

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD			PESEL											

*miejsce
na naklejkę*

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY

DATA: **18 grudnia 2014 r.**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–18).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń
w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie
nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub
atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz
kalkulatora prostego.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę
z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wielomian $W(x) = 2x^3 - bx^2 - 1$ jest podzielny przez dwumian $x + 1$. Wynika stąd, że

- A. $b = -3$ B. $b = -1$ C. $b = 1$ D. $b = 3$

Zadanie 2. (0–1)

Okrąg o równaniu $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ ma dwa punkty wspólne z prostą o równaniu

- A. $x = 0$ B. $y = 0$ C. $y = -x$ D. $y = x$

Zadanie 3. (0–1)

Funkcja określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = x^5 + 5x - 1$

- A. ma więcej niż dwa minima lokalne.
B. ma dokładnie dwa minima lokalne.
C. ma dokładnie jedno minimum lokalne.
D. nie ma minimum lokalnego.

Zadanie 4. (0–1)

Każda liczba x należąca do przedziału otwartego $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ spełnia nierówność

- A. $\operatorname{tg} x > \sin x$
B. $\cos x > \sin x$
C. $\cos x > \operatorname{tg} x$
D. $\operatorname{tg} x > \cos x$

Zadanie 5. (0–1)

Funkcja f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem $f(x) = 3^{x-2} + 3$. Prosta l ma równanie $y = 3,3$. Ile punktów wspólnych mają wykres funkcji f i prosta l ?

- A. Zero.
B. Jeden.
C. Dwa.
D. Nieskończenie wiele.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Strona 3 z 21

W zadaniu 6. zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 6. (0–2)

Dane są liczby a, b takie, że $a - b = 4$ i $ab = 7$. Oblicz $a^3b + ab^3$. Zakoduj w kratkach poniżej kolejno, od lewej do prawej, cyfry setek, dziesiątek i jednostki otrzymanego wyniku.

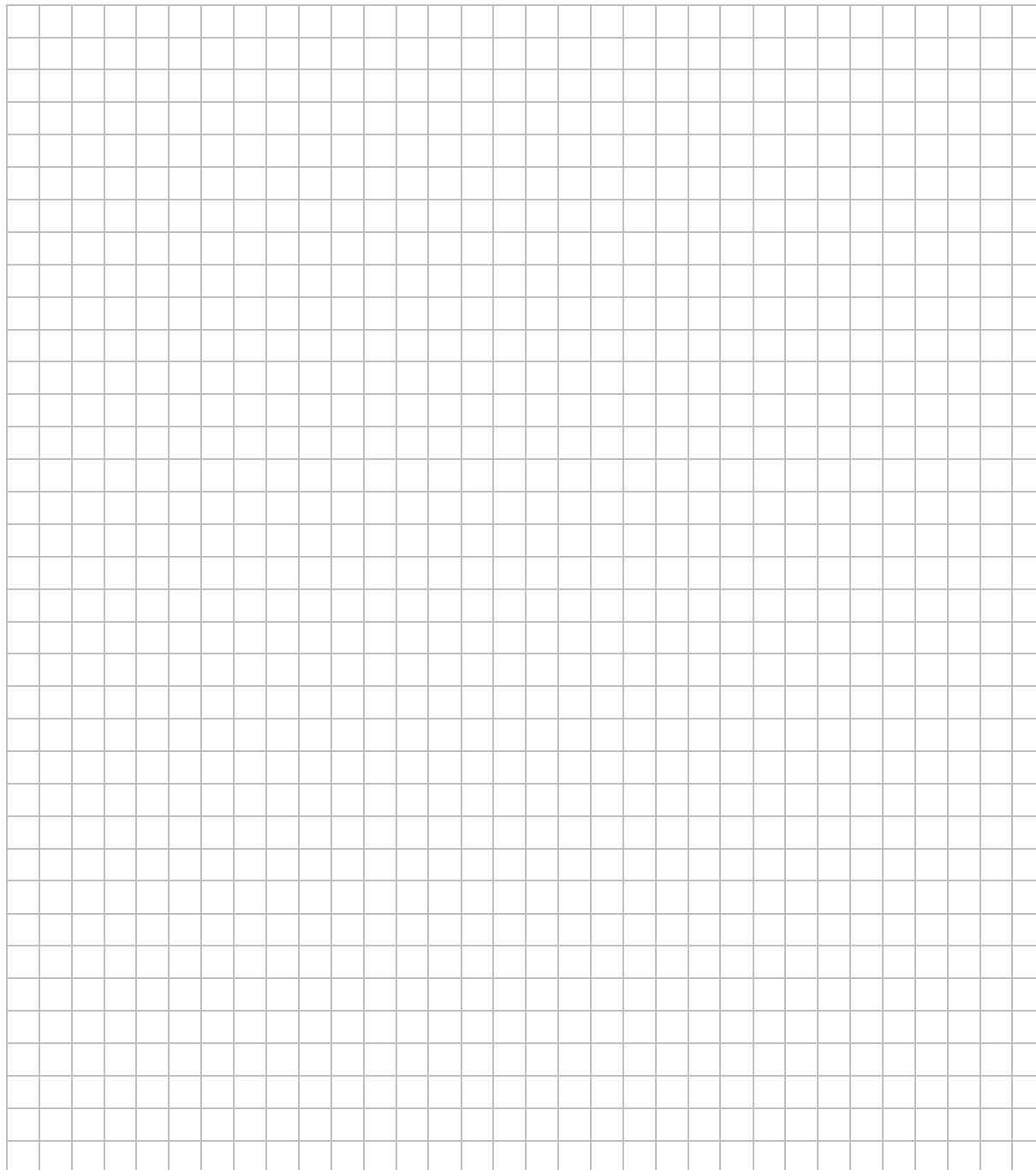
Cyfra	setek	dziesiątek	jedności

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Rozwiązania zadań 7.–18. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 7. (0–2)

Długości boków prostokąta są równe 3 oraz 5. Oblicz sinus kąta ostrego, który tworzą przekątne tego prostokąta.

