

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD ZDAJĄCEGO

--	--	--	--

symbol klasy

--	--	--	--

symbol zdającego

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐

dysleksja

Instrukcja dla zdającego

Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **20** stron (zadania **1–16**).
Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
Na tej stronie wpisz swój kod.
Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

STYCZEŃ 2019

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W zadaniach 1.–4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $4^{\log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} \right)}$ jest równa

- A. $\sqrt{2} + 1$. B. $2 + 2\sqrt{2}$. C. $3 - 2\sqrt{2}$. D. $3 + 2\sqrt{2}$.

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{|x - |x||}{x}$ jest dla każdego $x \neq 0$

- A. dodatnia. B. nieujemna. C. ujemna. D. niedodatnia.

Zadanie 3. (0–1)

Ciąg liczb rzeczywistych $a_1, a_2, \dots$ jest zdefiniowany warunkami $a_1 = 1$ oraz $(a_{n+1})^3 = 99(a_n)^3$ dla $n \geq 1$. Wówczas wyraz a_{100} jest równy

- A. 33^{33} . B. 33^{99} . C. 99^{33} . D. 99^{99} .

Zadanie 4. (0–1)

Wskaż zbiór wszystkich rozwiązań równania $|\cos(\alpha) + \cos(3\alpha) + \cos(5\alpha)| = 3$.

- A. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 60^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
B. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 90^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
C. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 180^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
D. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 360^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz granicę ciągu o wyrazie $a_n = 2(\sqrt{n + 100\sqrt{n} + 5} - \sqrt{n - \sqrt{n} + 200})$.

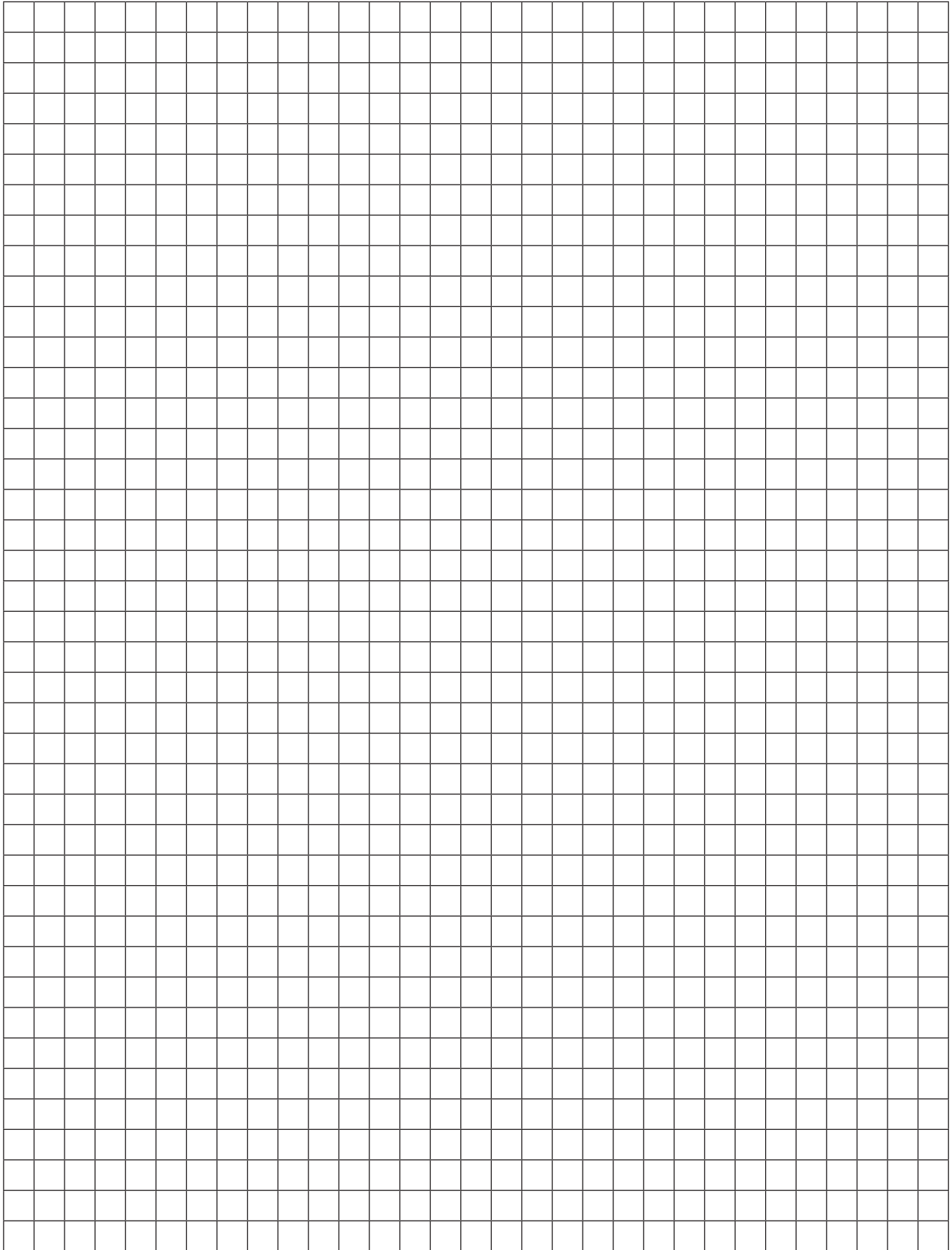
W poniższe kratki wpisz kolejno cyfry wyniku.

