

# **CZERWIEC**

# **2019**

**EO\_MATEMATYKA**

**Zadanie 1. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |             |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.                                                                                                                                                                                   | <b>II</b>   |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | VII-VIII<br>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:<br>1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości.<br>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych. | <b>13.2</b> |

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 2. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |             |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.                                                                                                                                                                                   | <b>II</b>   |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | VII-VIII<br>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:<br>2) oblicza liczbę $a$ równą $p$ procent danej liczby $b$ .<br>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych. | <b>13.2</b> |

**Rozwiązanie**

PP

**Zadanie 3. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                     |             |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | IV. Rozumowanie i argumentacja<br>2) Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie  | <b>II</b>   |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY VII i VIII<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów. | <b>4.11</b> |

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 4. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                   |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.                                                                                                                                              | <b>II</b>         |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY IV–VI<br>XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach [...];<br>9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, [...] czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s. | <b>12.3, 12.9</b> |

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 5. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                  |   |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | - |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY VII i VIII<br>IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:<br>4) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.           | - |

**Rozwiązanie**

C

**Zadanie 6. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                        |             |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.                                          | <b>II</b>   |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | Klasy IV–VI<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.<br>4) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty [...]. | <b>11.1</b> |

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 7. (0-1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                 |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.                                                                                                                                                         | <b>II</b>       |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | Klasy IV–VI<br>II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:<br>6) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu.<br>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii [...]. | <b>2.6, 5.8</b> |

Rozwiązanie  
BD

**Zadanie 8. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.                                                                                                                                                                                                                                    | <b>II</b>  |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | VII-VIII<br>II. Pierwiastki. Uczeń:<br>3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą $a$ taką, że $a < \sqrt{2}$ .<br>IV-VI<br>III. Liczby całkowite. Uczeń:<br>2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej. | <b>3.2</b> |

Rozwiązanie  
C

**Zadanie 9. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                         |   |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | - |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY VII i VIII<br>X. Oś liczbową. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne [...];                               | - |

Rozwiązanie  
PP

**Zadanie 10. (0-1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |   |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | - |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY VII–VIII<br>X. Oś liczbową. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych.<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). | - |

Rozwiązanie  
C

**Zadanie 11. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                    |   |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.                                                                                         | - |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | Klasy VII-VIII<br>XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.<br>Uczeń:<br>1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania. | - |

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 12. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                             |   |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.                            | - |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | Klasy VII i VIII<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów.<br>5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie). | - |

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 13. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                           |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.                                                                                                                                   | <b>III</b>                |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY VII i VIII<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych.<br>KLASY IV–VI<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>1) Oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków | <b>9.1, 9.3,<br/>11.1</b> |

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 14. (0–1)**

|                              |                                                                                                                                                                                            |             |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | I. Sprawności rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | <b>II</b>   |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY IV–VI<br>X. Bryły. Uczeń:<br>3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych [...]                                                                                                     | <b>10.3</b> |

|  |                                                                                                                               |  |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  | 5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi. |  |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

**Rozwiązanie**

C

### **Zadanie 15. (0-1)**

|                              |                                                                                                                                                                                                  |             |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | <b>IV</b>   |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | <b>11.4</b> |

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 16. (0–2)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                         |                 |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.                               | <b>III / IV</b> |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY VII i VIII<br>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:<br>5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości. | <b>12.2</b>     |

**Przykładowe sposoby rozwiązania****I sposób**

Obliczamy koszt kwiatów w bukiecie  $3 \cdot 3 + 2 \cdot 8 + 5 \cdot 3 = 40$  (zł).

Obliczamy koszt bukietu  $1,2 \cdot 40 = 48$  (zł).

Odpowiedź: Klient we wtorek za taki bukiet zapłaci 48 zł.

**II sposób**

Obliczamy koszt bukietu  $1,2 \cdot 3 \cdot 3 + 1,2 \cdot 2 \cdot 8 + 1,2 \cdot 5 \cdot 3 = 48$  (zł).

Odpowiedź: Klient we wtorek za taki bukiet zapłaci 48 zł.

**III sposób**

$(8 \cdot 2 + 3 \cdot 8) \cdot 1,2 = (16 + 24) \cdot 1,2 = 40 \cdot 1,2 = 48$  (zł)

Odpowiedź: Klient we wtorek za taki bukiet zapłaci 48 zł.