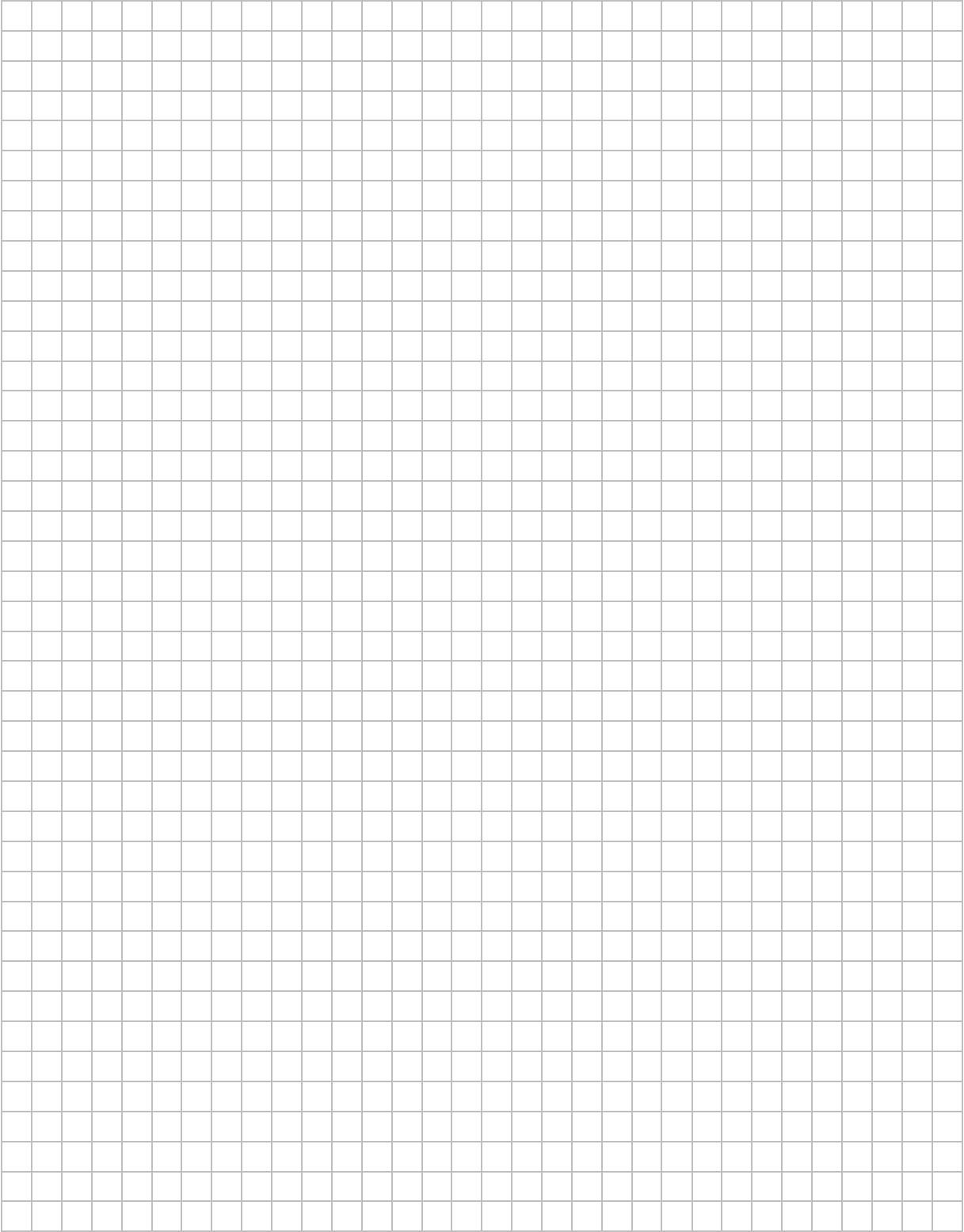


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–2)

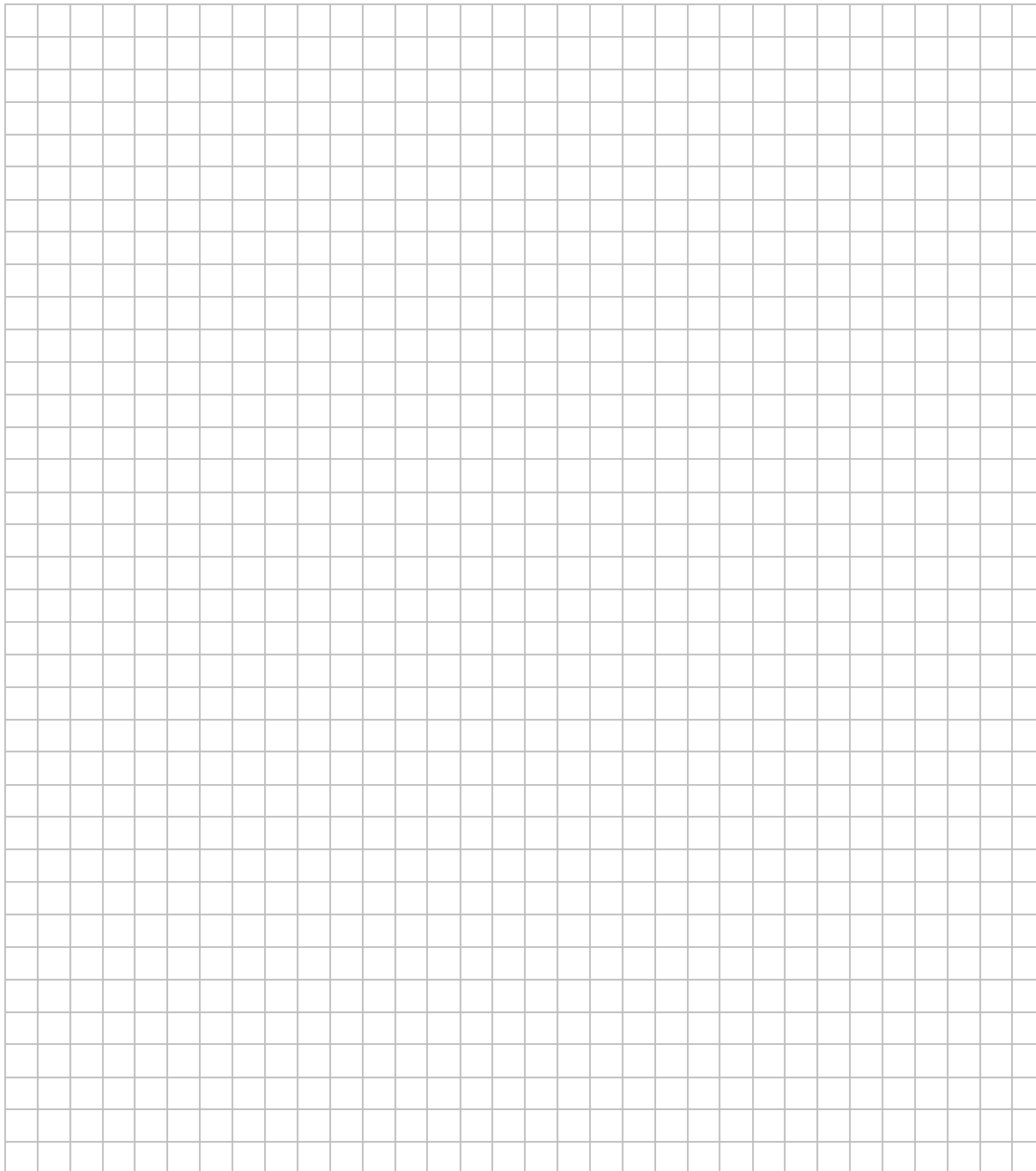
Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n+2} - \frac{(n+2)^2}{n+444} \right)$.