--	--	--

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Zadanie 6. (0–2)

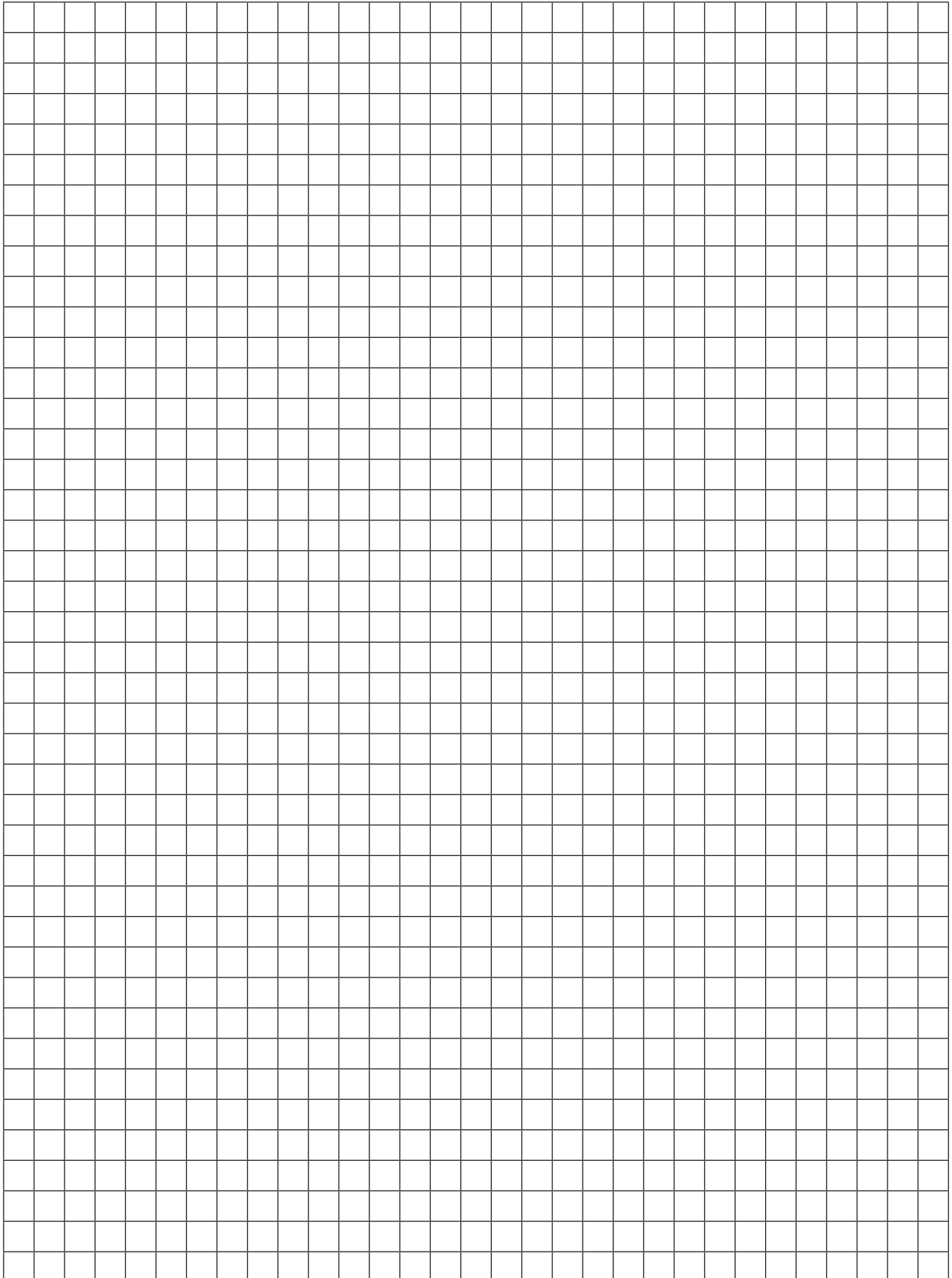
Wyznacz parę liczb $p, q \in R$ tak, by wielomian $x^4 + px^2 + q$ był podzielny przez trójmian $x^2 + 6x + 5$.



