

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to

**E-100.**

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

# EGZAMIN MATURALNY

## MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

### TEST DIAGNOSTYCZNY

TERMIN: **marzec 2021 r.**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

☐ nieprzenoszenia  
zaznaczeń na kartę

☐ dostosowania  
zasad oceniania

☐ dostosowania w zw.  
z dyskalkulią.



EMAP-R0-**100**-2103

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba  $\log_2 9$  jest równa

A.  $\frac{1}{\log_3 4}$

B.  $\log_3 4$

C.  $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$

D.  $\log_3 \sqrt{2}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

A.  $\frac{2}{18}$

B.  $\frac{15}{23}$

C.  $\frac{8}{23}$

D.  $\frac{5}{18}$

**Zadanie 3. (0–1)**

Prosta dana równaniem  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 5$  w punkcie

A.  $(-1, 6)$

B.  $(0, 5)$

C.  $(1, 5)$

D.  $(2, 3)$

**Zadanie 4. (0–1)**

Liczba  $x$  jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Liczba  $y$  jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie  $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ .

Wynika stąd, że liczba  $x - y$  jest równa

A. 0

B.  $\sqrt{3}$

C.  $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

D. 3

## This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

### Zadanie 5. (0–2)

Oblicz, ile jest liczb dziesięciocyfrowych takich, że suma cyfr w każdej z tych liczb jest równa 13 i żadna cyfra nie jest zerem.

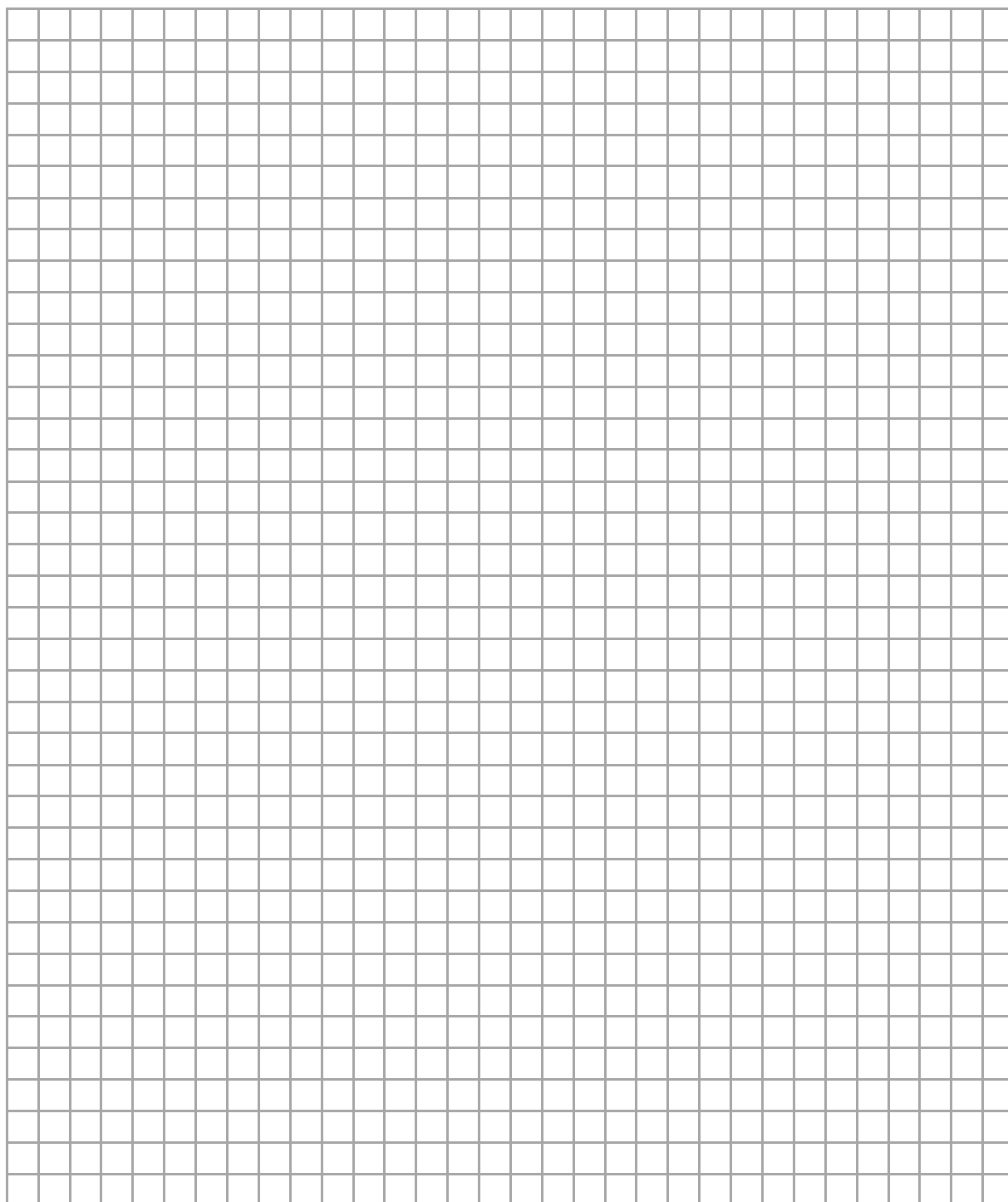
W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

**Zadanie 6. (0–3)**

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  większej od 2 i dla każdej liczby rzeczywistej  $y$  prawdziwa jest nierówność  $5x^2 - 6xy + 3y^2 - 2x - 4 > 0$ .

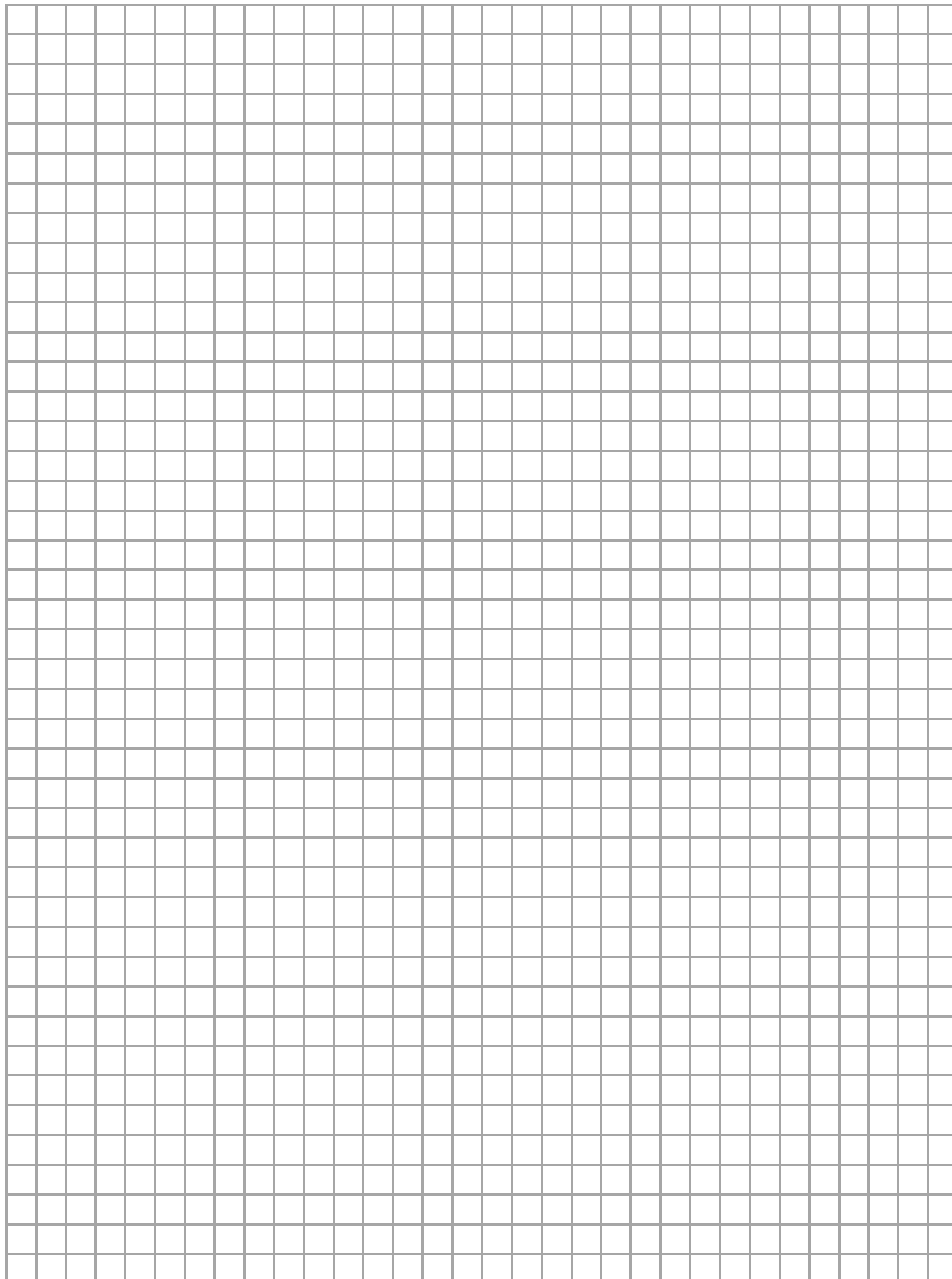


|                         |                     |    |    |
|-------------------------|---------------------|----|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 5. | 6. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 2  | 3  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |    |