Odpowiedź:.....

Zadanie 9. (0–2)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2}{x-4}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 4$. Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x=12$.

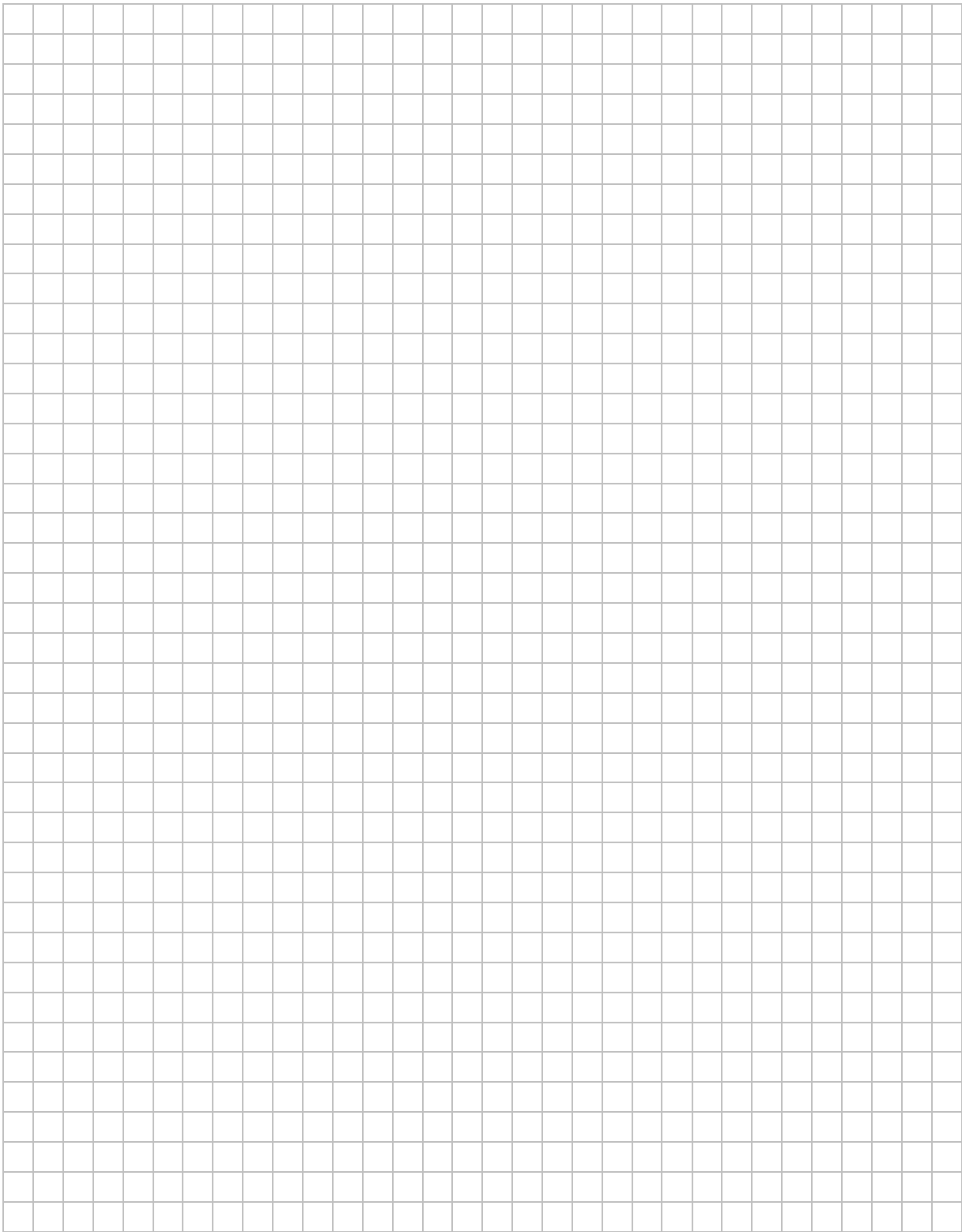


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–3)

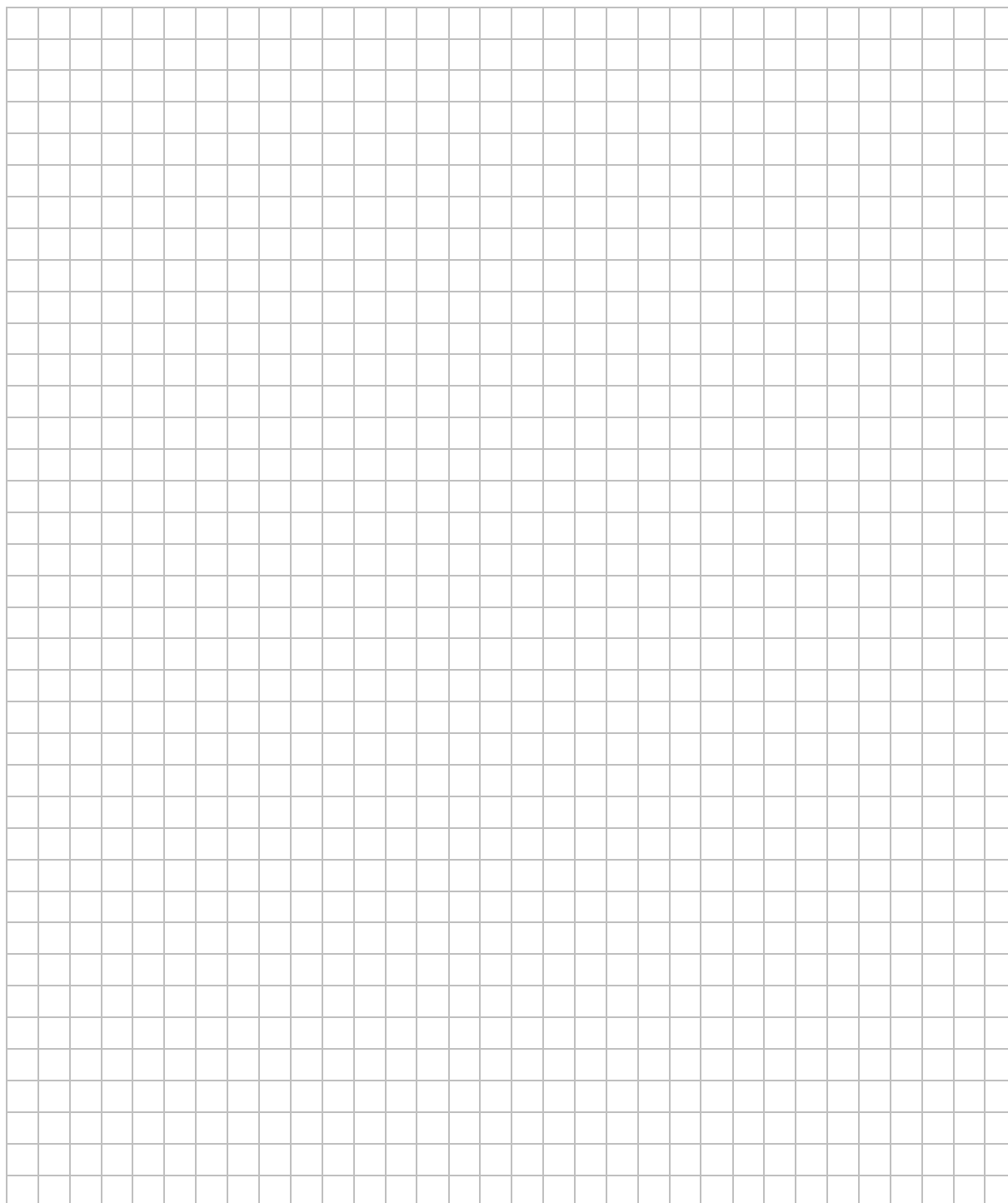
Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^4$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji f , która jest równoległa do prostej $y = 4x + 7$.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–3)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x , spełniające równanie $\sin 5x - \sin x = 0$.