Odpowiedź:

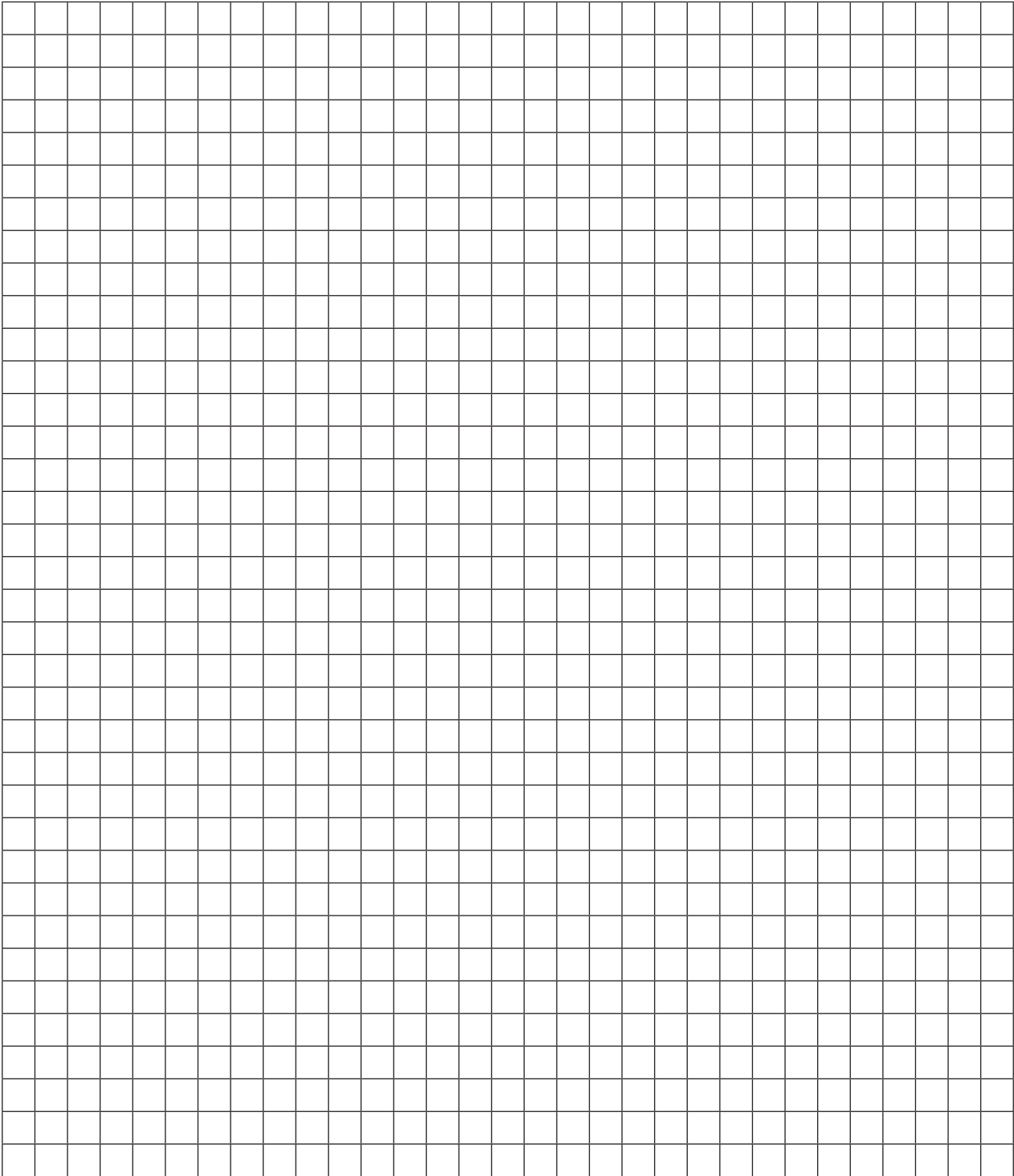
Zadanie 8. (0–3)

Długości boków czworokąta wypukłego $ABCD$ wynoszą: $|AB| = a$, $|BC| = 2a$, $|CD| = b$, $|AD| = 2b$. Wykaż, że jeśli pole czworokąta $ABCD$ jest równe $a^2 + b^2$, to jest on prostokątem.



Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym kąty ABC i BCD są proste, $|\sphericalangle DAB| = 60^\circ$, $|AB| = 2$ oraz $|BD| = \sqrt{3}$.
Wyznacz długość odcinka AC .



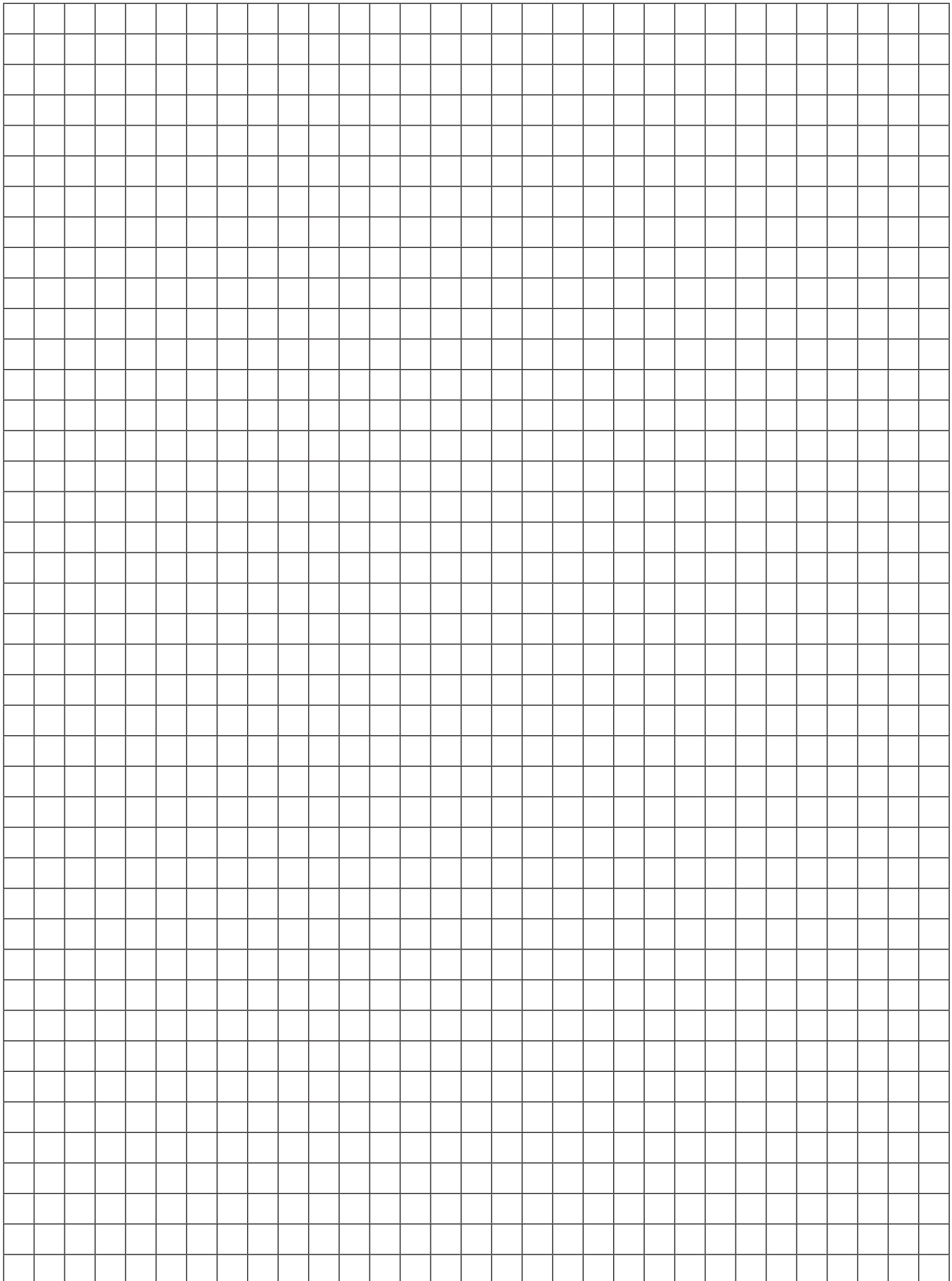
Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	8	9
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