**IV sposób**

tulipan –  $3 \cdot 1,2 = 3,6$  (zł)

róża –  $8 \cdot 1,2 = 9,6$  (zł)

goździk –  $3 \cdot 1,2 = 3,6$  (zł)

$9,6 \cdot 2 + 3,6 \cdot 8 = 19,2 + 28,8 = 48$  (zł)

Odpowiedź: Klient we wtorek za taki bukiet zapłaci 48 zł.

**Zasady oceniania****2 pkt – pełne rozwiązanie**

obliczenie kosztu bukietu (48 zł)

**1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonano istotnego postępu**

poprawna metoda obliczenia kosztu bukietu

**0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu**

**Zadanie 17. (0-2)**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |             |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>III</b>  |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | Klasy VII i VIII<br>VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.<br>Klasy IV–VI<br>XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:<br>5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. | <b>14.5</b> |

**Przykładowe rozwiązania****I sposób**

$x$  – liczba banknotów 100-złotowych  
 $22 - x$  – liczba banknotów 200-złotowych

$$100x + 200 \cdot (22 - x) = 2900$$

$$x = 15$$

Odpowiedź: Pan Jan wybrał z bankomatu 15 banknotów 100-złotowych.

**II sposób**

Gdyby wśród banknotów wybranych z bankomatu były same 100-złotowe, to ich łączna wartość wynosiłaby

$$22 \cdot 100 \text{ zł} = 2200 \text{ zł}.$$

Pan Jan wybrał z bankomatu 2900 zł, czyli o 700 zł więcej, zatem wśród banknotów wybranych z bankomatu musiało być 7 ( $700 : 100 = 7$ ) banknotów 200-złotowych.

$$22 - 7 = 15$$

Odpowiedź: Pan Jan wybrał z bankomatu 15 banknotów 100-złotowych.

**III sposób**

Gdyby wśród banknotów wybranych z bankomatu były same banknoty 200-złotowe, to ich łączna wartość wynosiłaby

$$22 \cdot 200 \text{ zł} = 4400 \text{ zł}.$$

Pan Jan wybrał z bankomatu 2900 zł, czyli o 1500 zł mniej, zatem wśród banknotów wybranych z bankomatu musiało być 15 ( $1500 : 100 = 15$ ) banknotów 100-złotowych.

Odpowiedź: Pan Jan wybrał z bankomatu 15 banknotów 100-złotowych.

## Schemat punktowania

### 2 punkty – pełne rozwiązanie

obliczenie liczby banknotów 100-złotowych (15)

### 1 punkt

przedstawienie poprawnego sposobu wyznaczenia liczby banknotów 100-złotowych

### 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

## Zadanie 18. (0–2)

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                               |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających<br>poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.                                                                                                                                                                                                                              | <b>IV</b>                     |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | Klasy VII i VIII<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych.<br>9) przeprowadza dowody geometryczne [...].<br>Klasy IV–VI<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów. | <b>9.3</b><br><br><b>11.6</b> |

## Przykładowe rozwiązania

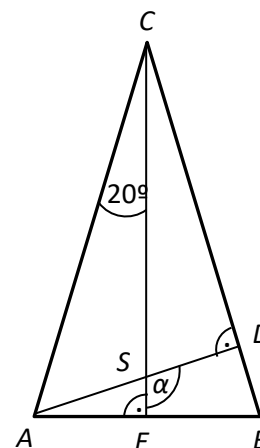
### I sposób

Niech punkt  $S$  będzie punktem przecięcia wysokości trójkąta  $ABC$ , a punkty  $E$  i  $F$  punktami przecięcia wysokości trójkąta odpowiednio z bokami  $AB$  i  $BC$ .

$$|\angle ABC| = |\angle BAC| = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

Suma kątów wewnętrznych w czworokącie  $EBFS$  jest równa  $360^\circ$ , zatem

$$\alpha = 360^\circ - 2 \cdot 90^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$