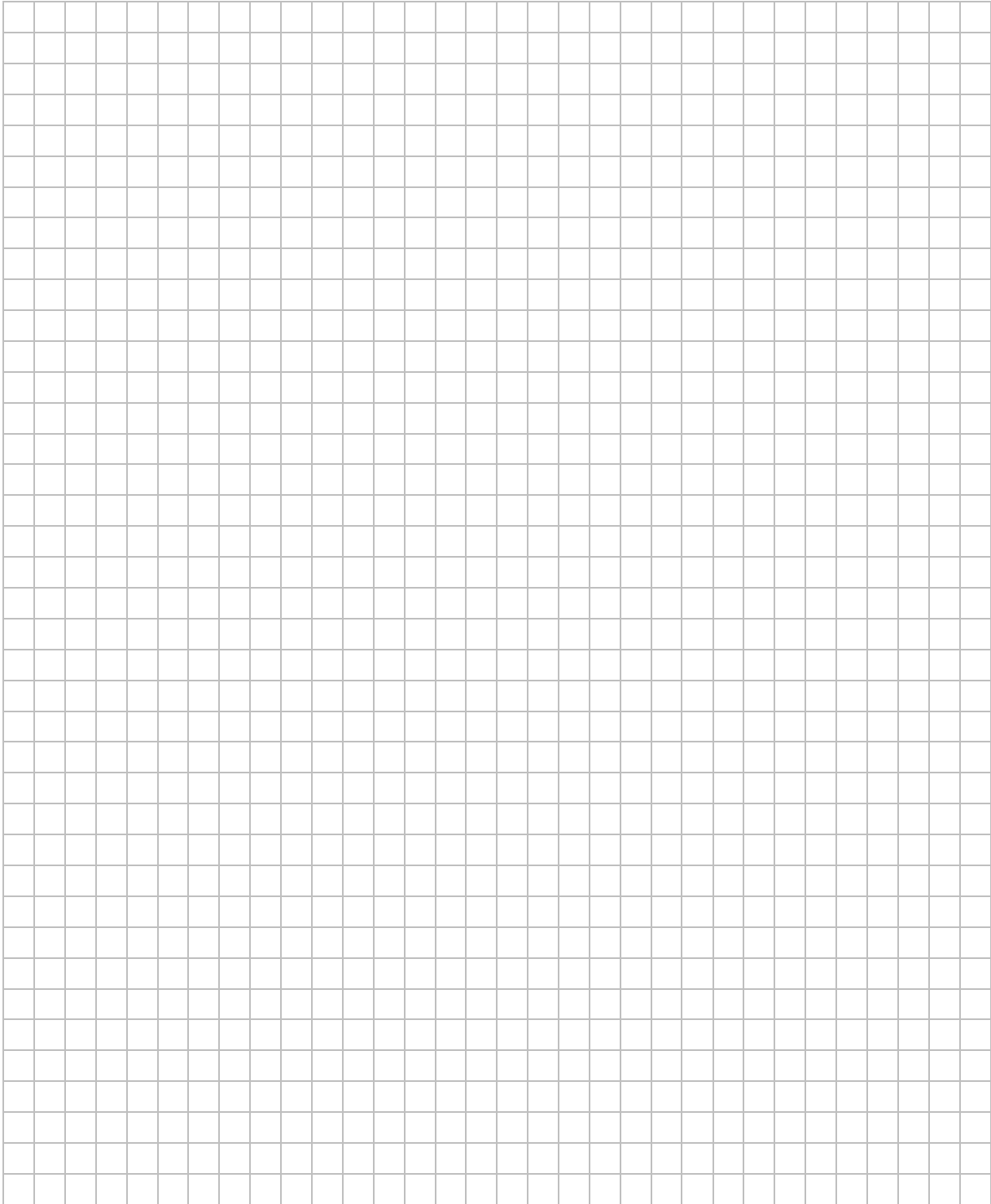


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–3)