8 z 20

Zadanie 12. (0–4)

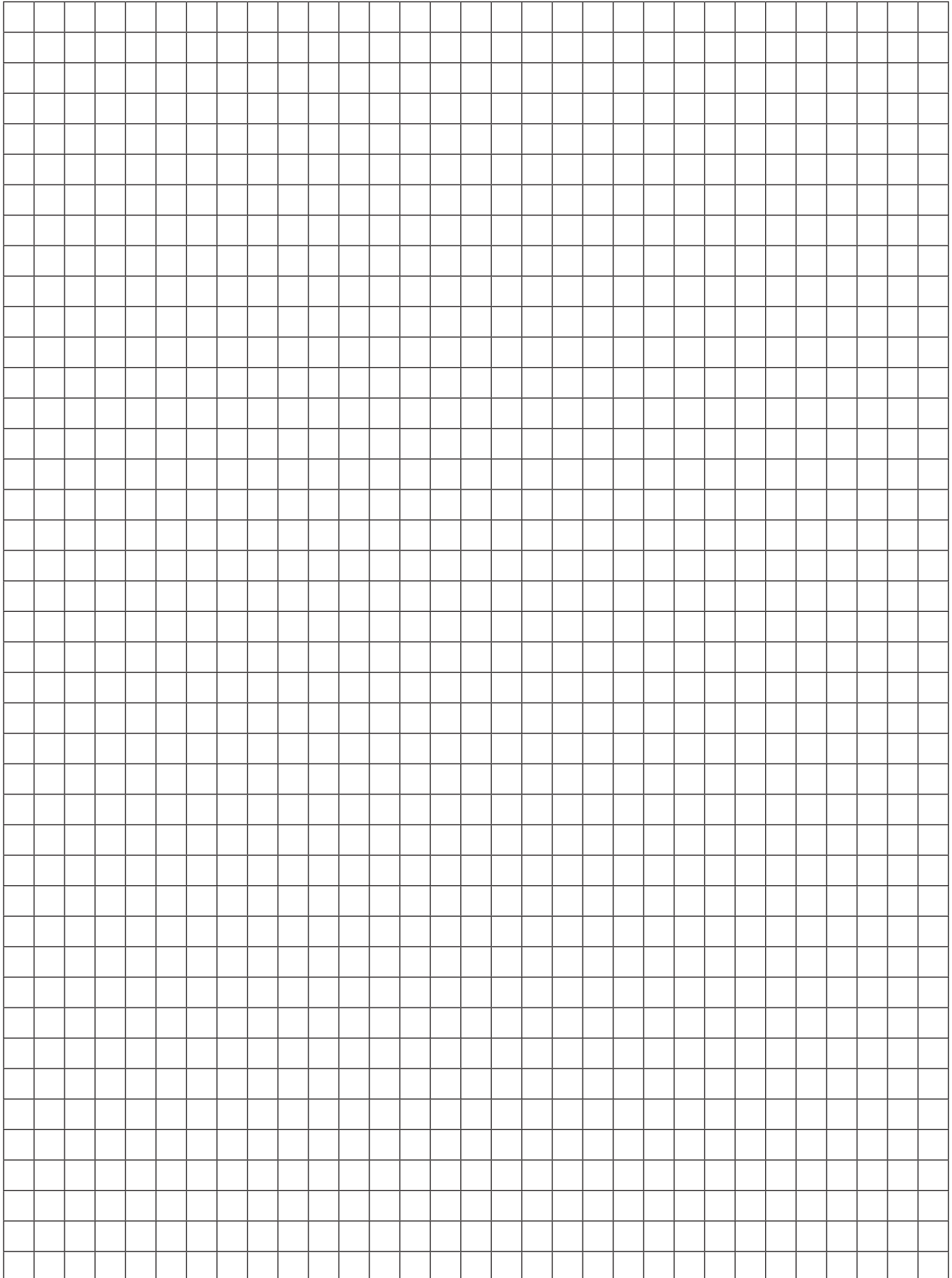
Jednokładność f o środku w punkcie X przekształca punkt $A = (3, 2)$ na punkt $A' = (4, 6)$ oraz przeprowadza punkt $B = (-3, 3)$ na punkt $B' = (-8, 8)$. Znajdź równanie okręgu, którego obrazem przy jednokładności f jest okrąg o równaniu $(x - 8)^2 + (y - 2)^2 = 4$.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