**Zadanie 7. (0–4)**

Rozwiąż równanie:

$$\sin\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) \cdot \cos\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

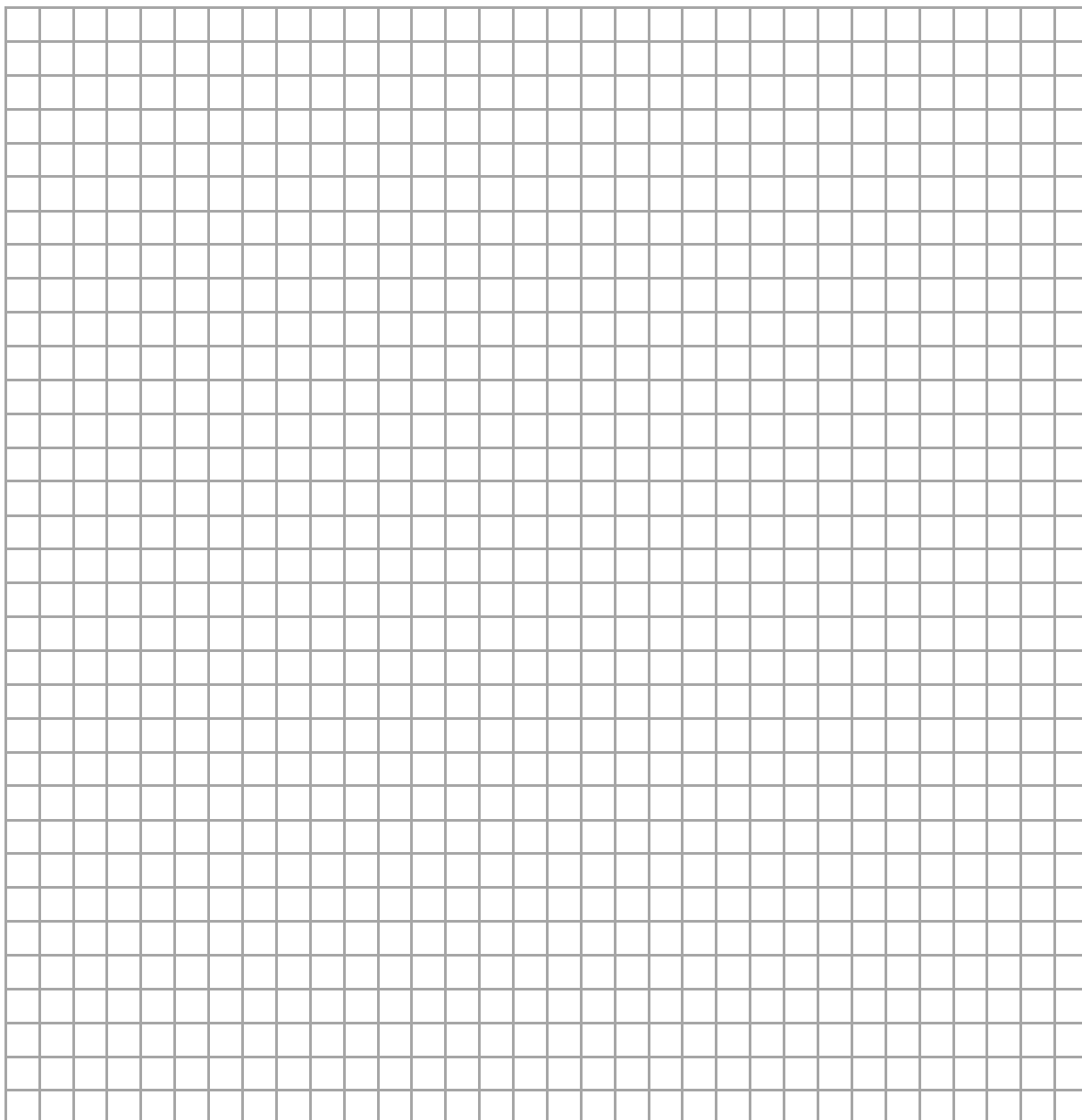
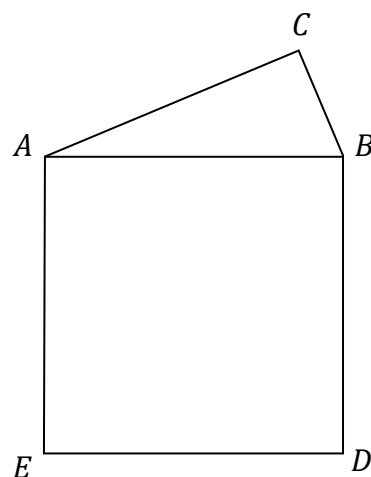
Odpowiedź: .....

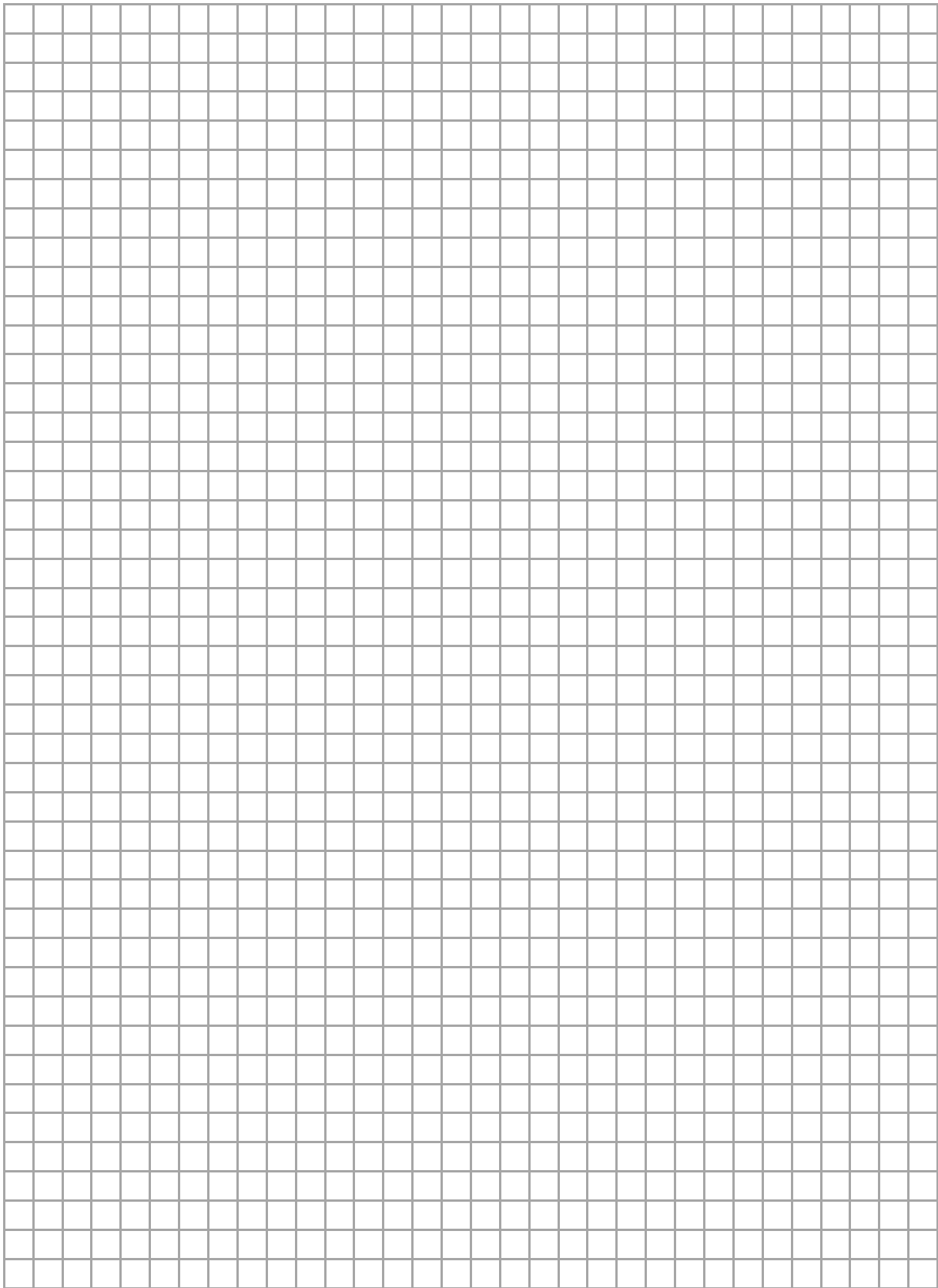
|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>7.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 8. (0–4)**

Na przeciwprostokątnej  $AB$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  zbudowano kwadrat  $ABDE$  (zobacz rysunek). Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy  $k$ .

Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa  $\frac{1}{2k}$ .

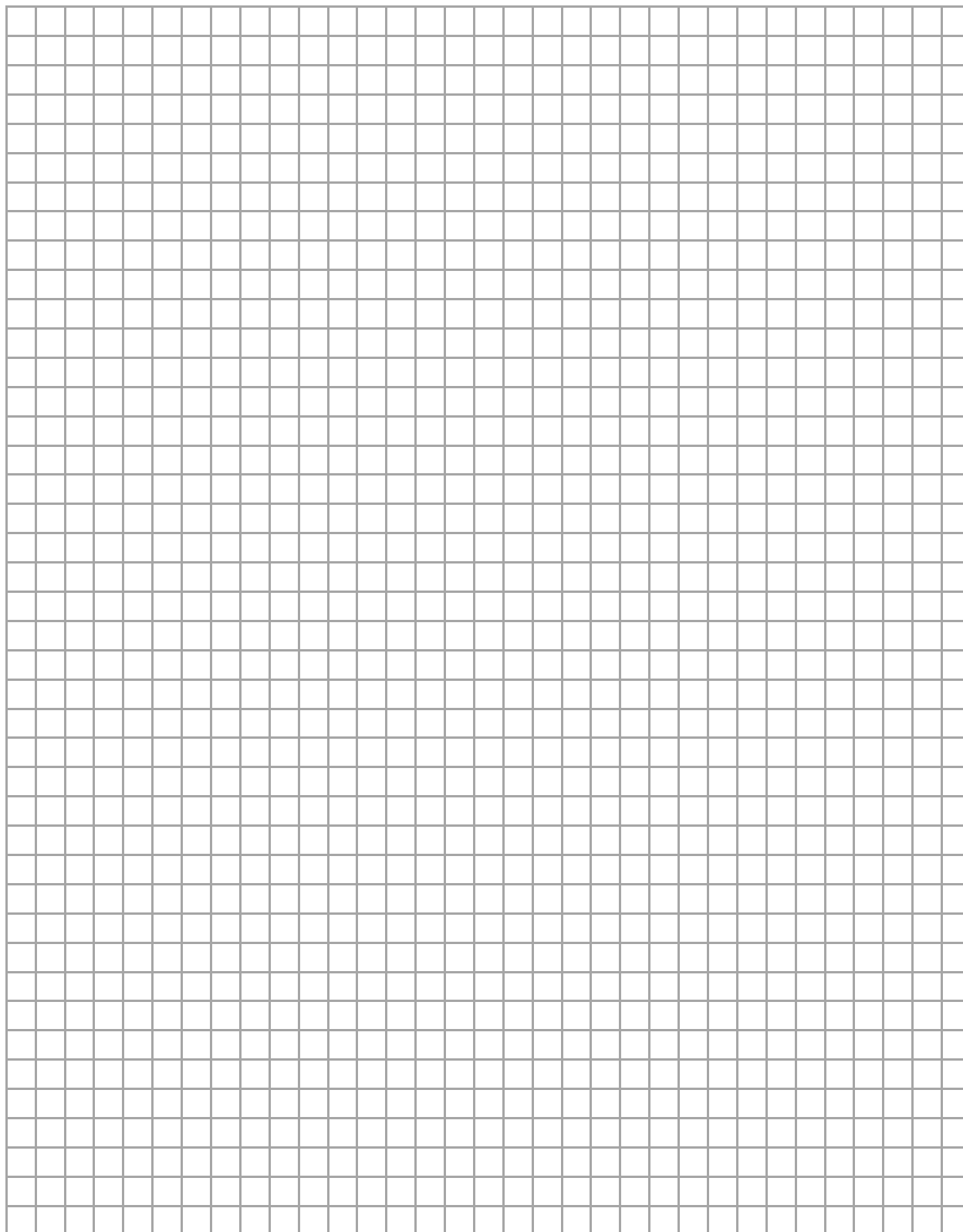


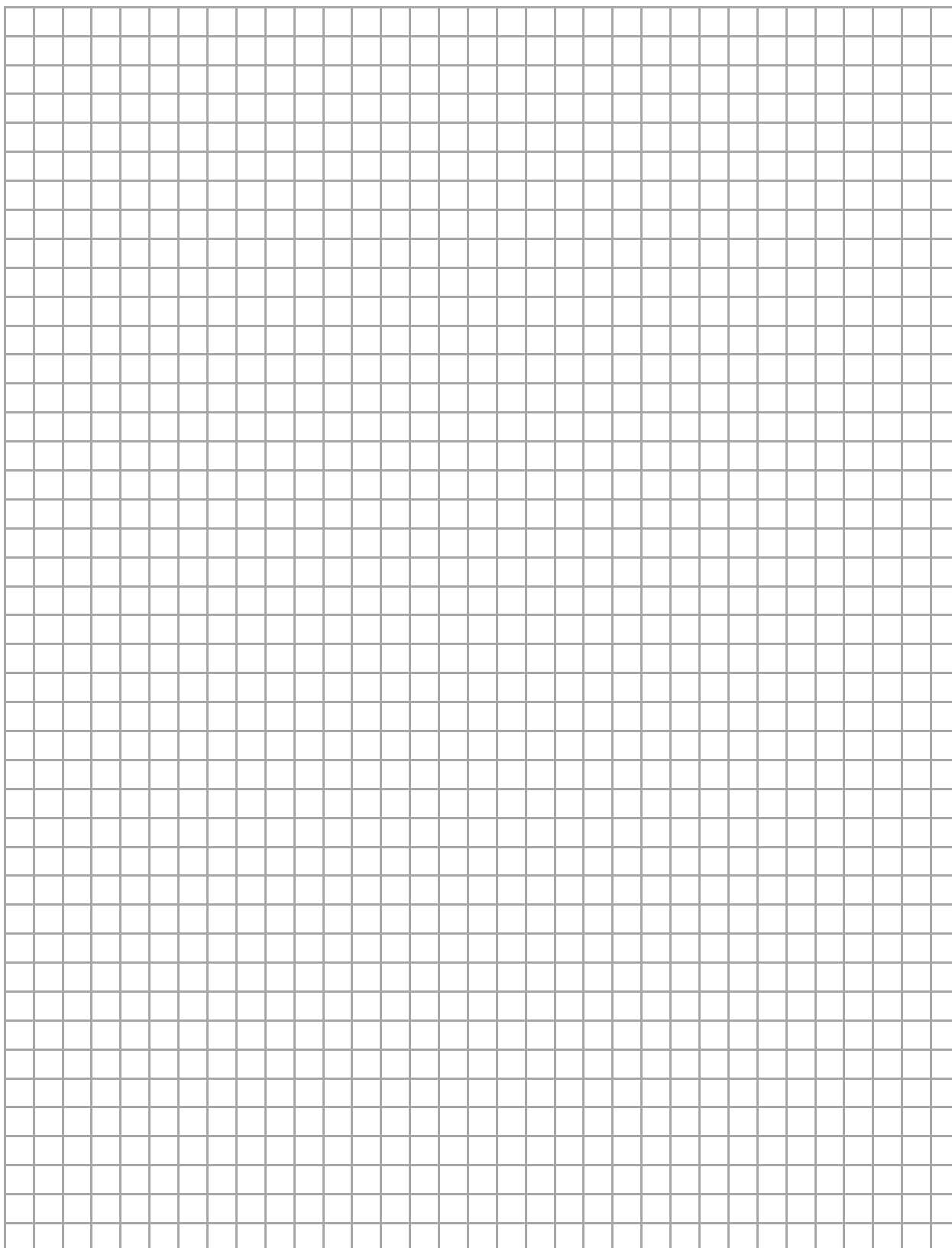


|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>8.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 9. (0–4)**

Czworokąt  $ABCD$  jest wpisany w okrąg o promieniu  $R = 5\sqrt{2}$ . Przekątna  $BD$  tego czworokąta ma długość 10. Kąty wewnętrzne  $BAD$  i  $ADC$  czworokąta  $ABCD$  są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy  $\frac{3}{8}$ . Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.