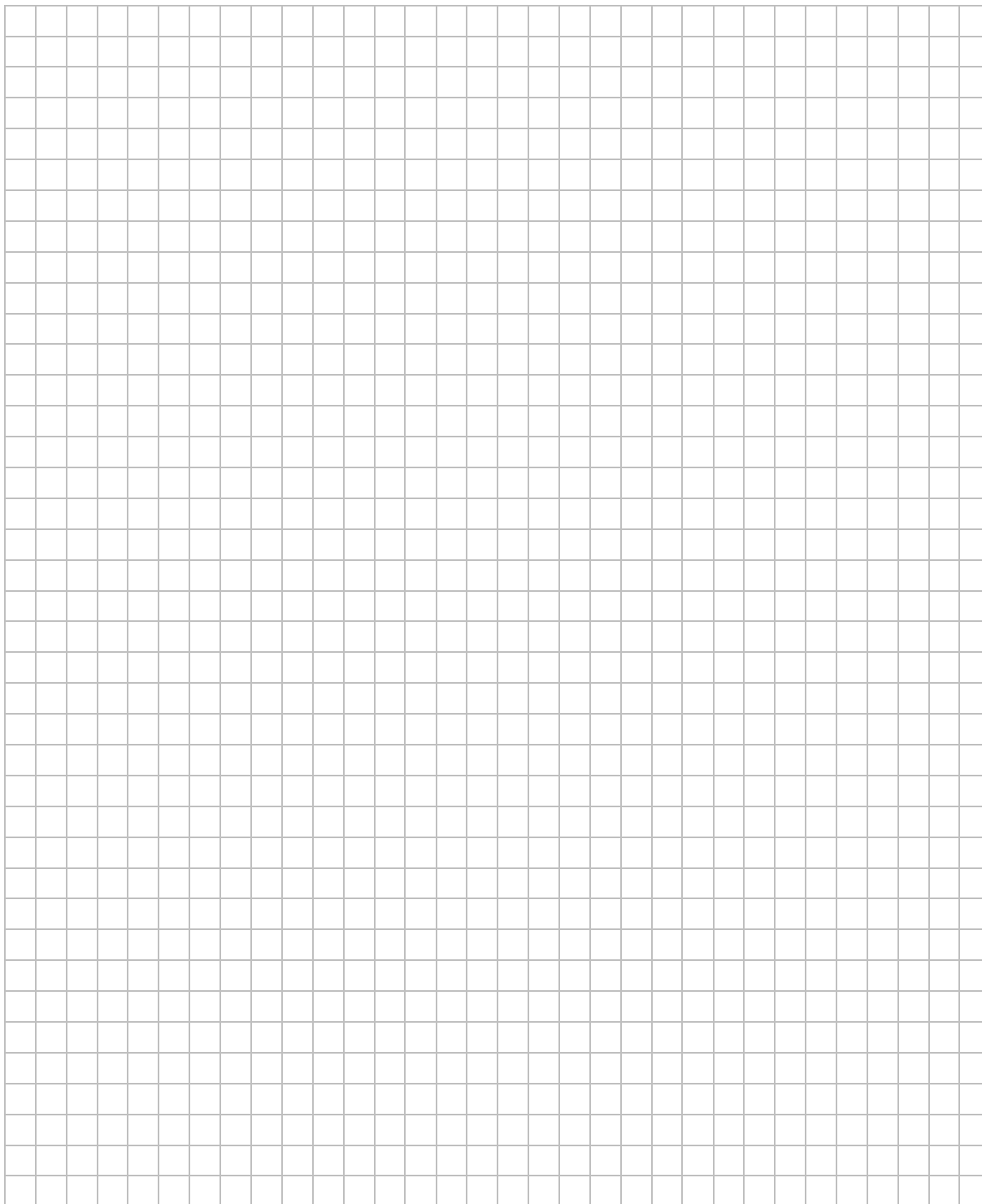
Niech P_n oznacza pole koła o promieniu $\frac{1}{2^n}$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (P_n) .

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to show their work.

Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–3)

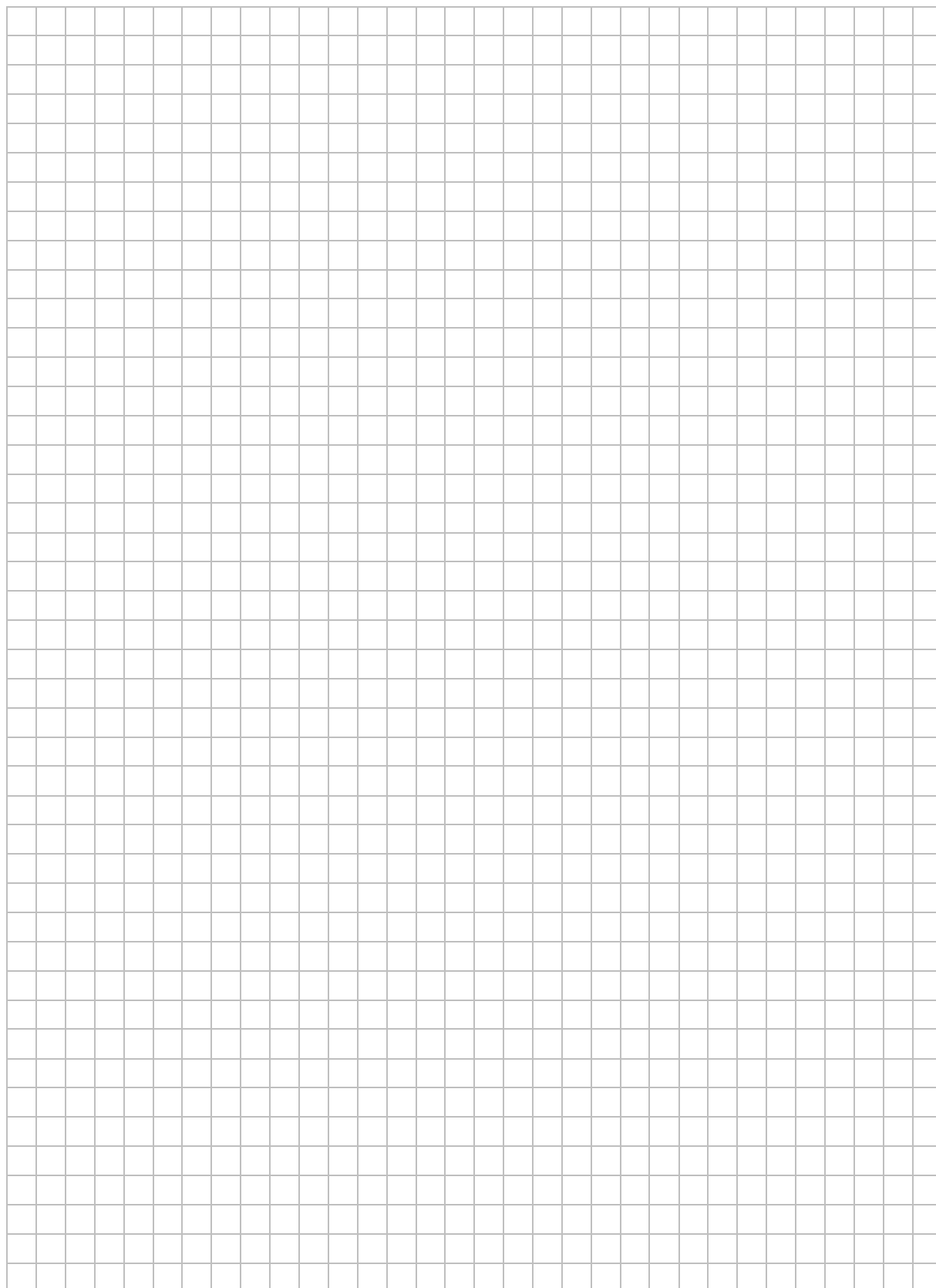
Wykaż, że jeżeli $a > b \geq 1$, to $\frac{a}{2+a^3} < \frac{b}{2+b^3}$.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.	13.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