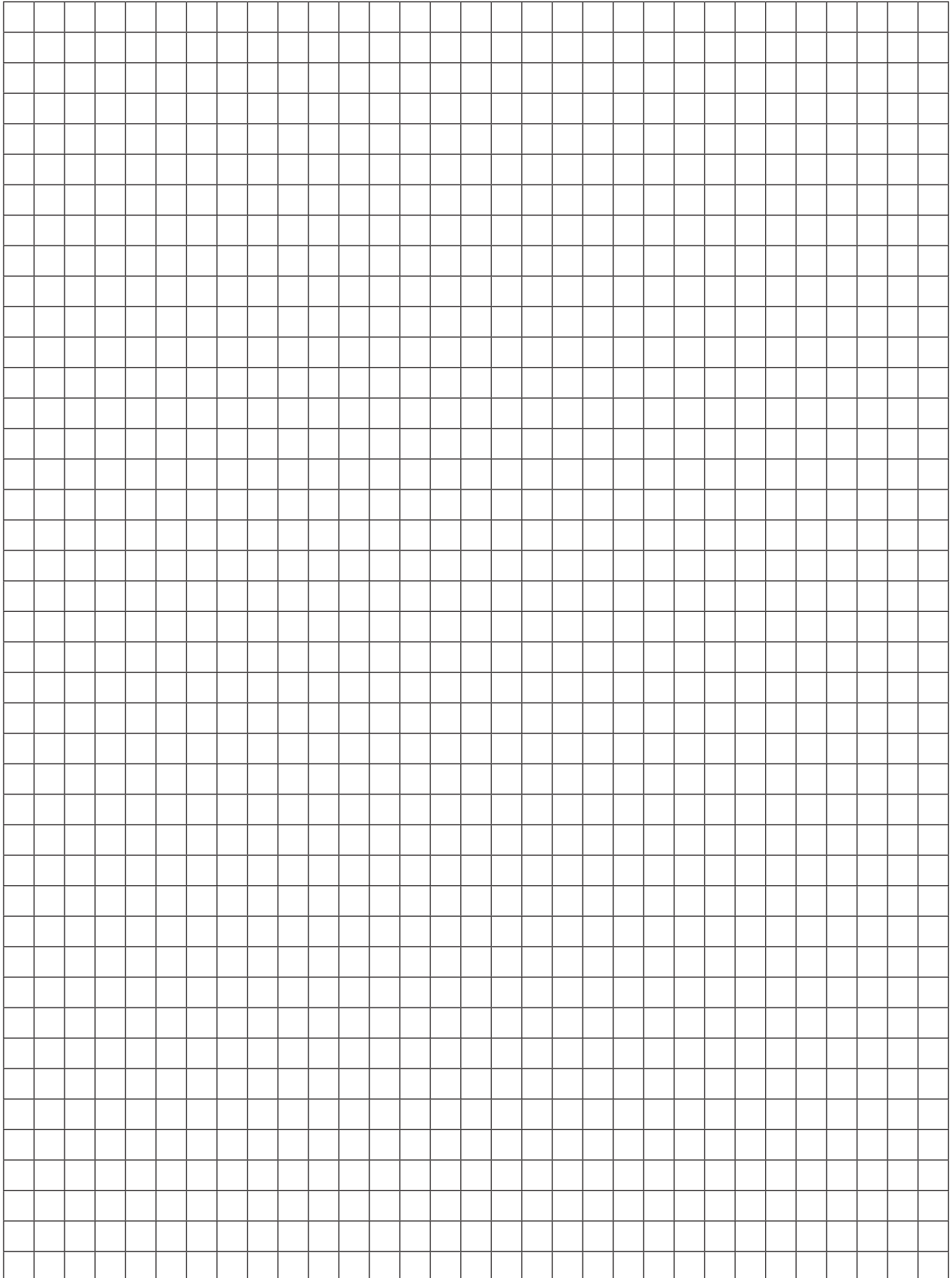
Wyznacz wszystkie wartości parametru $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie $(1 - m)9^x + 4 \cdot 3^x = m + 2$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

Dany jest trójkąt ABC o polu równym 5, gdzie $A = (5, 3)$ oraz $B = (1, 0)$. Prosta zawierająca wysokość trójkąta ABC ma równanie $y = 2x - 7$. Wyznacz współrzędne punktu C .



