenie $10(k^2 + 2k + 1)$ jest podzielne przez 5 lub liczba 10 jest podzielna przez 5

ALBO

przekształcenie wyrażenia do postaci $10k^2 + 20k + 13$ oraz zapisanie, że składniki $10k^2$ oraz $20k$, a reszta z dzielenia liczby 13 przez 5 jest równa 3

1 pkt – zapisanie wyrażenia tylko w postaci $10k^2 + 20k + 13$,

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Uwaga:

Jeśli zdający sprawdza prawdziwość tezy tylko dla wybranych wartości k , to otrzymuje 0 punktów za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

$$(3k + 2)^2 + (k + 3)^2 + 2k = 9k^2 + 12k + 4 + k^2 + 6k + 9 + 2k = 10k^2 + 20k + 13 = 5(2k^2 + 4k + 2) + 3$$

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	Zdający: I.9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

C

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	Zdający: II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: III.3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: III.1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, tym np. przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

C

Zadanie 8. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: III.5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.

Zasady oceniania

2 pkt – wyznaczenie wszystkich rozwiązań równania: $x = \sqrt{11}$, $x = -\sqrt{11}$, $x = 0$, $x = \frac{4}{5}$

1 pkt – wykorzystanie własności iloczynu i zapisanie dwóch równań $3x^2 - 33 = 0$ oraz

$$5x^2 - 4x = 0$$

ALBO

– obliczenie lub podanie rozwiązania jednego z równań $x^2 - 33 = 0$ lub $5x^2 - 4x = 0$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody lub brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

$$(3x^2 - 33)(5x^2 - 4x) = 0$$

$$3x^2 - 33 = 0 \text{ lub } 5x^2 - 4x = 0$$

$$3x^2 = 33$$

$$x(5x - 4) = 0$$

$$x^2 = 11$$
$$x = 0 \text{ lub } 5x - 4 = 0$$
$$x = \sqrt{11} \text{ lub } x = -\sqrt{11}$$
$$x = 0 \text{ lub } x = \frac{4}{5}$$

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: IV.2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: V.4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały [...].

Zasady oceniania

2 pkt – wybranie dwóch poprawnych odpowiedzi

1 pkt – wybranie jednej lub dwóch odpowiedzi, z których jedna jest poprawna

0 pkt – odpowiedź całkowicie niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

1. C, 2. D

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: V.5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

FF

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: V.6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

C

Zadanie 13.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: V.8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 13.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: V.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

PP

Zadanie 13.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: V.12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$ [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

C

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa.	Zdający: V.2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

D

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: VI.1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

PF

Zadanie 16. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: VI.2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne zapisanie wartości czwartego wyrazu ciągu; $b_4 = 87$

0 pkt – błędne rozwiązanie lub brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

$$\begin{cases} b_1 = 3 \\ b_{n+1} = 4b_n - 5 \end{cases}$$
$$b_2 = 4 \cdot 3 - 5 = 7$$
$$b_3 = 4 \cdot 7 - 5 = 23$$
$$b_4 = 4 \cdot 23 - 5 = 87$$

Zadanie 17. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: VI.4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B1

Zadanie 18. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie $a_1 = 23$

1 pkt – zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć a_1 , np.:

$$a_1 + 3r = 11 \text{ oraz } a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r + a_1 + 3r = 68$$

$$a_1 + 3r = 11 \text{ oraz } 68 = \frac{a_1 + a_1 + 3r}{2} \cdot 4$$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

$$\begin{cases} a_1 + 3r = 11 \\ a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r + a_1 + 3r = 68 \\ a_1 + 3r = 11 \\ 4a_1 + 6r = 68 \\ -2a_1 - 6r = -22 \\ 4a_1 + 6r = 68 \end{cases}$$

$$2a_1 = 46$$

$$a_1 = 23$$

Zadanie 19. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: VII.2) korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 20.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	VII.3) stosuje twierdzenia [...] wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie wzoru na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$ i uzyskanie poprawnego wyniku:
 $P = 21\sqrt{15}$

1 pkt – obliczenie sinusa największego kąta tego trójkąta $\sin \gamma = \frac{\sqrt{15}}{4}$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Obliczenie sinusa największego kąta tego trójkąta:

$$\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\sin^2 \gamma + \frac{1}{16} = 1$$

$$\sin^2 \gamma = \frac{15}{16}$$

$$\sin \gamma = \frac{\sqrt{15}}{4} \text{ lub } \sin \gamma = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Sinus kąta rozwartego jest dodatni, więc $\sin \gamma = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 21\sqrt{15}$$

Zadanie 20.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: VII.3) stosuje twierdzenie cosinusów [...].