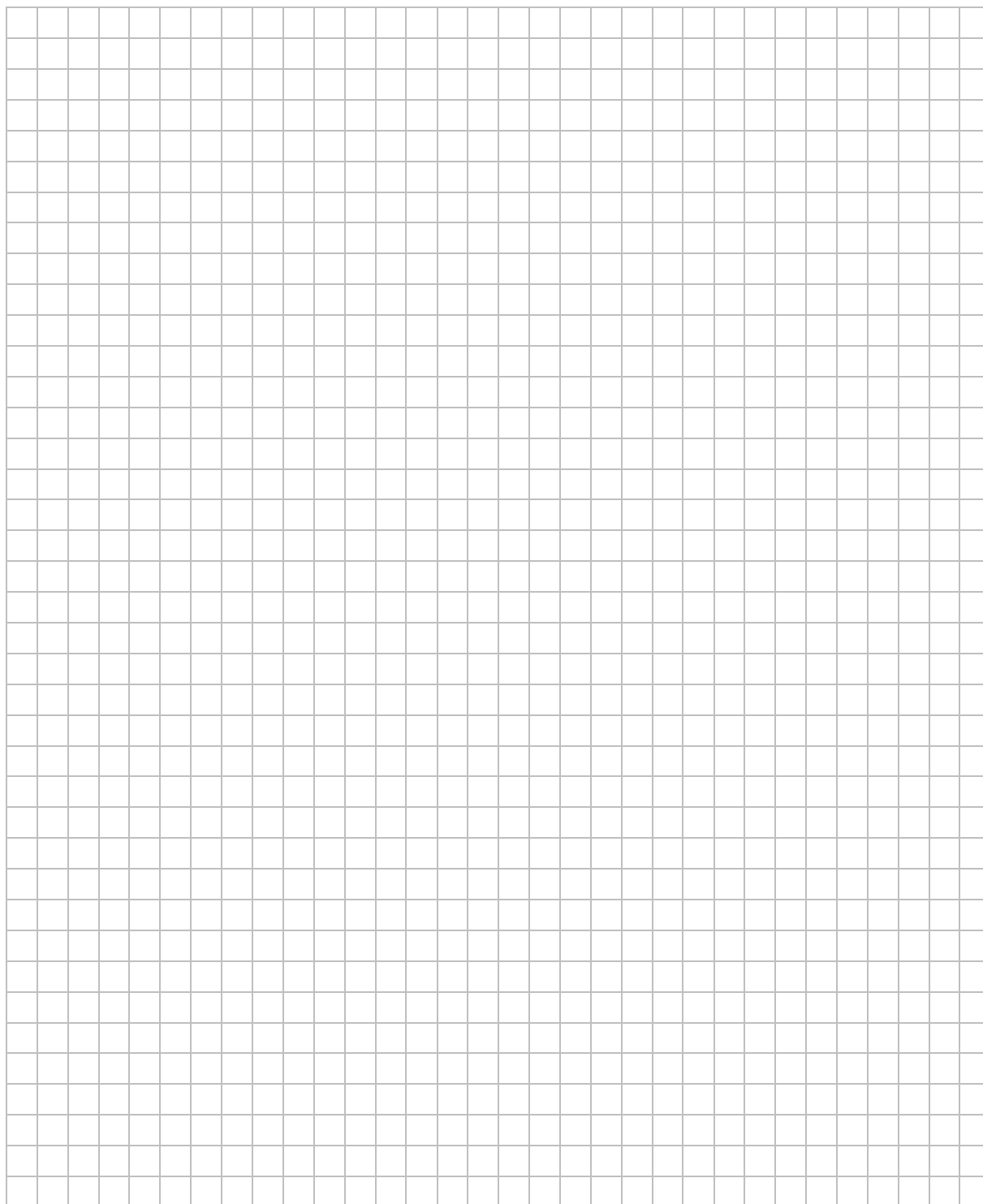
Zadanie 14. (0–4)

Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami wewnętrznymi trójkąta i $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2 \gamma$, to $\cos \gamma < 0$.



Zadanie 15. (0–3)

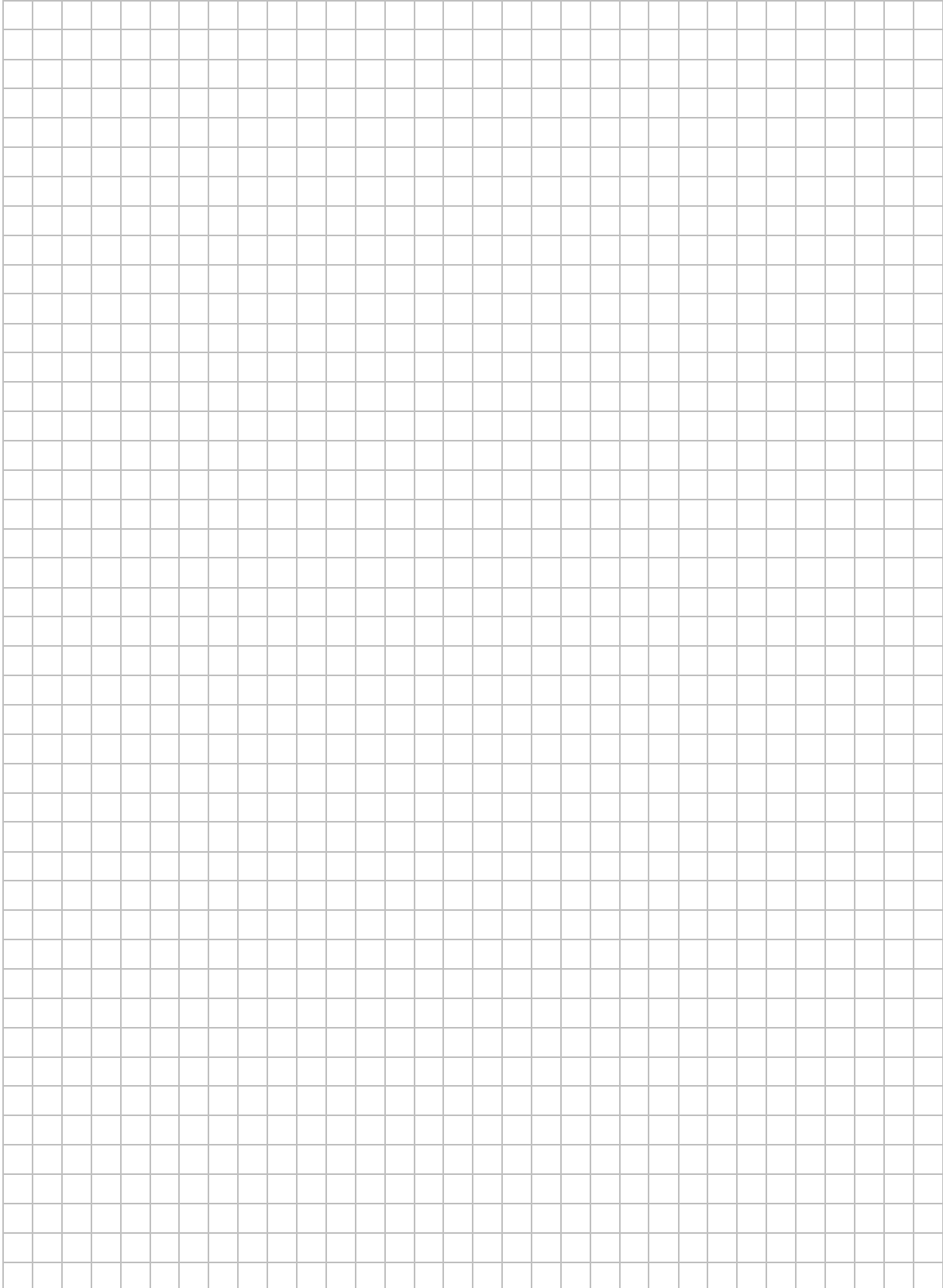
Punkt E jest środkiem boku BC prostokąta $ABCD$, w którym $AB > BC$. Punkt F leży na boku CD tego prostokąta oraz $\sphericalangle AEF = 90^\circ$. Udowodnij, że $\sphericalangle BAE = \sphericalangle EAF$.

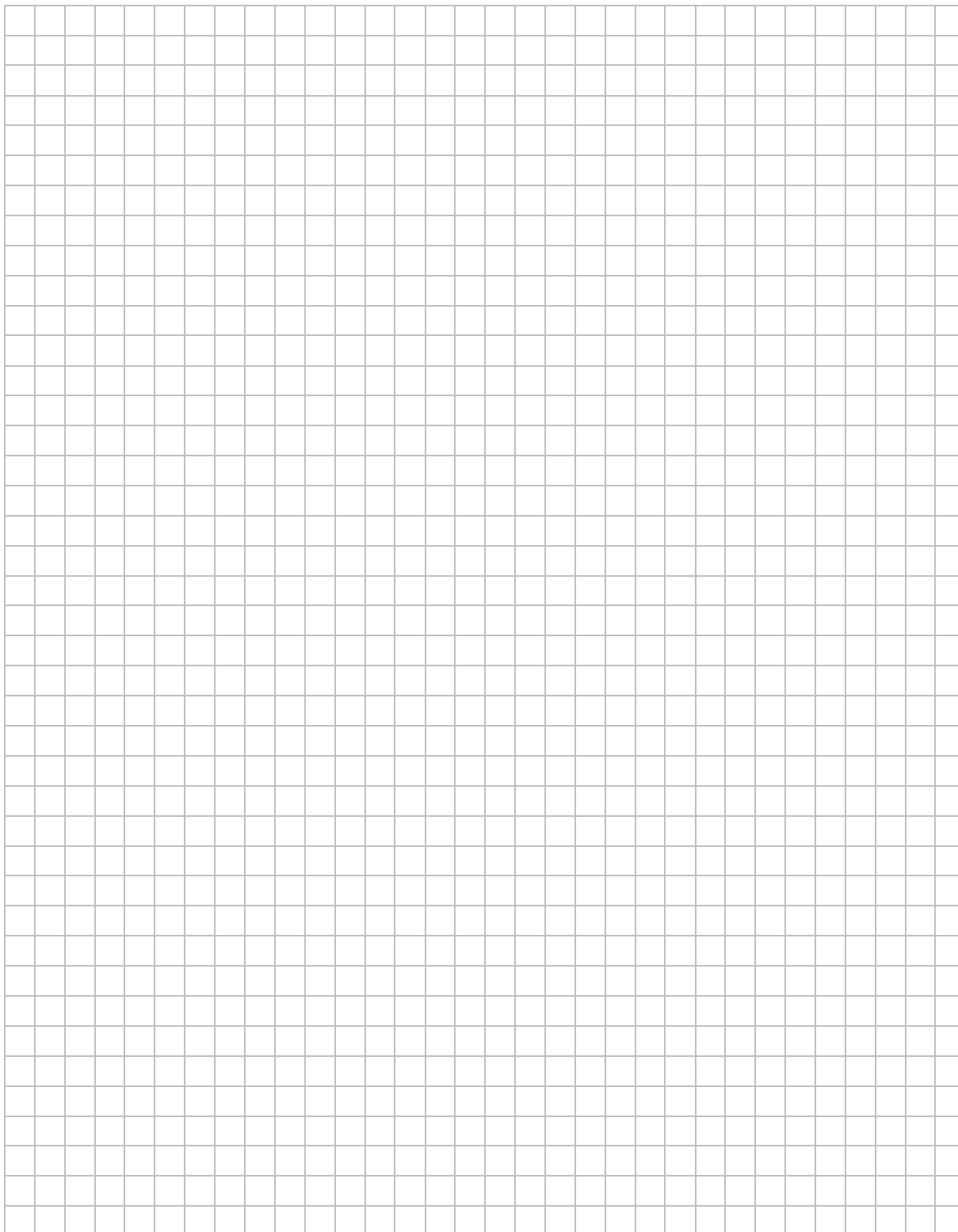


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.	15.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 16. (0–5)

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że w trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry otrzymamy co najmniej jedną „jedynekę”, pod warunkiem że otrzymamy co najmniej jedną „szóstkę”.

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to perform calculations or draw a tree diagram.

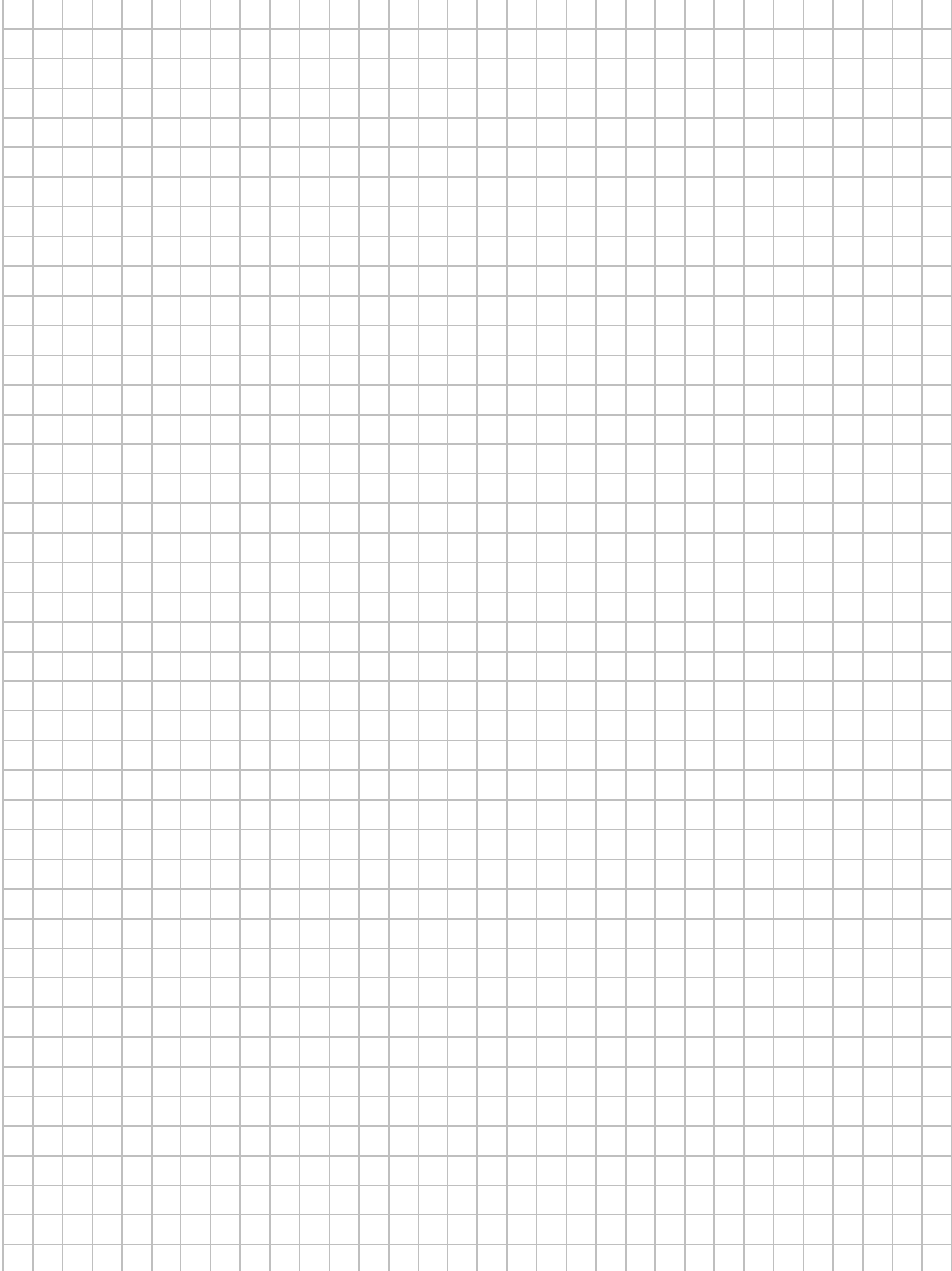


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	16.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

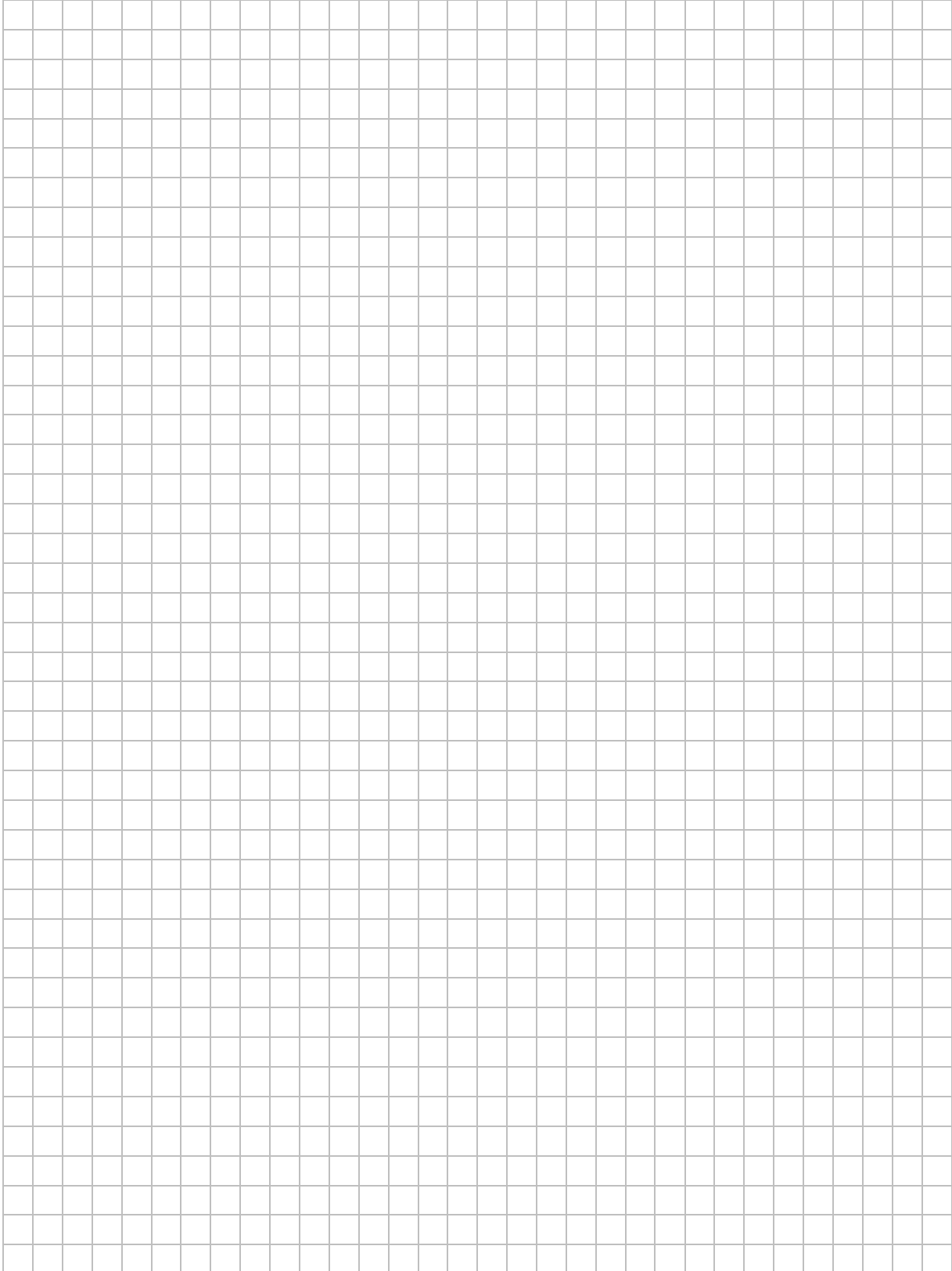
Zadanie 17. (0–6)

Dany jest okrąg o_0 o równaniu $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$. W pierwszej „ćwiartce” układu współrzędnych istnieją dwa okręgi o_1, o_2 styczne zewnętrznie do okręgu o_0 i jednocześnie styczne do obu osi układu współrzędnych. Oblicz odległość środków okręgów o_1 oraz o_2 .



Zadanie 18. (0–7)

Okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa i ramiona mają długość po 4 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć dłuższa podstawa tego trapezu, aby do pomieszczenia wpadało przez to okno jak najwięcej światła, czyli aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	18.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