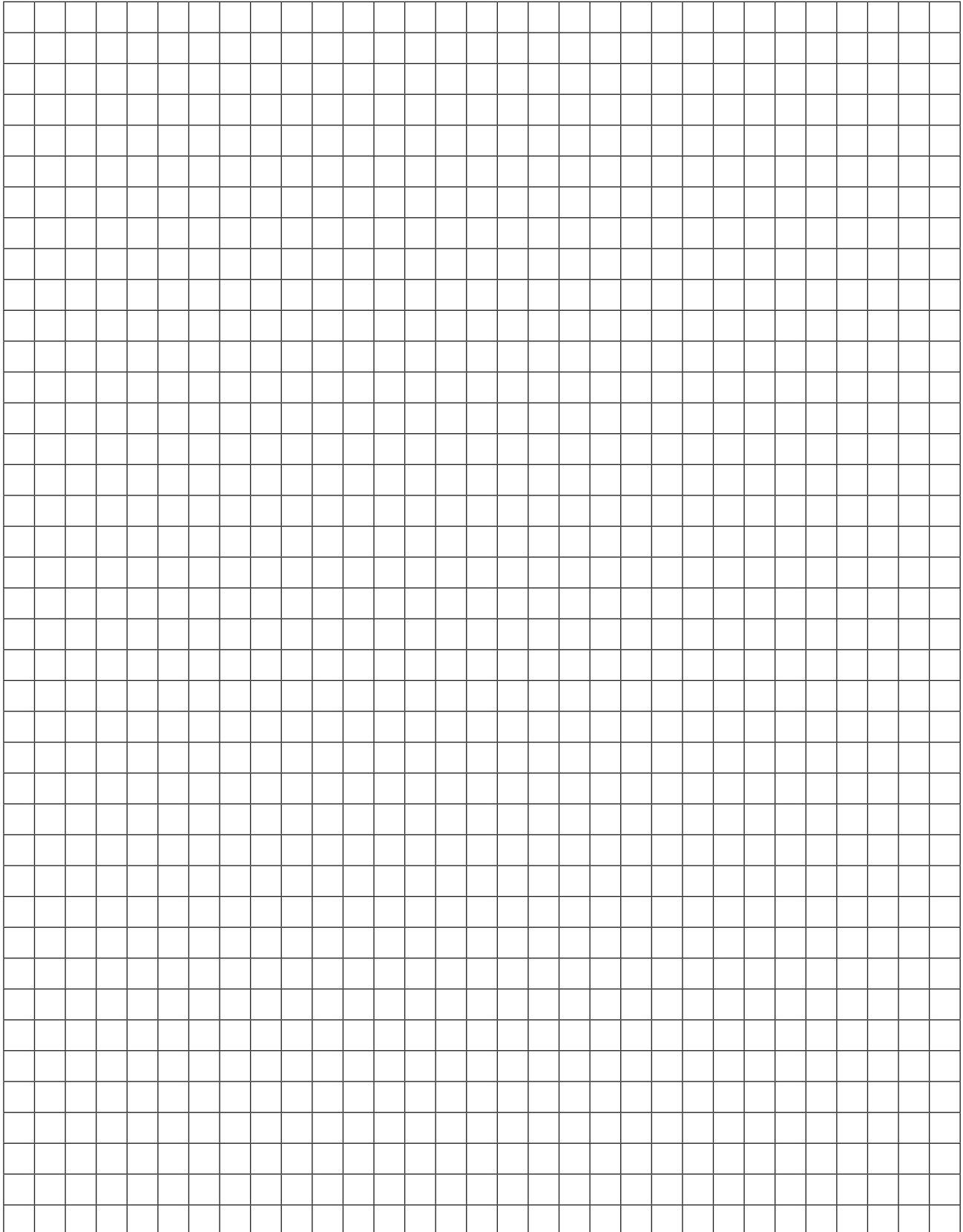
Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Para liczb (m_0, n_0) jest rozwiązaniem układu równań
$$\begin{cases} m + n = 2 \\ m - n = \frac{-2}{p+1} \end{cases}, \text{ gdzie } p \neq -1.$$

a) Wyznacz wzór funkcji $f(p) = \frac{m_0}{n_0}$, podaj jej dziedzinę i zbiór wartości.

b) Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $P(-3, f(-3))$.