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie cosinusa najmniejszego kąta trójkąta; $\cos \alpha = \frac{308}{448}$

1 pkt – zastosowanie twierdzenia cosinusów i zapisanie równania

$$12^2 = 14^2 + 16^2 - 2 \cdot 14 \cdot 16 \cdot \cos \alpha$$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Z twierdzenia cosinusów $12^2 = 14^2 + 16^2 - 2 \cdot 14 \cdot 16 \cdot \cos \alpha$

$$448 \cdot \cos \alpha = 308$$

$$\cos \alpha = \frac{308}{448}$$

Zadanie 21. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: VIII.12) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 22.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, [...] oraz korzysta z ich własności.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

C

Zadanie 22.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: [...] środek ciężkości oraz korzysta z ich własności.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie odległości środka ciężkości tego trójkąta od wierzchołka C: $|CS| = \frac{\sqrt{14}}{3}$

1 pkt – zapisanie zależności wynikającej z własności środka ciężkości, np.: $|CS| = \frac{2}{3}|CO|$, gdzie S jest środkiem ciężkości trójkąta, a O – środkiem przeciwprostokątnej AB trójkąta

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przyjmijmy oznaczenia:

S – środek ciężkości trójkąta

O – środek przeciwprostokątnej AB trójkąta

$$|CS| = \frac{2}{3}|CO|$$

$$\text{W trójkącie prostokątnym } |CO| = \frac{1}{2}|AB| = \frac{1}{2}\sqrt{14}$$

$$|CS| = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{14} = \frac{\sqrt{14}}{3}$$

Zadanie 23. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: VIII.11) przeprowadza dowody geometryczne.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody oraz wykazanie, że w podanym trójkącie prostokątnym ABC

$$\text{prawdziwa jest zależność } |DE| = \frac{3}{4}|AC|$$

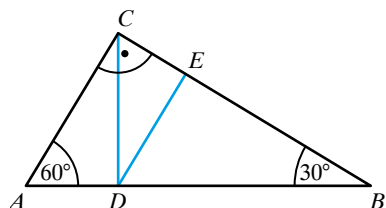
1 pkt – określenie związku zależności między długościami odcinków AC oraz AD : $|AD| = \frac{1}{2}|AC|$

ALBO

– określenie związku zależności między długościami odcinków AC oraz CE : $|CE| = \frac{\sqrt{3}}{4}|AC|$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie



Z treści zadania $|\angle BAC| = 60^\circ$, więc $|\angle ABC| = 30^\circ$

W trójkącie ABC prawdziwa jest zależność $\sin \angle ABC = \frac{|AC|}{|AB|}$, stąd $\frac{1}{2} = \frac{|AC|}{|AB|}$,

więc $|AB| = 2|AC|$

W trójkącie ADC $|\angle DCA| = 30^\circ$

$\sin \angle DCA = \frac{|AD|}{|AC|}$, zatem $\frac{1}{2} = \frac{|AD|}{|AC|}$,

więc $|AD| = \frac{1}{2}|AC|$

Zatem $|BD| = |AB| - |AD| = \frac{3}{2}|AC|$

Trójkąt BED jest prostokątny, zatem $\triangle BED \sim \triangle BCA$ (kkk).

Zachodzi zależność: $\frac{|DE|}{|AC|} = \frac{|BD|}{|AB|}$

$\frac{|DE|}{|AC|} = \frac{3|AC|}{2|AC|}$, zatem $\frac{|DE|}{|AC|} = \frac{3}{4}$, więc $|DE| = \frac{3}{4}|AC|$

Zadanie 24. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: IX.1) [...] znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje; IX.2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak np. przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość do innej prostej).