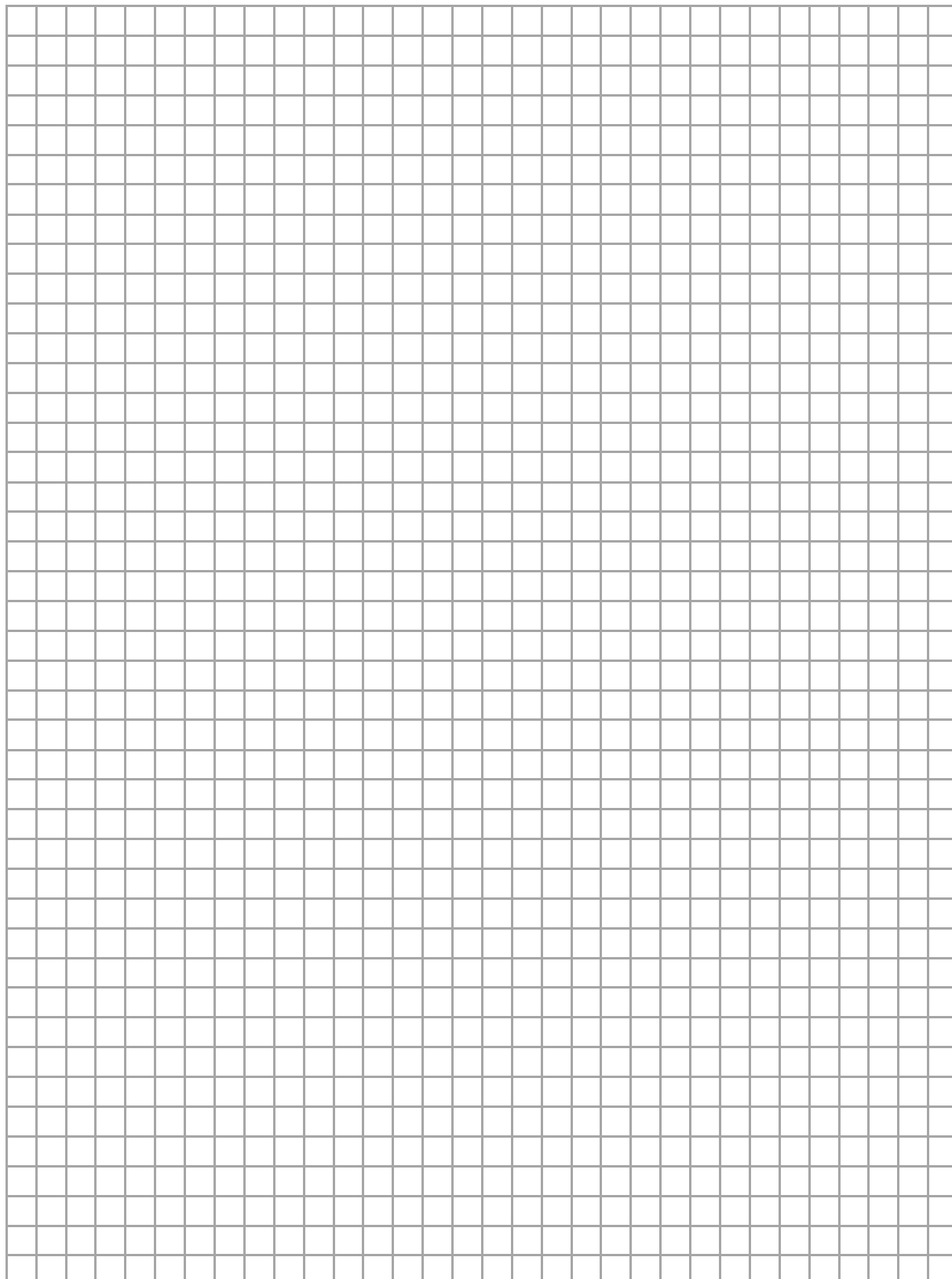


Odpowiedź: .....

|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>9.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 10. (0–4)**

Reszty z dzielenia wielomianu  $W(x) = x^4 + bx^3 + cx^2$  przez dwumiany  $(x - 2)$  i  $(x - 3)$  są odpowiednio równe  $(-8)$  oraz  $(-18)$ . Oblicz resztę z dzielenia wielomianu  $W$  przez dwumian  $(x - 4)$ .

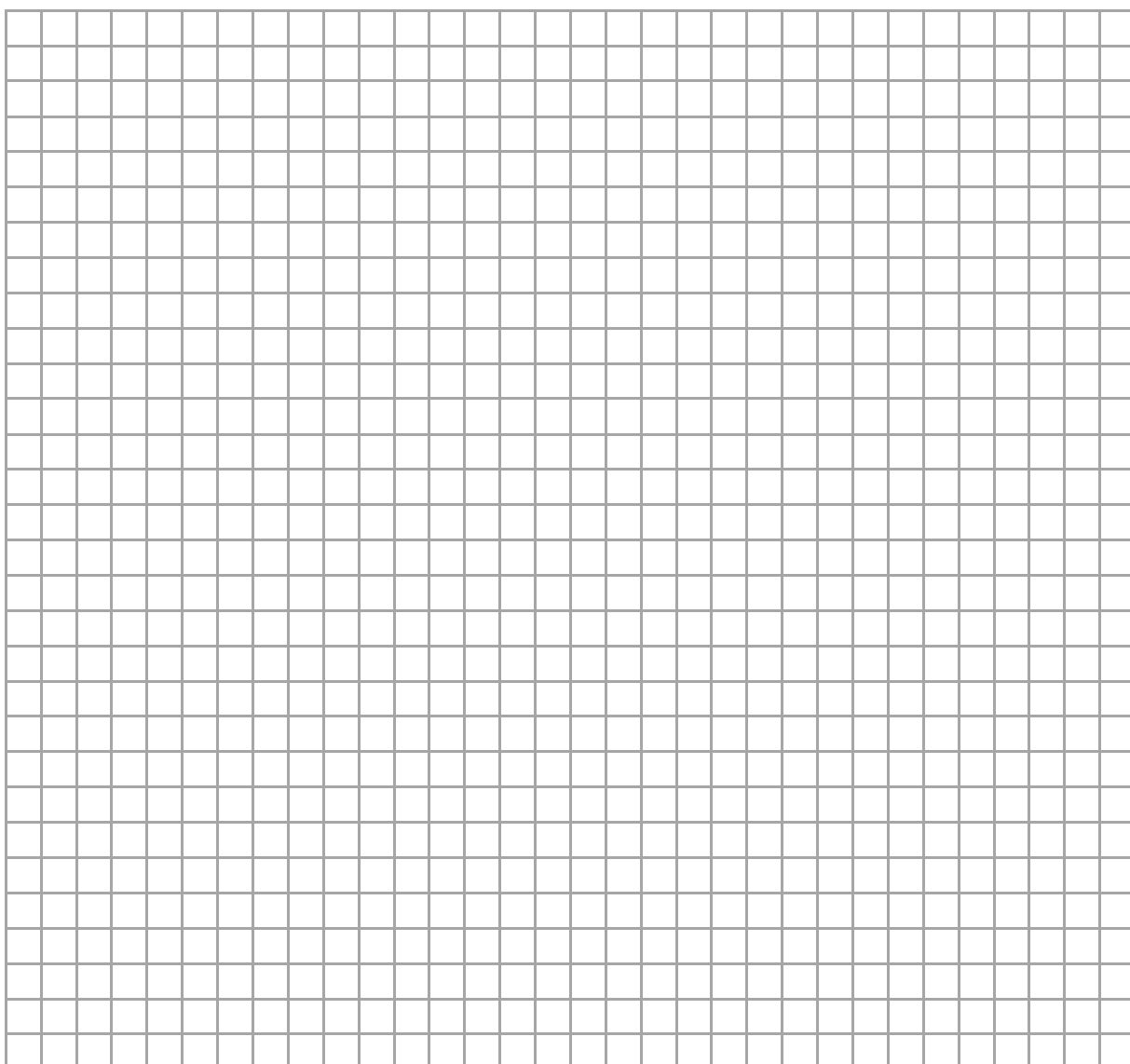
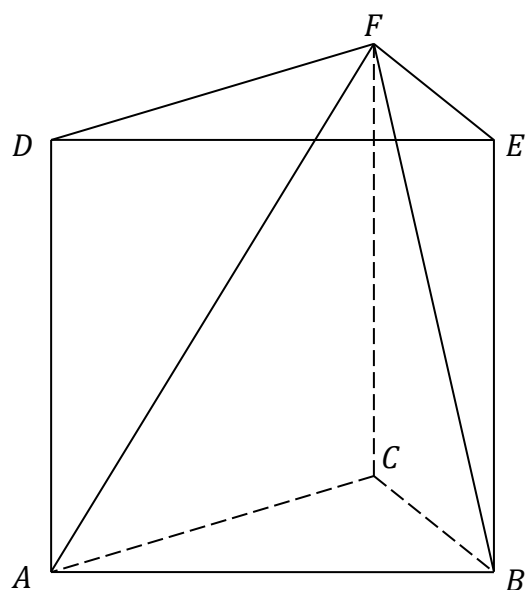


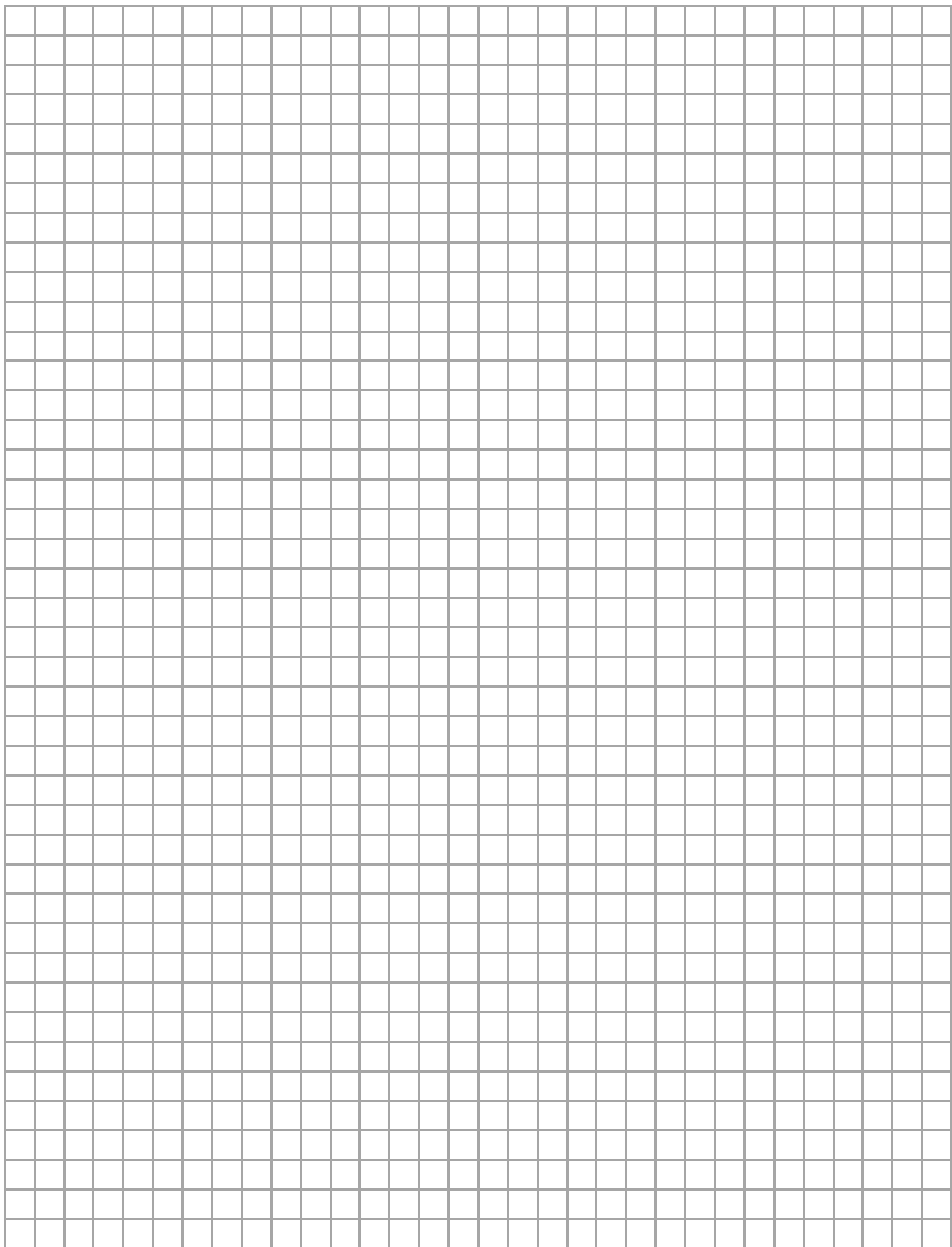


**Zadanie 11. (0–4)**

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny  $ABCDEF$ . Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).

Oblicz sinus kąta  $AFB$ .



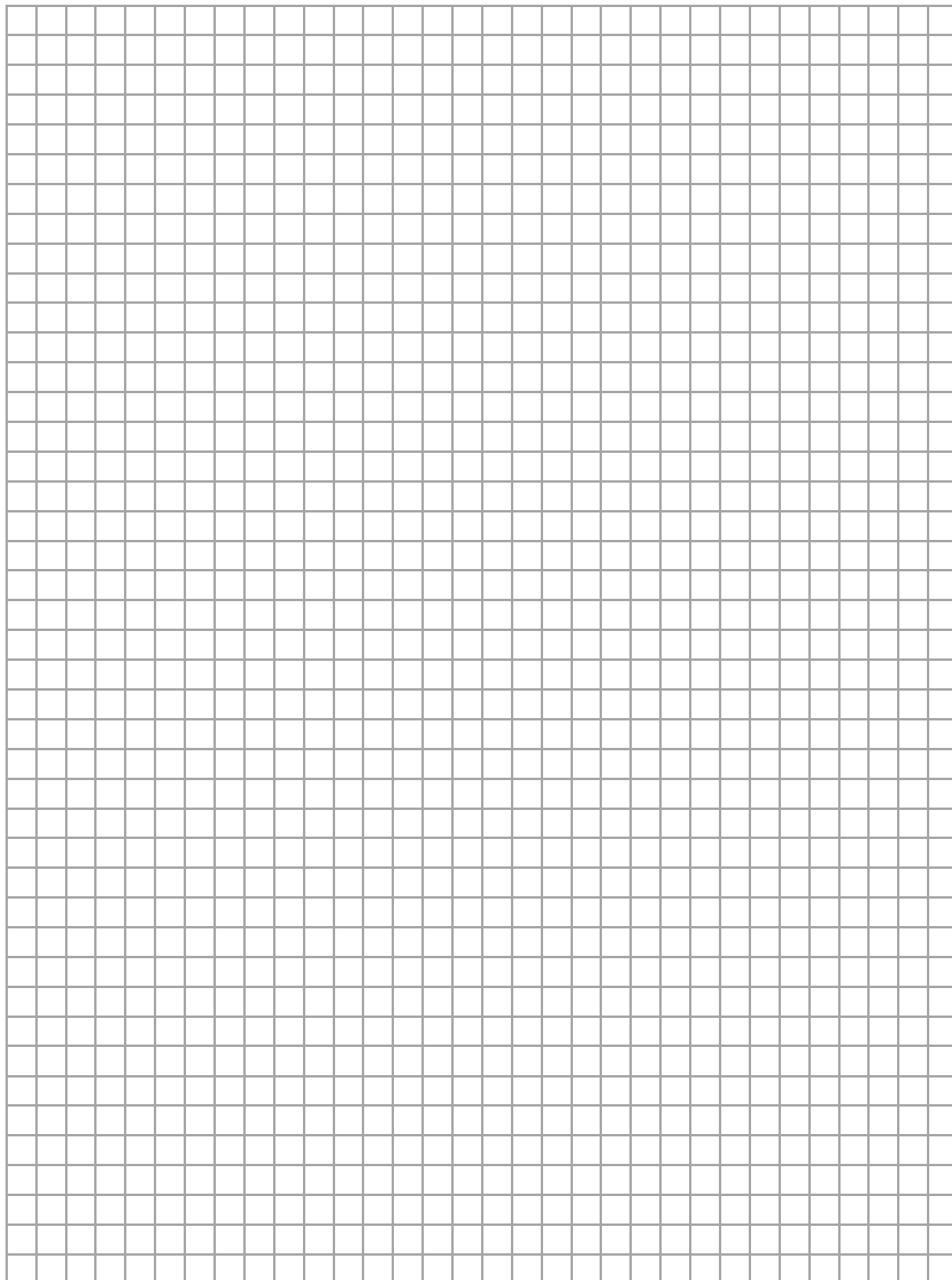


Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>11.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 12. (0–5)**

Czterowyzowy ciąg  $(a, b, c, d)$  jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg  $(a + 100, b, c)$  jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu  $(a, b, c, d)$ .