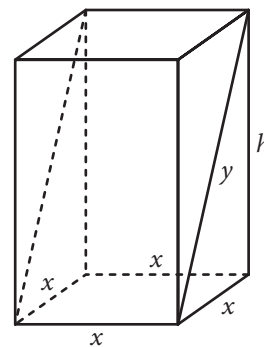


Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Niech x będzie liczbą dodatnią. Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany spełniające następujące warunki:

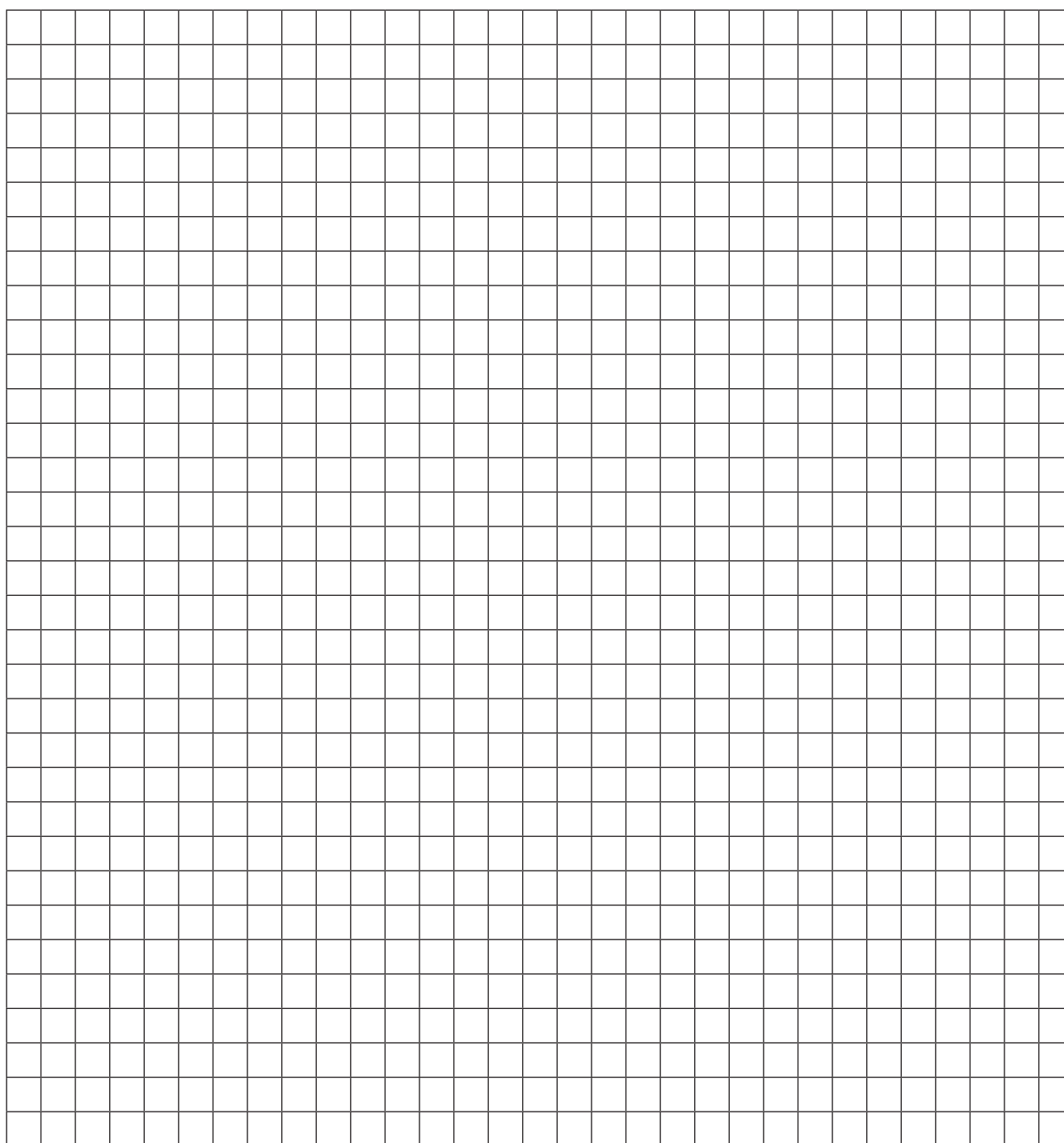
- (1) podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o boku długości x ,
- (2) pole (prostokątnego) przekroju prostopadłościanu płaszczyzną zawierającą krawędź podstawy i przekątne dwu ścian bocznych jest równe $\sqrt{3}$ (patrz rysunek).



Zapisz kwadrat objętości tego prostopadłościanu jako funkcję zmiennej x .

Wyznacz wszystkie wartości $x > 0$, dla których istnieje prostopadłościan spełniający drugi warunek.

Znajdź długości krawędzi tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego objętość jest największa.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