Zasady oceniania

3 pkt – zastosowanie poprawnej metody i wyznaczenie współrzędnych punktu $P = (11, -1)$

2 pkt – wyznaczenie równań prostej AB : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ oraz prostej k : $y = -\frac{3}{2}x + \frac{31}{2}$

1 pkt – wyznaczenie równania prostej AB : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$

ALBO

– wyznaczenie równania prostej k : $y = -\frac{3}{2}x + \frac{31}{2}$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wyznaczamy równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (-1, 3)$, $B = (5, 1)$

$$\begin{cases} 3 = -a + b \\ 1 = 5a + b \end{cases}$$

Stąd $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{8}{3}$, więc prosta AB : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$

Wyznaczamy równanie prostej k równoległej do prostej zawierającej przekątną BD równoległoboku

$$y = -\frac{3}{2}x + b$$

Podstawiamy współrzędne punktu $C = (7, 5)$:

$$5 = -\frac{3}{2} \cdot 7 + b, \text{ stąd } b = \frac{31}{2}, \text{ a prosta } k \text{ ma równanie } k: y = -\frac{3}{2}x + \frac{31}{2}$$

Punkt P jest punktem przecięcia prostej k oraz przechodzącej przez punkty A, B , więc rozwiązując

$$\text{układ } \begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3} \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{31}{2} \end{cases}, \text{ otrzymujemy współrzędne punktu } P = (11, -1)$$

Zadanie 25. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: IX.4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 26. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: X.5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 27. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: SP(VII-VIII) XI.1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

D

Zadanie 28. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: X.6) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawny wynik: $\frac{8}{27}$

0 pkt – błędne rozwiązanie lub brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Dla walca W_1 objętość $V_1 = 288\pi$ oraz promień podstawy $r_1 = 6$, więc $288\pi = \pi \cdot 36 \cdot h_1$ czyli $h_1 = 8$, a $P_1 = 96\pi$

Dla walca W_2 , pole powierzchni bocznej $P_2 = 216\pi$

Walec W_2 jest podobny do walca W_1

$$k^2 = \frac{P_1}{P_2} = \frac{96\pi}{216\pi} = \frac{4}{9}$$

$$k = \frac{2}{3}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = k^3 = \frac{8}{27}$$

Zadanie 29. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: XI.1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

B

Zadanie 30. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi

Rozwiązanie

A

Zadanie 31. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: XII.1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia A i uzyskanie poprawnego wyniku: $P(A) = \frac{14}{42}$

1 pkt – wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych lub obliczenie/podanie liczby tych zdarzeń: $|\Omega| = 42$
ALBO

– wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A :

$\{(11, 13), (11, 16), (12, 15), (13, 11), (13, 14), (13, 17), (14, 13), (14, 16), (15, 12), (16, 11), (16, 14), (16, 17), (17, 13), (17, 16)\}$ i niewypisanie żadnego niewłaściwego lub podanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A : $|A| = 14$, o ile nie zostały zliczone błędne pary

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

$$|\Omega| = 7 \cdot 6 = 42$$

$$A = \{(11, 13), (11, 16), (12, 15), (13, 11), (13, 14), (13, 17), (14, 13), (14, 16), (15, 12), (16, 11), (16, 14), (16, 17), (17, 13), (17, 16)\}$$

$$|A| = 14$$

$$P(A) = \frac{14}{42}$$

Zadanie 32. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: XIII) rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie $W\left(\frac{2}{3}\right) = -14\frac{1}{3}$

3 pkt – obliczenie wartości $x = \frac{2}{3}$, dla której funkcja $W(x)$ przyjmuje wartość najmniejszą

2 pkt – zapisanie wyrażenia W w zależności od jednej zmiennej w postaci: $W(x) = 3x^2 - 4x - 13$

1 pkt – zapisanie poprawnie wyrażenia $W = 2y + 3(x-1)^2$ oraz zależności między liczbami x i y :
 $x - y = 8$

0 pkt – rozwiązanie z zastosowaniem błędnej metody albo brak rozwiązania

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wyrażenie W , które jest sumą podwojonej liczby y oraz potrojonego kwadratu liczby x zmniejszonej o jeden, zapisujemy za pomocą wzoru $W = 2y + 3(x-1)^2$

Wykorzystujemy zależność, że różnica dwóch liczb x i y jest równa 8 oraz $x > y$, więc:

$x - y = 8$, stąd $y = x - 8$

Zatem $W(x) = 2(x-8) + 3(x^2 - 2x + 1) = 3x^2 - 4x - 13$

Korzystając z własności funkcji kwadratowej, obliczamy wartości x , dla której funkcja $W(x)$ przyjmuje

wartość najmniejszą: $x = \frac{-(-4)}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

Obliczamy tę najmniejszą wartość: $W\left(\frac{2}{3}\right) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} - 13 = -14\frac{1}{3}$