### II sposób

Trójkąt  $ABC$  jest równoramienny, zatem

$$|\angle ACE| = |\angle ECB| = 20^\circ$$

W trójkącie  $SDC$  mamy

$$|\angle CSD| = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

Zatem

$$\alpha = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

## Schemat punktowania

### 2 punkty – pełne rozwiązanie

uzasadnienie, że  $\alpha = 110^\circ$

### 1 punkt

wykazanie, że  $|\angle ABC| = 70^\circ$  (I sposób)

lub

wykazanie, że  $|\angle CSD| = 70^\circ$  (II sposób)

### 0 punktów

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

## Zadanie 19. (0–3)

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                 |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.                                                                                                                                                                             | <b>III / IV</b> |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | Klasy IV-VI<br>IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:<br>13) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka).<br>Klasy VII-VIII<br>VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:<br>4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi. | -               |

## Przykładowe rozwiązania

### Pierwszy sposób

Obliczamy cenę biletu ulgowego:  $\frac{5}{9} \cdot 45 = 25$ .

Wprowadzamy oznaczenia:

$x$  – liczba zakupionych biletów ulgowych,

$5x$  – liczba zakupionych biletów normalnych

$25x$  – wartość zakupionych biletów ulgowych

$5x \cdot 45 = 225x$  – wartość zakupionych biletów normalnych

Obliczamy liczbę zakupionych biletów ulgowych:

$$25x + 225x = 500$$

$$x = 2$$

Obliczamy liczbę zakupionych biletów normalnych:

$$5x = 5 \cdot 2 = 10$$

Odpowiedź: Janek zakupił na koncert 10 biletów normalnych i 2 bilety ulgowe.

### Drugi sposób

Cena biletu normalnego: 45 zł

Obliczamy cenę biletu ulgowego:  $\frac{5}{9} \cdot 45 = 25$ .

Janek zakupił 5 razy więcej biletów normalnych niż ulgowych, stąd wnioskujemy, że na każde 6 biletów zakupionych przypada 5 biletów normalnych i jeden ulgowy, których łączny koszt zakupu jest równy 250 zł:

$$5 \cdot 45 \text{ zł} + 25 \text{ zł} = 225 \text{ zł} + 25 \text{ zł} = 250 \text{ zł}$$

$$500 \text{ zł} : 250 \text{ zł} = 2$$

Obliczamy liczbę zakupionych biletów normalnych:  $5 \cdot 2 = 10$

Obliczamy liczbę zakupionych biletów ulgowych:  $1 \cdot 2 = 2$

Odpowiedź: Janek zakupił na koncert 10 biletów normalnych i 2 bilety ulgowe.

### Zasady oceniania

#### 3 pkt – rozwiązanie pełne

obliczenie liczby zakupionych biletów normalnych i ulgowych

2 pkt – poprawny sposób obliczenia liczby zakupionych biletów normalnych lub ulgowych

1 pkt – poprawny sposób obliczania ceny biletu ulgowego

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

### Zadanie 20. (0–3)

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                     |                   |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych dziedzin matematyki. | <b>IV</b>         |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY IV–VI<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.<br>XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:<br>3) dostrzega zależności między podanymi informacjami.                                                               | <b>11.1, 14.5</b> |

### Przykładowe sposoby rozwiązania

#### I sposób

Zauważamy, że w małym prostokącie jeden bok jest 3 razy dłuższy od drugiego.

Obliczamy długość jednego boku małego prostokąta  $8,4 : 4 = 2,1$ .

Obliczamy długość drugiego boku małego prostokąta  $3 \cdot 2,1 = 6,3$ .

Obliczamy długość drugiego boku dużego prostokąta  $6 \cdot 2,1 = 12,6$ .

Obliczamy obwód dużego prostokąta  $2 \cdot 12,6 + 2 \cdot 8,4 = 42$ .

## II sposób

Zauważamy, że w małym prostokącie jeden bok jest 3 razy dłuższy od drugiego.

Obliczamy długość jednego boku małego prostokąta  $8,4 : 4 = 2,1$ .

Zauważamy, że obwód dużego prostokąta składa się z 20 odcinków o długości 2,1.

Obliczamy obwód dużego prostokąta  $20 \cdot 2,1 = 42$ .

## III sposób

Zauważamy, że w małym prostokącie jeden bok jest 3 razy dłuższy od drugiego.

Obliczamy długość jednego boku małego prostokąta  $8,4 : 4 = 2,1$ .

Obliczamy długość drugiego boku małego prostokąta  $3 \cdot 2,1 = 6,3$ .