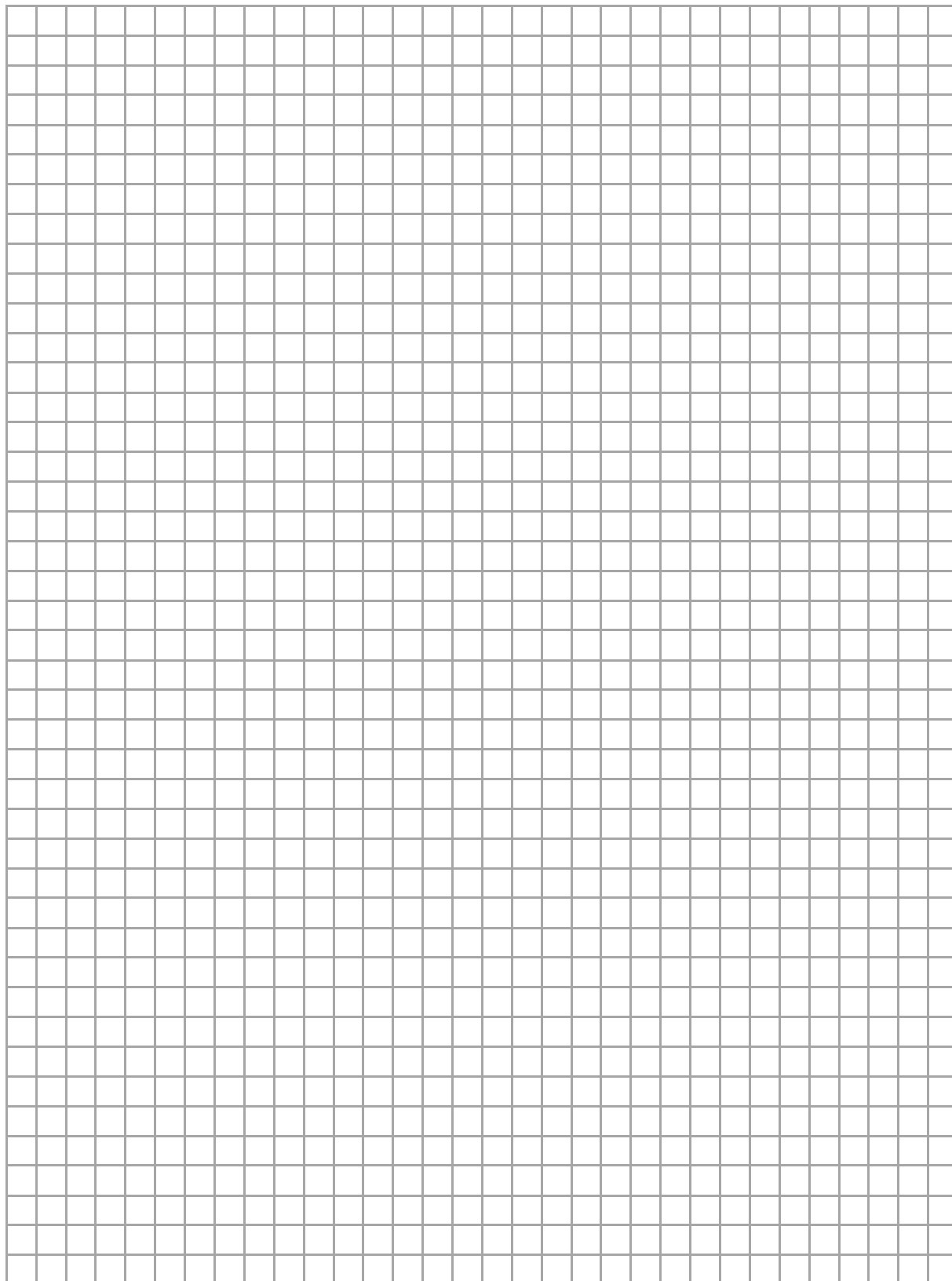
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

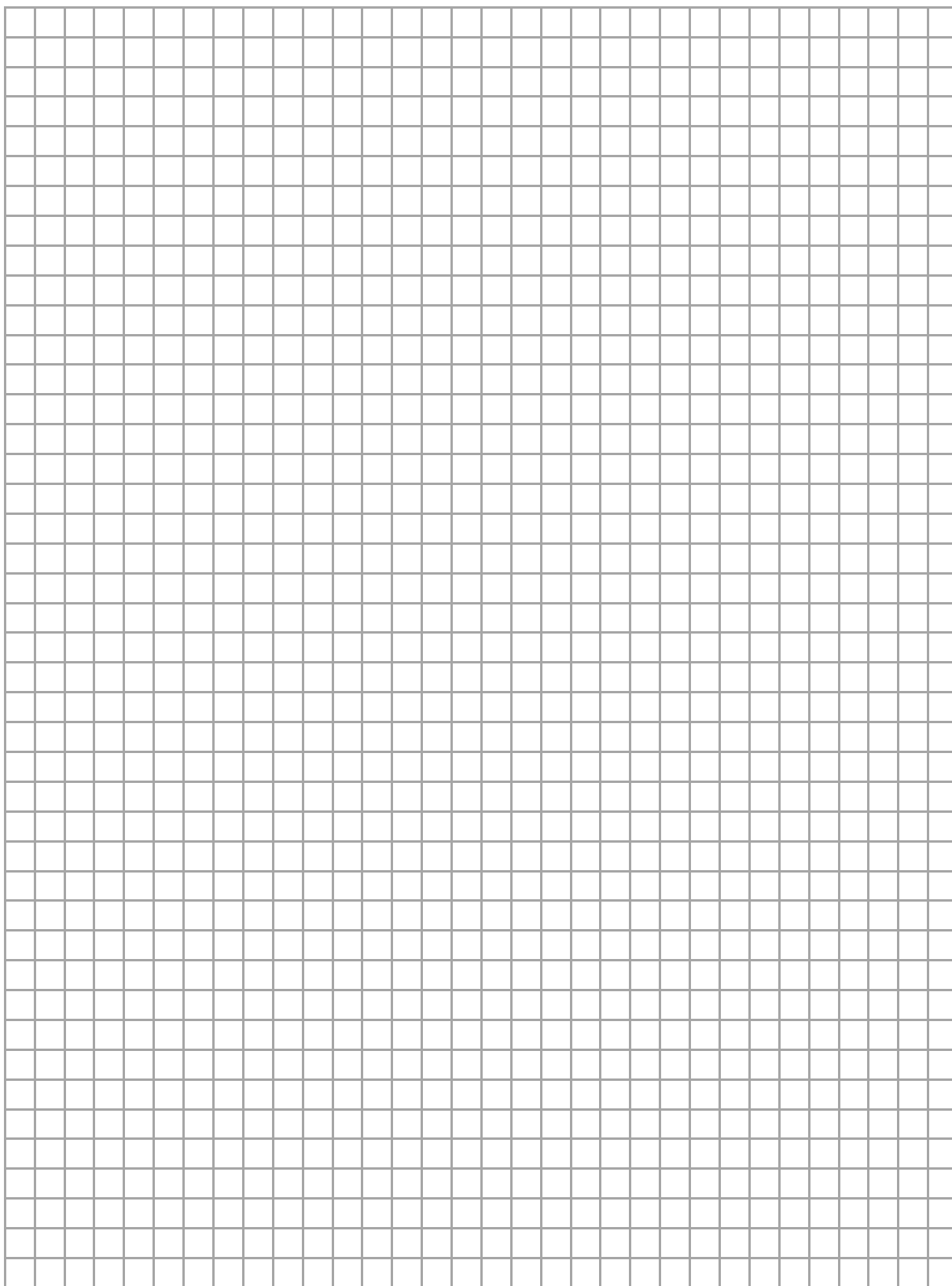
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>12.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 13. (0–5)**

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach:  $y = x + b$ ,  $y = x + 2b$ ,  $y = b$ ,  $y = 2$ , gdzie liczba rzeczywista  $b$  spełnia warunki:  $b \neq 2$  i  $b \neq 0$ . Wyznacz wszystkie wartości parametru  $b$ , dla których pole tego równoległoboku jest równe 1.



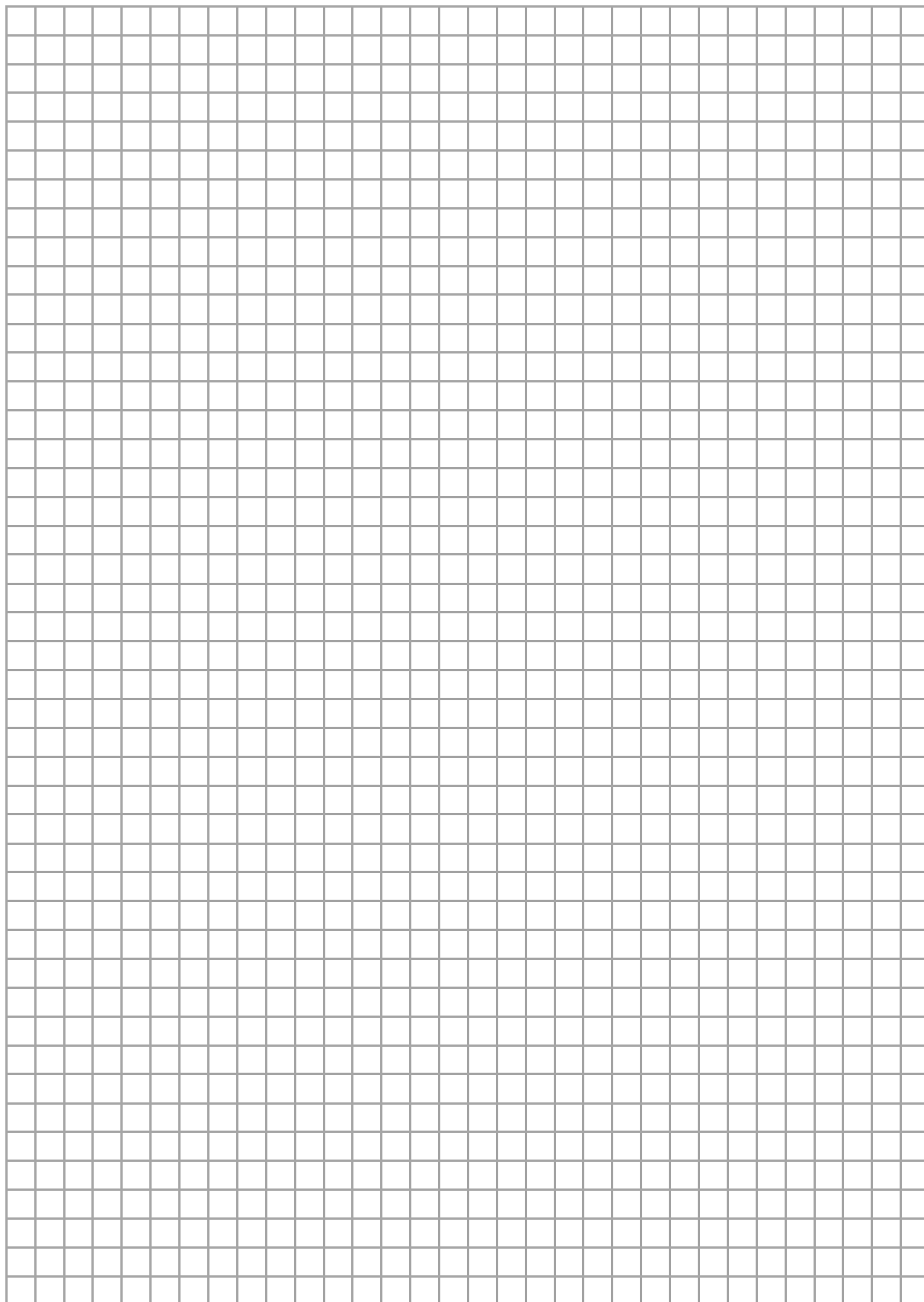


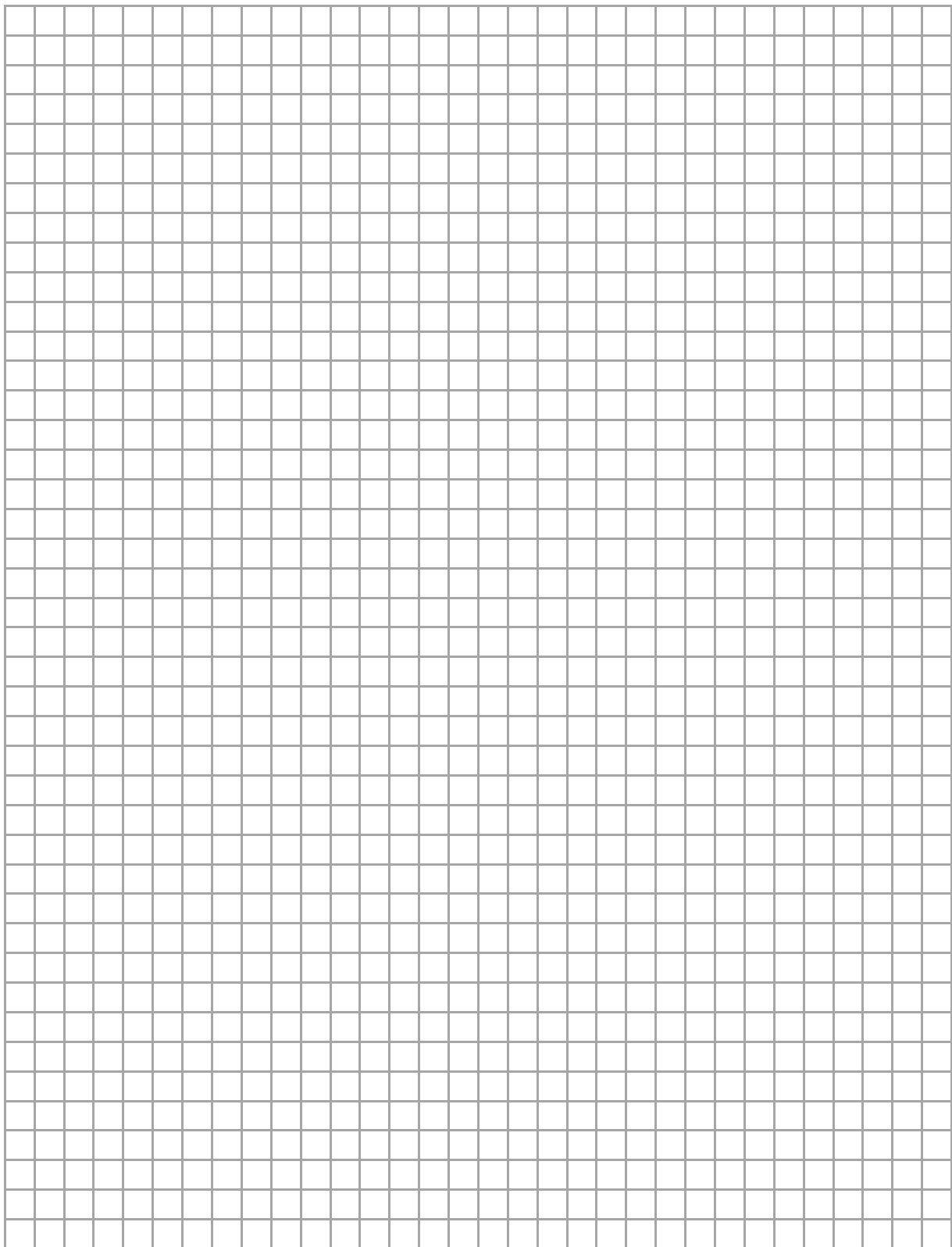
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>13.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 14. (0–5)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których równanie  $x^2 - 2ax + a^3 - 2a = 0$  ma dwa różne rozwiązania dodatnie.



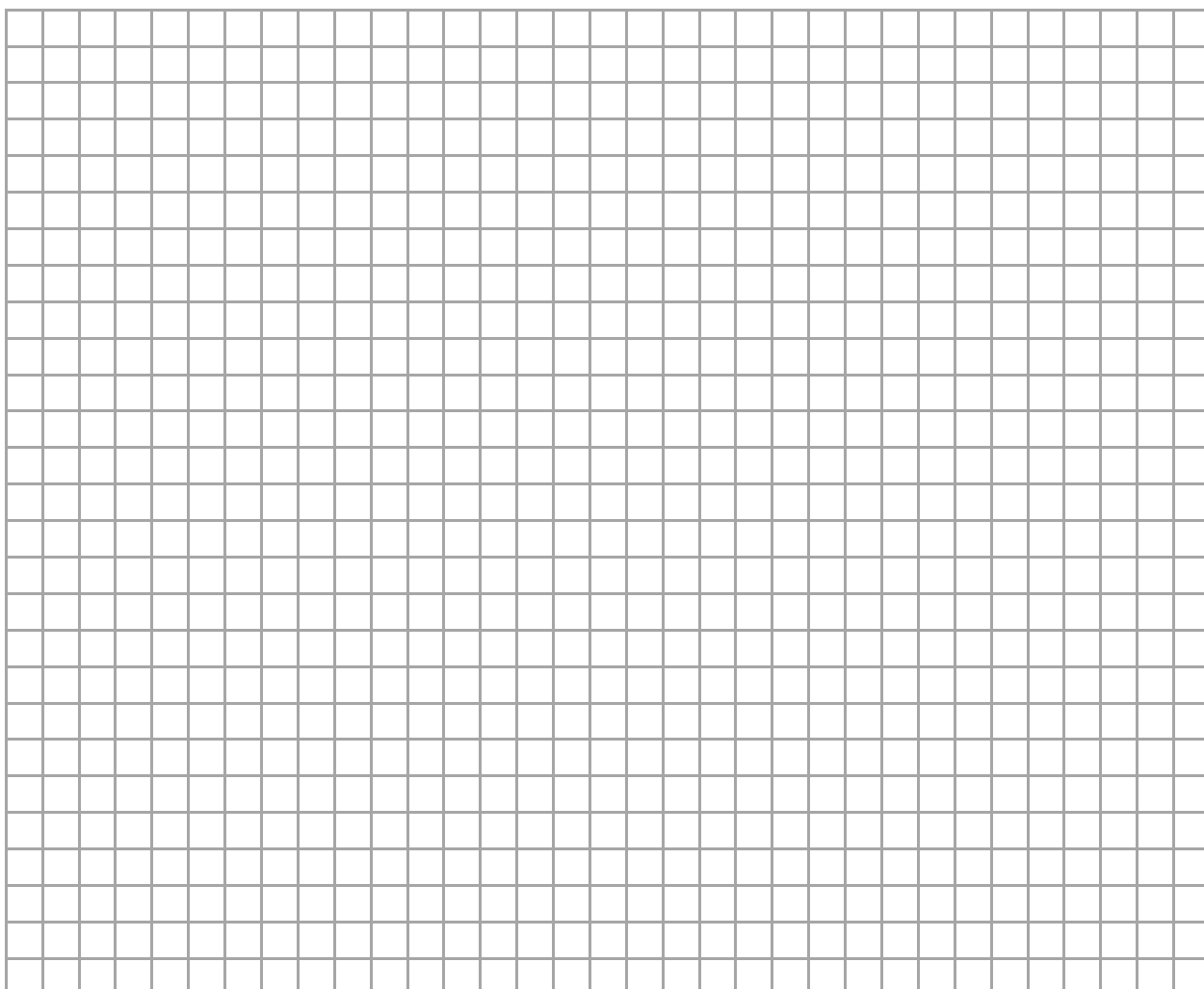
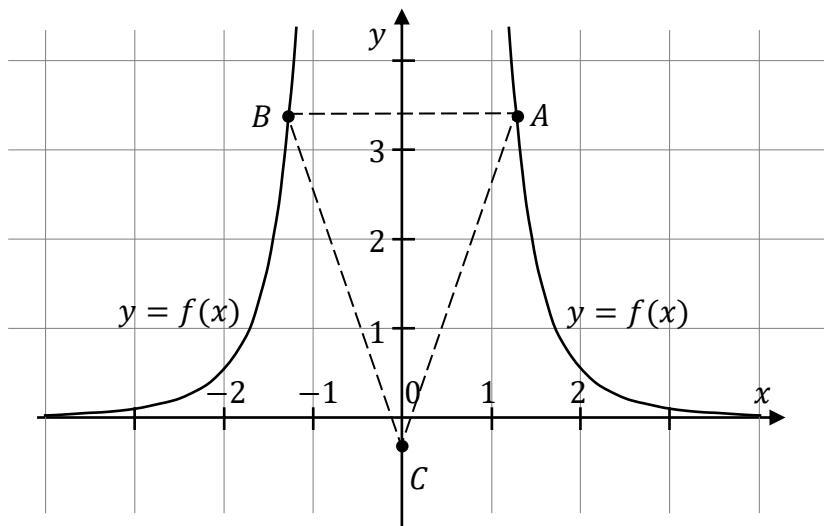


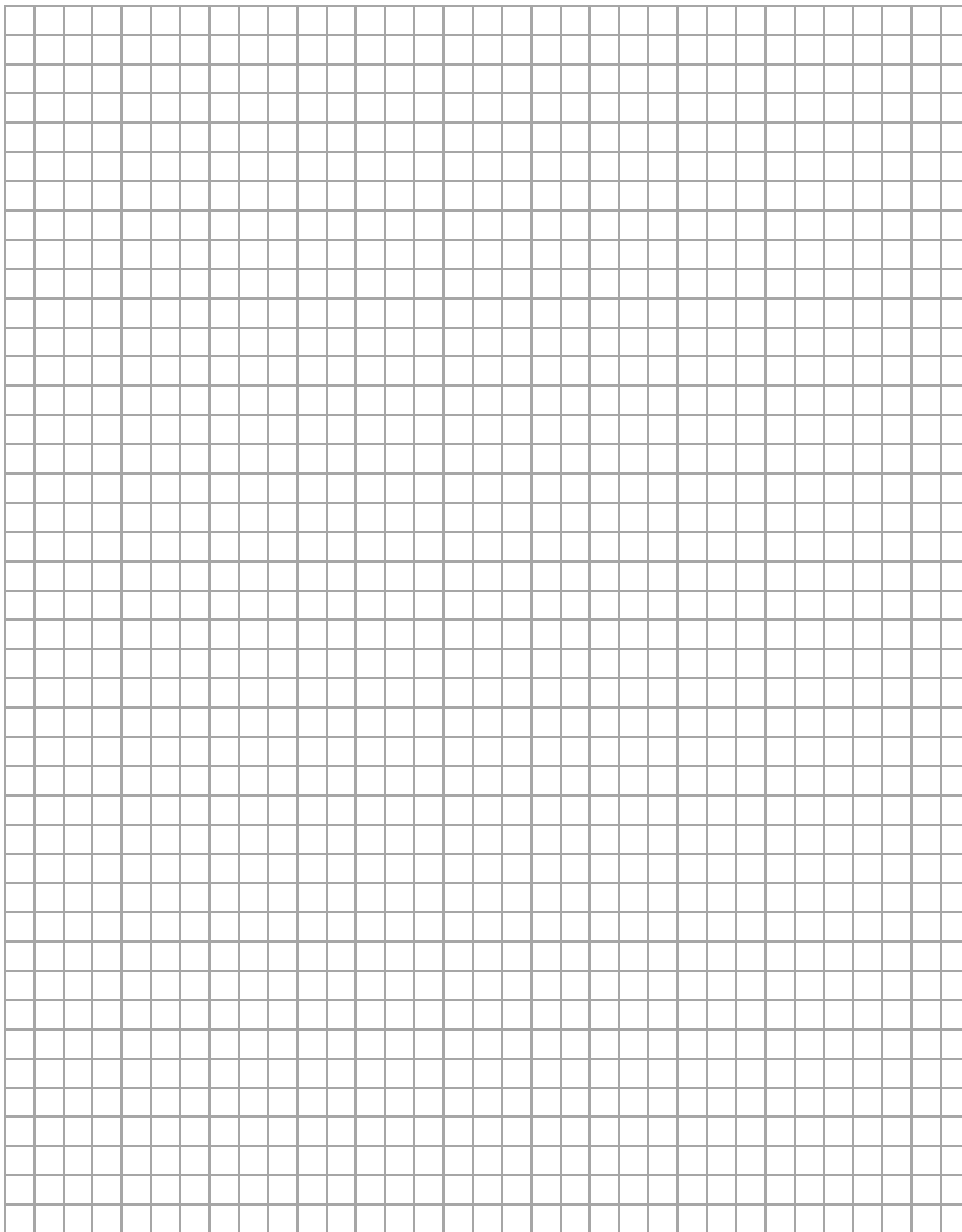
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>14.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 15. (0–6)**

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty  $ABC$ , których wierzchołki  $A$  i  $B$  leżą na wykresie funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{9}{x^4}$  dla  $x \neq 0$ . Punkt  $C$  ma współrzędne  $(0, -\frac{1}{3})$ , a punkty  $A$  i  $B$  są położone symetrycznie względem osi  $Oy$  (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołków  $A$  i  $B$ , dla których pole trójkąta  $ABC$  jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.





Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>15.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

## **BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