Zauważamy, że obwód dużego prostokąta składa się z 4 odcinków o długości 6,3 i z 8 odcinków o długości 2,1.

Obliczamy obwód dużego prostokąta  $4 \cdot 6,3 + 8 \cdot 2,1 = 42$ .

## IV sposób

Zauważamy, że w małym prostokącie jeden bok jest 3 razy dłuższy od drugiego.

Zauważamy, że stosunek boków dużego prostokąta jest równy  $4 : 6$ .

Oznaczamy długości boków dużego prostokąta przez  $4x$  i  $6x$ .

Jeśli  $4x = 8,4$ , to  $6x = 12,6$ .

Obliczamy obwód dużego prostokąta  $2 \cdot 8,4 + 2 \cdot 12,6 = 42$ .

## V sposób

$x$  – krótszy bok małego prostokąta

$$4x = 8,4$$

$$8,4 : 4 = 2,1$$

Obwód dużego prostokąta wynosi 42.

## VI sposób

$$\begin{cases} a + b = 8,4 \\ b = 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2,1 \\ b = 6,3 \end{cases}$$

Obliczamy obwód dużego prostokąta  $4 \cdot 6,3 + 8 \cdot 2,1 = 42$ .

## VII sposób

$$x + \frac{1}{3}x = 8,4$$

$$x = 6,3$$

$$\frac{1}{3}x = 2,1$$

Obliczamy obwód dużego prostokąta  $4 \cdot 6,3 + 8 \cdot 2,1 = 42$ .

## Zasady oceniania

### 3 pkt – rozwiązanie pełne

poprawne obliczenie obwodu prostokąta (42)

### 2 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie było kontynuowane lub było kontynuowane błędną metodą

wyznaczenie długości drugiego boku prostokąta (12,6)

lub

zauważenie, że obwód prostokąta składa się z 20 odcinków o długości 2,1

lub

zauważenie, że obwód prostokąta składa się z 4 odcinków o długości 6,3 i z 8 odcinków o długości 2,1

### 1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania

zauważenie, że w małym prostokącie jeden bok jest 3 razy dłuższy od drugiego

lub

obliczenie długości jednego boku małego prostokąta (2,1 lub 6,3)

### 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu

## Zadanie 21. (0–3)

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |   |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>Wymagania ogólne</b>      | III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | - |
| <b>Wymagania szczegółowe</b> | KLASY IV–VI<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.<br>KLASY VII–VIII<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).<br>IX. Wielokąty. Uczeń:<br>2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu [...], a także do wyznaczania długości odcinków [...]. | - |

## Przykładowe rozwiązania

### I sposób

$$2a^2 = (6\sqrt{2})^2$$

$a = 6$  – długość ramienia trójkąta

$$P = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \quad \text{– pole trójkąta}$$

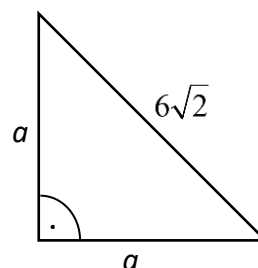
$$18 = x^2$$

$$x = 3\sqrt{2} \quad \text{– długość boku kwadratu}$$

$$Obw_{\square} = 4 \cdot 3\sqrt{2}$$

$$Obw_{\square} = 12\sqrt{2}$$

Odpowiedź: Obwód tego kwadratu jest równy  $12\sqrt{2}$ .



**II sposób**

$$\frac{6\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}}{2} : 2 = 18 \quad - \text{pole trójkąta}$$

$$18 = x^2$$

$$x = 3\sqrt{2} \quad - \text{długość boku kwadratu}$$

$$Obw_{\square} = 4 \cdot 3\sqrt{2}$$

$$Obw_{\square} = 12\sqrt{2}$$

Odpowiedź: Obwód tego kwadratu jest równy  $12\sqrt{2}$ .

**Schemat punktowania****3 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie obwodu kwadratu ( $12\sqrt{2}$ )

**2 punkt**

przedstawienie poprawnego sposobu wyznaczenia długości boku kwadratu

**1 punkt**

przedstawienie poprawnego sposobu wyznaczenia długości przyprostokątnych trójkąta

(I sposób)

lub

przedstawienie poprawnego sposobu obliczenia pola trójkąta (II sposób)

**0 punktów**

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania