



MATERIAŁY DIAGNOSTYCZNE Z MATEMATYKI

LUTY 2012

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 22 strony (zadania 1 – 33).
2. Arkusz zawiera 24 zadania zamknięte i 9 zadań otwartych.
3. W zadaniach od 1. do 24. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Wybierz tylko jedną odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
4. Rozwiązania zadań od 25. do 33. zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
7. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
9. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za poprawne rozwiązanie.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Zadanie 1. (1 pkt)

Cena towaru wraz z 23% podatkiem VAT jest równa 25,83 zł. Cena towaru bez podatku VAT jest równa

- A. 19,89 zł B. 19,90 zł C. 21,00 zł D. 31,77 zł

Zadanie 2. (1 pkt)

Przedział $(-3,5)$ jest zbiorem rozwiązań nierówności

- A. $|1-x| < 4$ B. $|x+3| < 5$ C. $|3-x| < 5$ D. $|x+1| < 4$

Zadanie 3. (1 pkt)

Dana jest liczba $x = 2 \log_4 8$. Wtedy

- A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = 64$ D. $x = 256$

Zadanie 4. (1 pkt)

Liczba 30 jest przybliżeniem z nadmiarem liczby a . Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy 2,31. Wtedy

- A. $a = 27,69$ B. $a = 28,31$ C. $a = 30,31$ D. $a = 32,31$

Zadanie 5. (1 pkt)

Dana jest liczba $x = 9^{\frac{1}{2}} \cdot (-8)^{\frac{1}{3}}$. Wtedy

- A. $x = \frac{2}{3}$ B. $x = -\frac{2}{3}$ C. $x = -\frac{3}{2}$ D. $x = -6$

Zadanie 6. (1 pkt)

Liczba $(\sqrt{3}+2)(2-\sqrt{3})$ jest równa

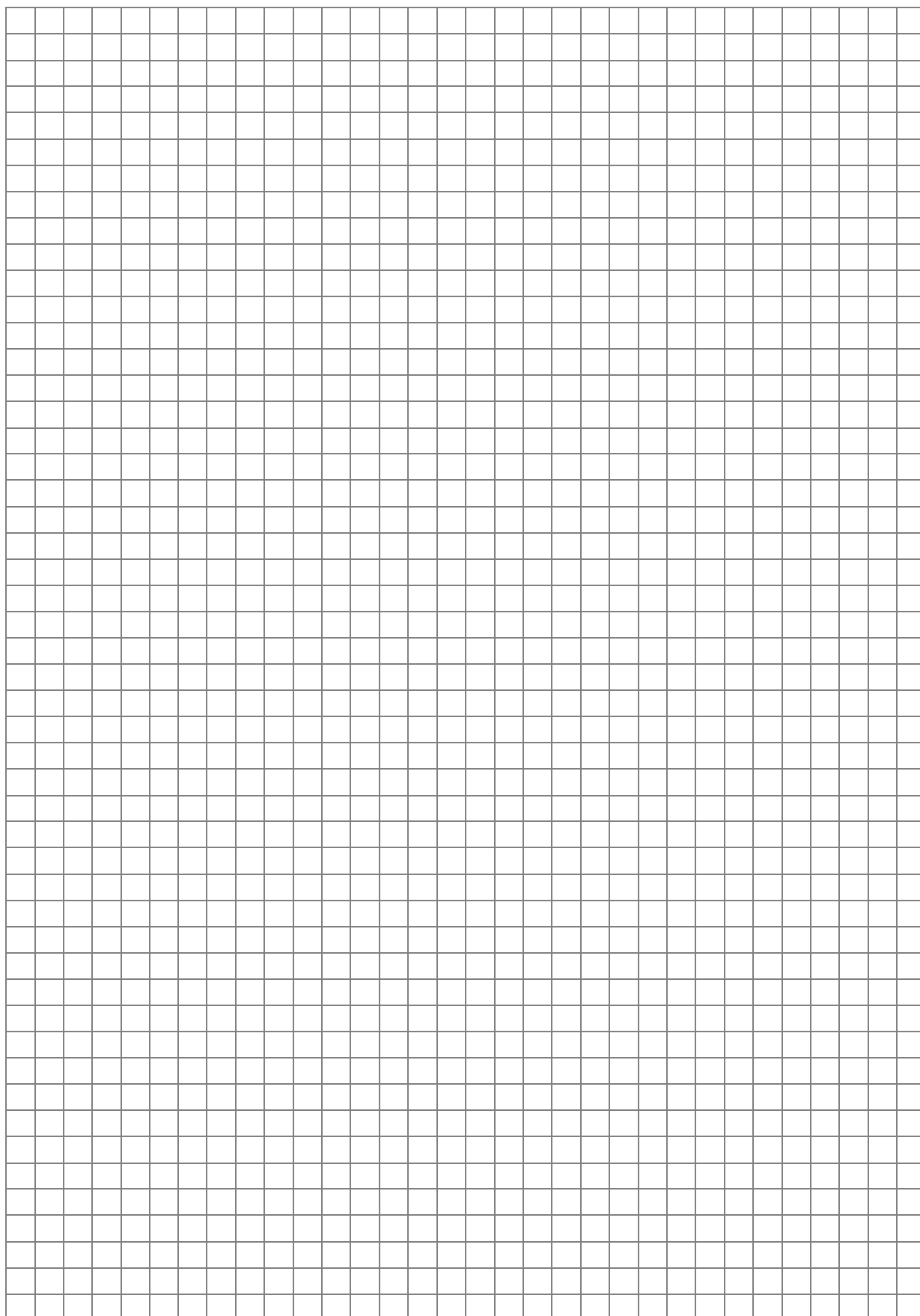
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Zadanie 7. (1 pkt)

Dziedziną wyrażenia wymiernego $\frac{x+4}{x^2-25}$ jest

- A. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
B. $(-\infty, -4) \cup (-4, +\infty)$
C. $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$
D. $(-\infty, -5) \cup (-5, 5) \cup (5, +\infty)$

Brudnopis



Zadanie 8. (1 pkt)

Funkcja liniowa określona wzorem $f(x) = (2 - 5m)x + m - 1$ jest malejąca. Wtedy

- A. $m \in \left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$ B. $m \in (-\infty, 1)$ C. $m \in \left(\frac{2}{5}, +\infty\right)$ D. $m \in (1, +\infty)$

Zadanie 9. (1 pkt)

Funkcja $f(x) = -2(x+3)(x-4)$ przyjmuje wartości dodatnie dla

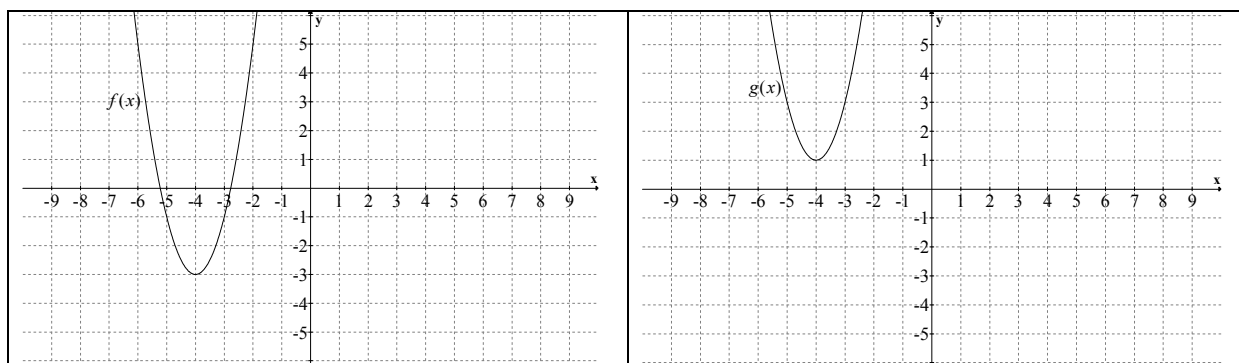
- A. $x \in (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$ B. $x \in (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$
C. $x \in (-3, 4)$ D. $x \in (-4, 3)$

Zadanie 10. (1 pkt)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -2) \\ -2x + 1 & \text{dla } x \in (-2, +\infty) \end{cases}$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -1

W zadaniach 11. i 12. wykorzystaj przedstawione poniżej wykresy funkcji f i g .

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Zbiorem wartości funkcji f jest

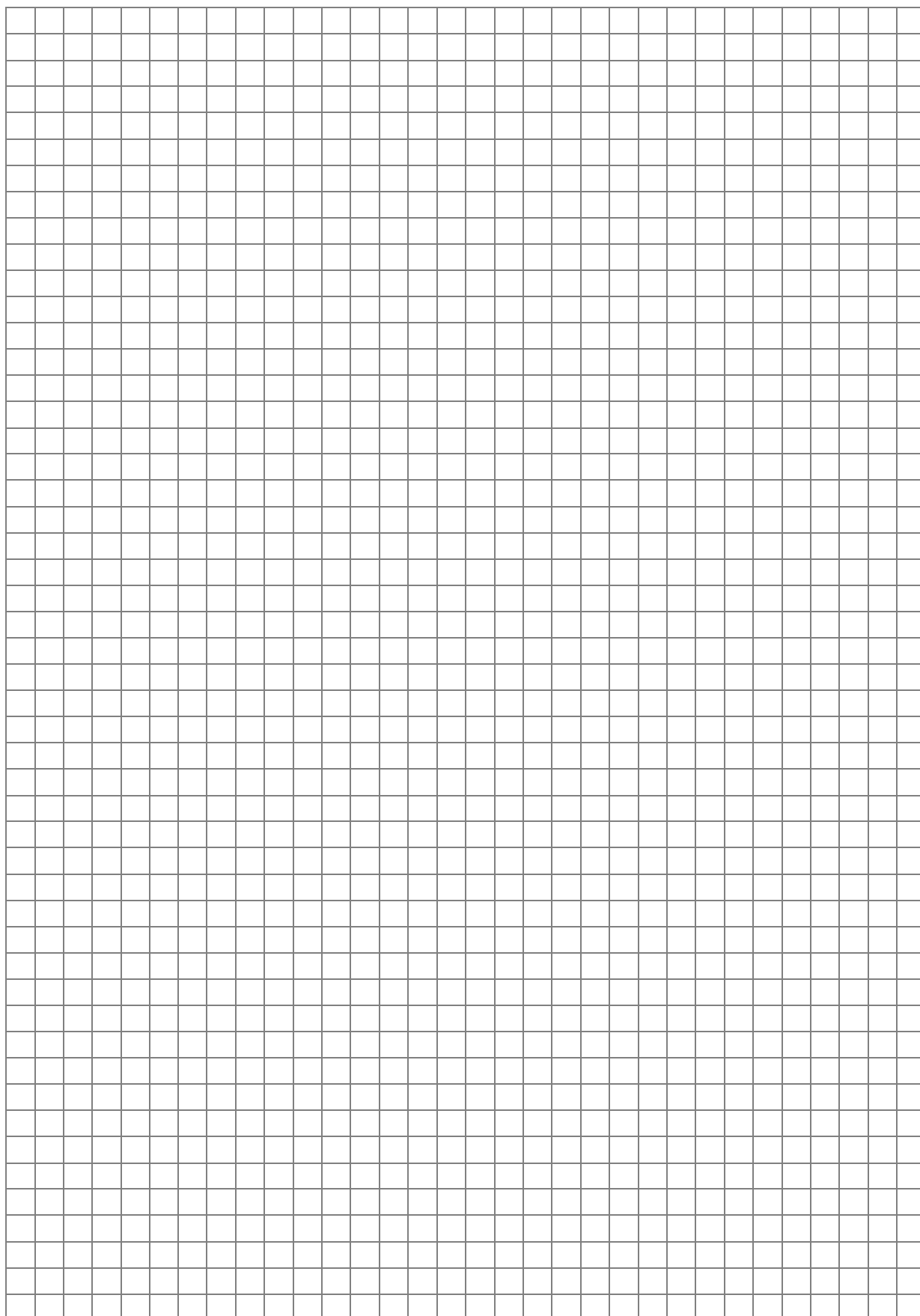
- A. $\langle -7, -1 \rangle$ B. $\langle -4, +\infty \rangle$ C. $\langle -3, +\infty \rangle$ D. $\langle -\infty, 0 \rangle$

Zadanie 12. (1 pkt)

Wykres funkcji $g(x)$ otrzymujemy przesuwając wykres funkcji $f(x)$ wzdłuż osi Oy . Wykres funkcji g określony jest wzorem

- A. $g(x) = f(x-4)$ B. $g(x) = f(x) - 4$
C. $g(x) = f(x+4)$ D. $g(x) = f(x) + 4$

Brudnopis



Zadanie 13. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_{21} = 2012$ i $r = 100$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

- A. 12 B. 22 C. 50 D. 102

Zadanie 14. (1 pkt)

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = \frac{3}{4}$ i $a_2 = 1$. Wtedy wyraz a_5 jest równy

- A. $\frac{256}{81}$ B. $\frac{64}{27}$ C. $\frac{16}{9}$ D. $\frac{9}{16}$

Zadanie 15. (1 pkt)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy

- A. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ B. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ C. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ D. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$

Zadanie 16. (1 pkt)

Wyrażenie $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha}$ jest równe

- A. $1 - \cos \alpha$ B. $\frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$ C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ D. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha$

Zadanie 17. (1 pkt)

Dany jest okrąg o promieniu 12. Miara kąta między średnicą AB a cięciwą BC jest równa 30° . Wtedy cięciwa AC ma długość

- A. 6 B. $6\sqrt{3}$ C. 12 D. $12\sqrt{3}$

Zadanie 18. (1 pkt)

Dane są dwa prostokąty podobne o polach powierzchni P_I i P_{II} . Wiemy, że $\frac{P_I}{P_{II}} = 2$ i obwód większego prostokąta jest równy 48 cm. Obwód mniejszego prostokąta jest równy

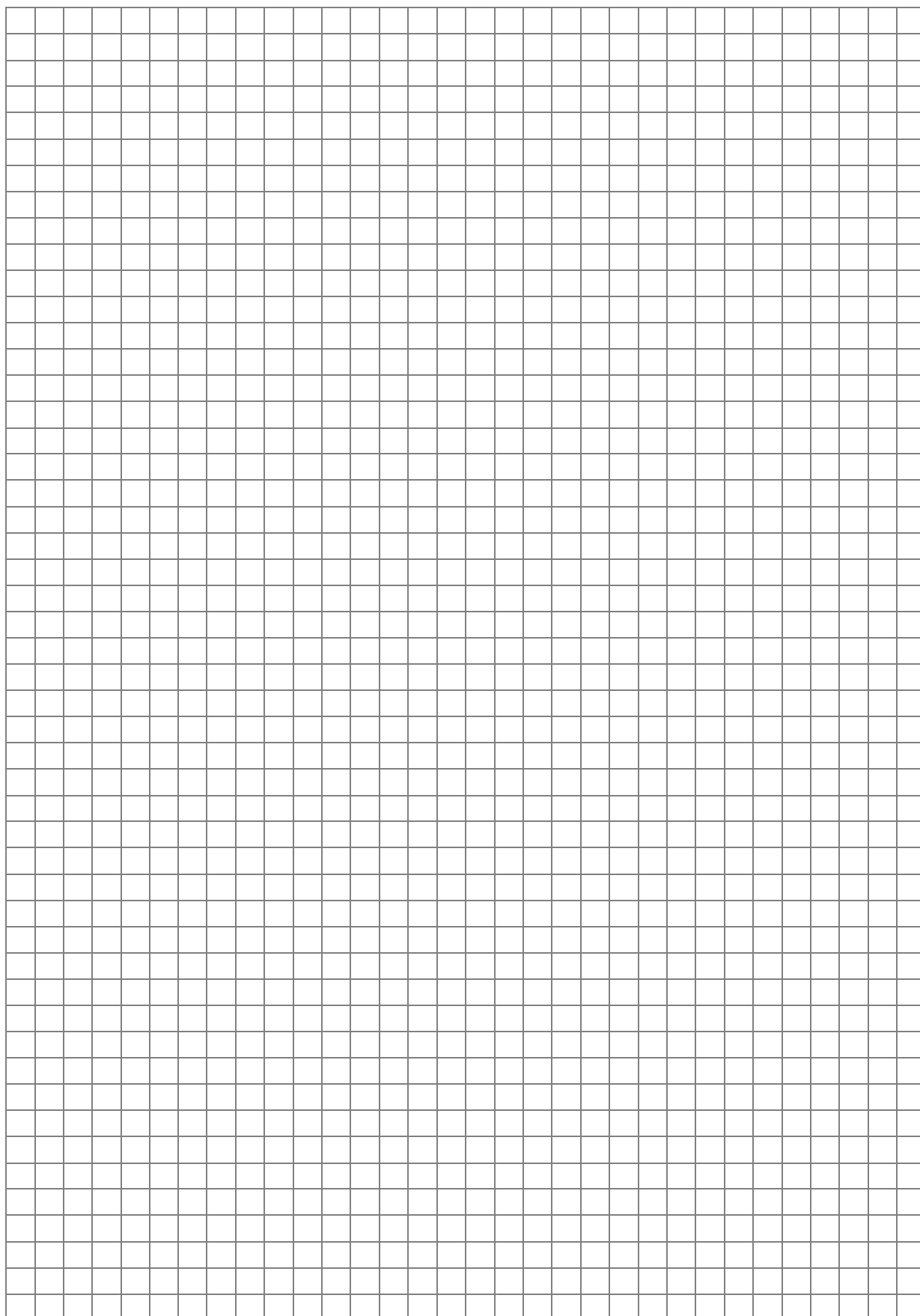
- A. 12 B. $12\sqrt{2}$ C. 24 D. $24\sqrt{2}$

Zadanie 19. (1 pkt)

Bok trójkąta równobocznego ma długość 8. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

- A. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Brudnopis



Zadanie 20. (1 pkt)

Wykres funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = 0,5x + 7$ jest prostą prostopadłą do prostej o równaniu

- A. $y = 2x + 7$ B. $y = -0,5x - 7$ C. $y = 5x + 7$ D. $y = -2x + 7$

Zadanie 21. (1 pkt)

Styczną do okręgu $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ jest prosta o równaniu

- A. $x = 4$ B. $x = -4$ C. $y = 0$ D. $y = 4$

Zadanie 22. (1 pkt)

Przekątna sześcianu ma długość 6 cm. Objętość tego sześcianu jest

- A. mniejsza niż 41 cm^3
B. równa 41 cm^3
C. równa $41,5 \text{ cm}^3$
D. większa niż $41,5 \text{ cm}^3$

Zadanie 23. (1 pkt)

Ile różnych czterocyfrowych kodów PIN, o niepowtarzających się cyfrach, można utworzyć z cyfr parzystych? Uwaga: zero jest też liczbą parzystą.

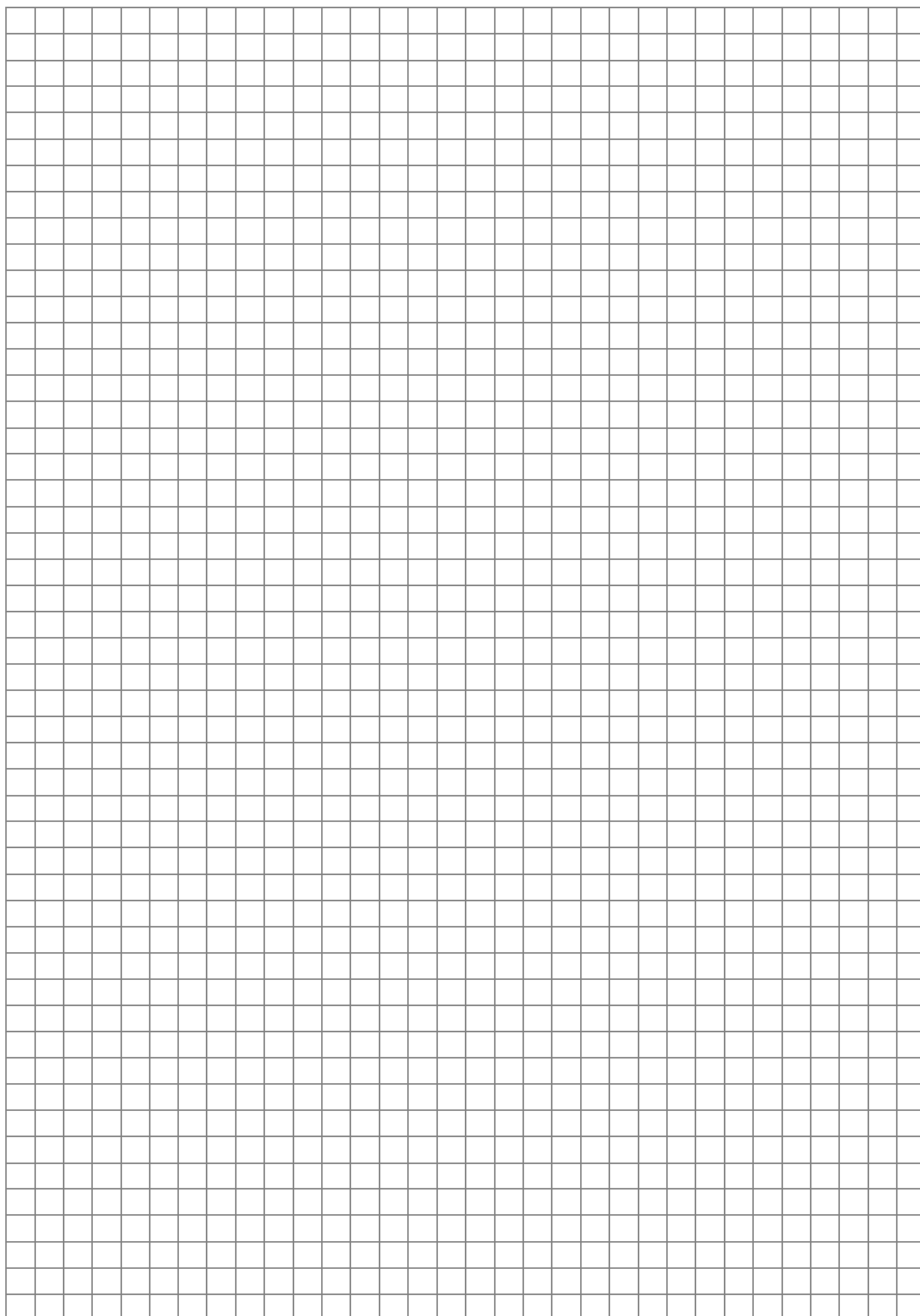
- A. 625 B. 120 C. 5 D. 1

Zadanie 24. (1 pkt)

O zdarzeniu losowym A , zawartym w Ω wiemy, że $P(A) + 5P(A') = 1,64$. Wtedy

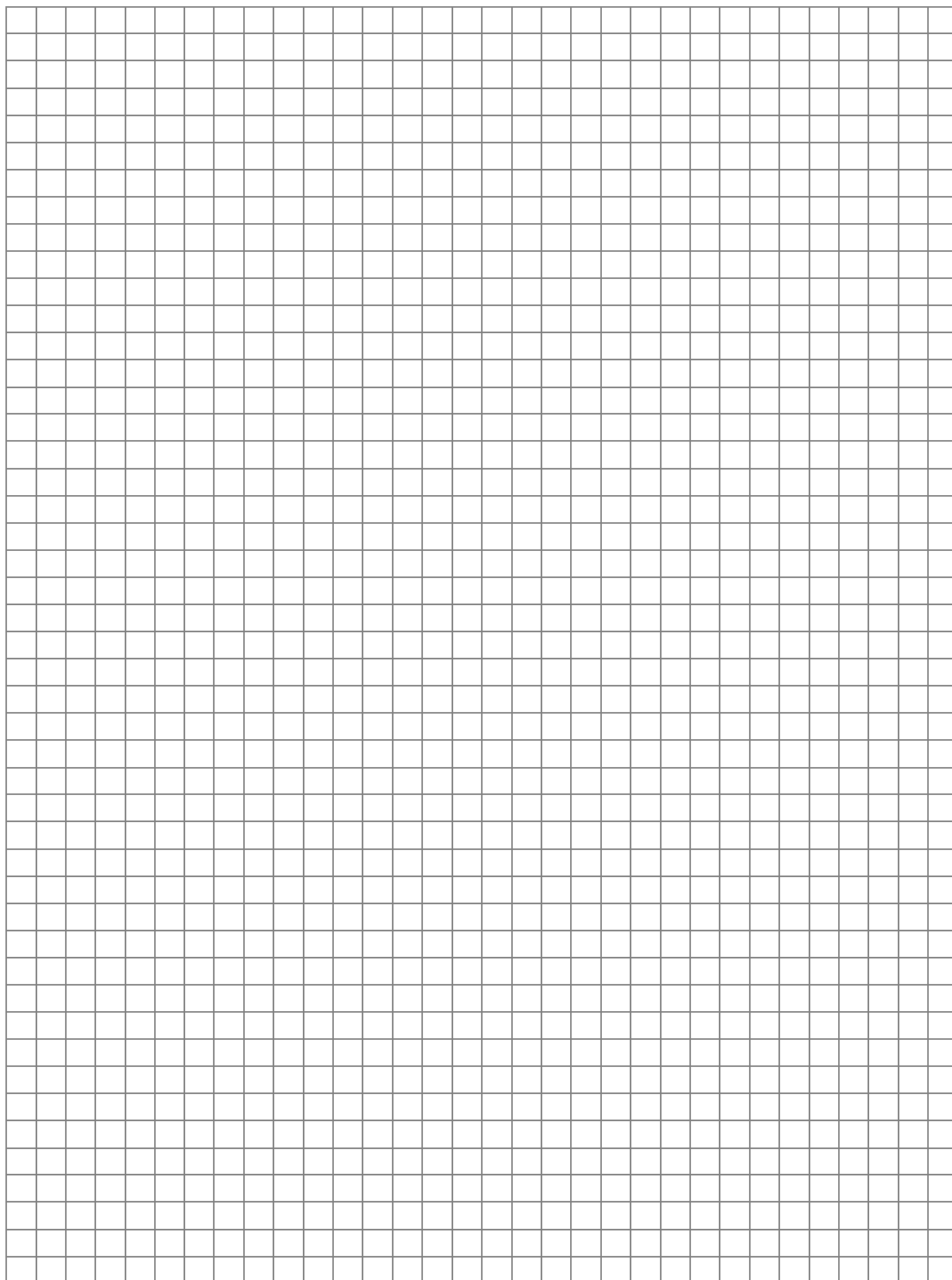
- A. $P(A) = 0,16$ B. $P(A) = 0,328$ C. $P(A) = 0,84$ D. $P(A) = 0,94$

Brudnopis



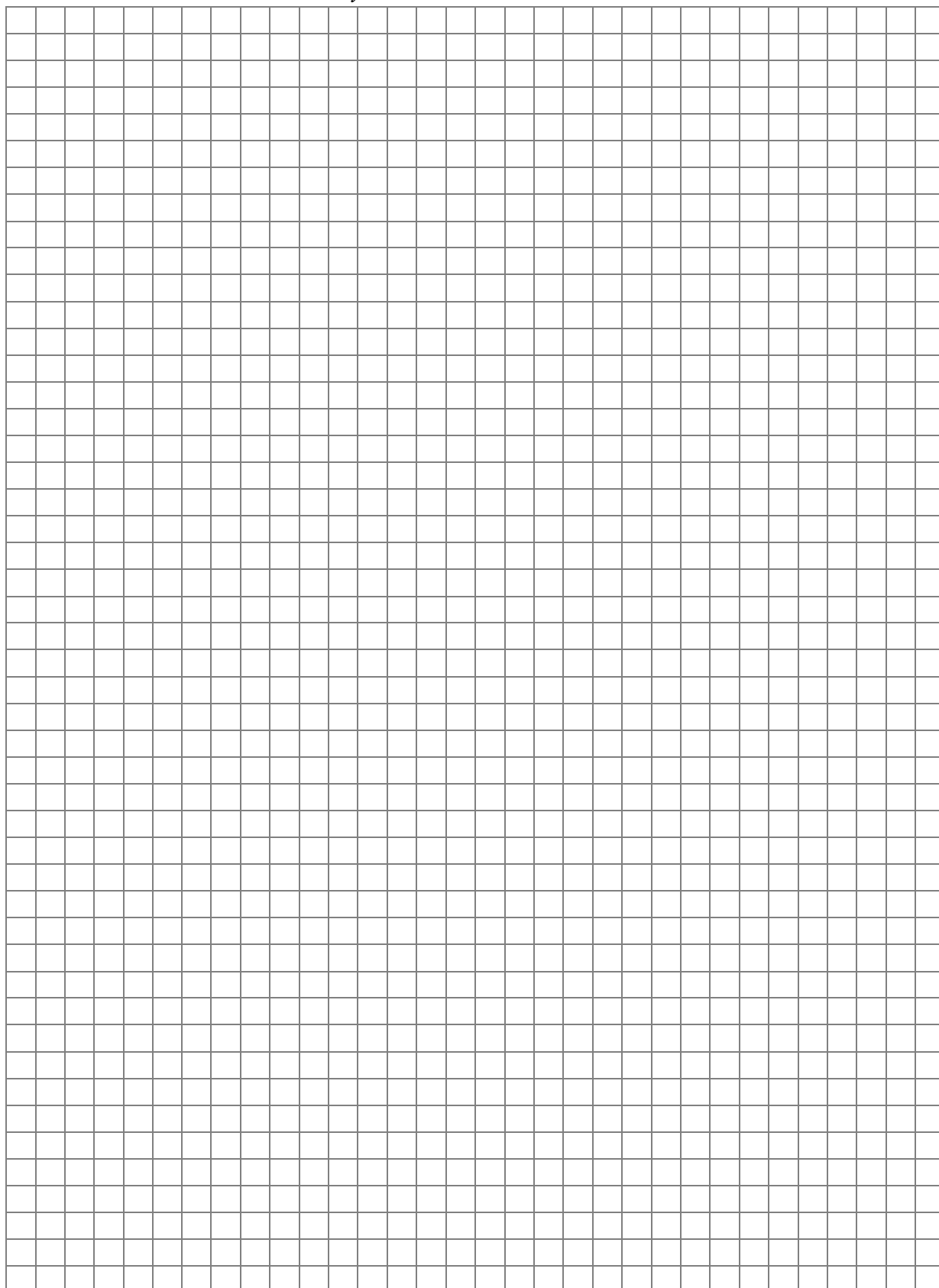
Zadanie 25. (2 pkt)

Rozwiąż równanie $\frac{3}{x} + \frac{x}{3} = \frac{5}{2}$ dla $x \neq 0$.



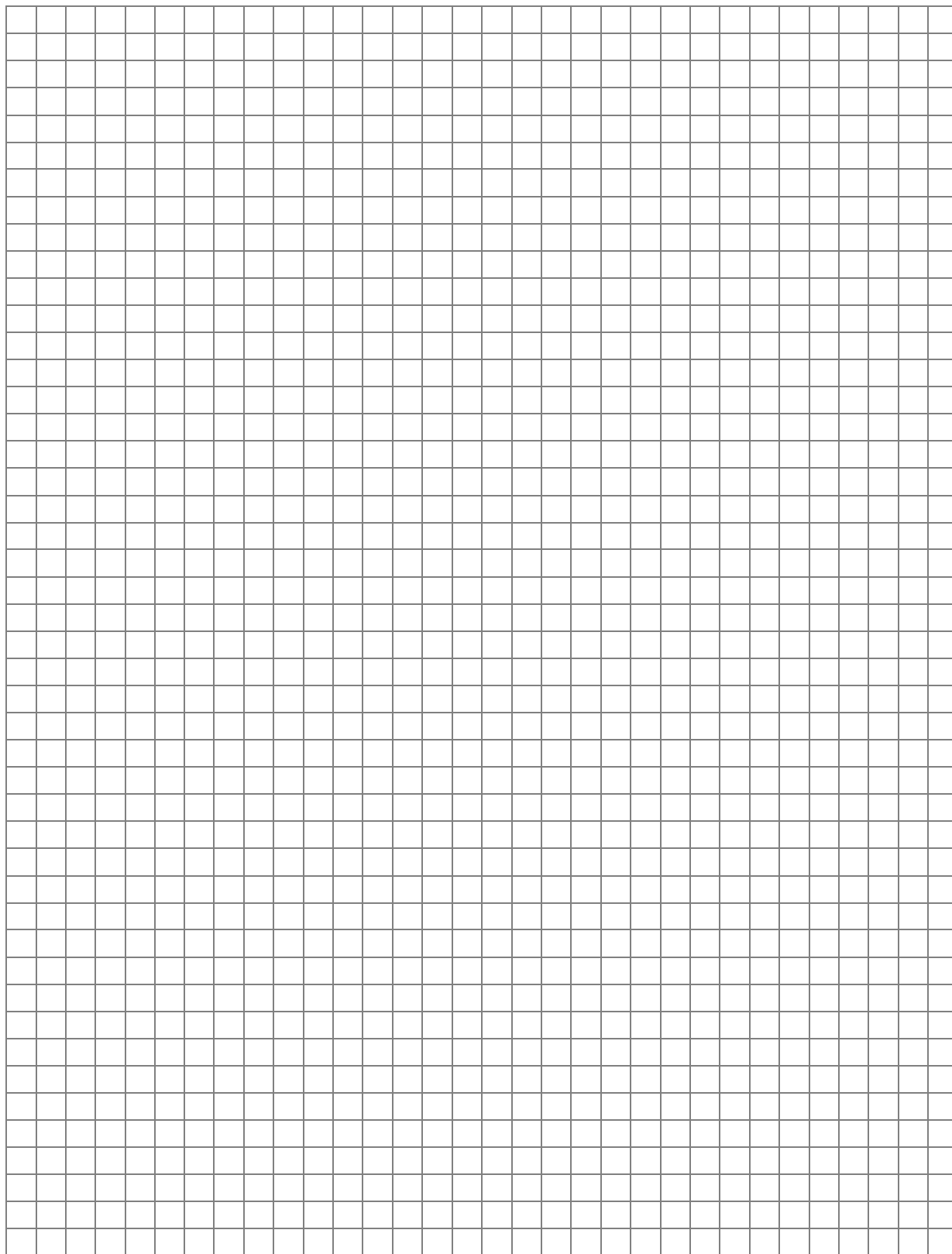
Zadanie 26. (2 pkt)

Wykaż, że jeśli $x > 0$ i $y > 0$, to $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$.



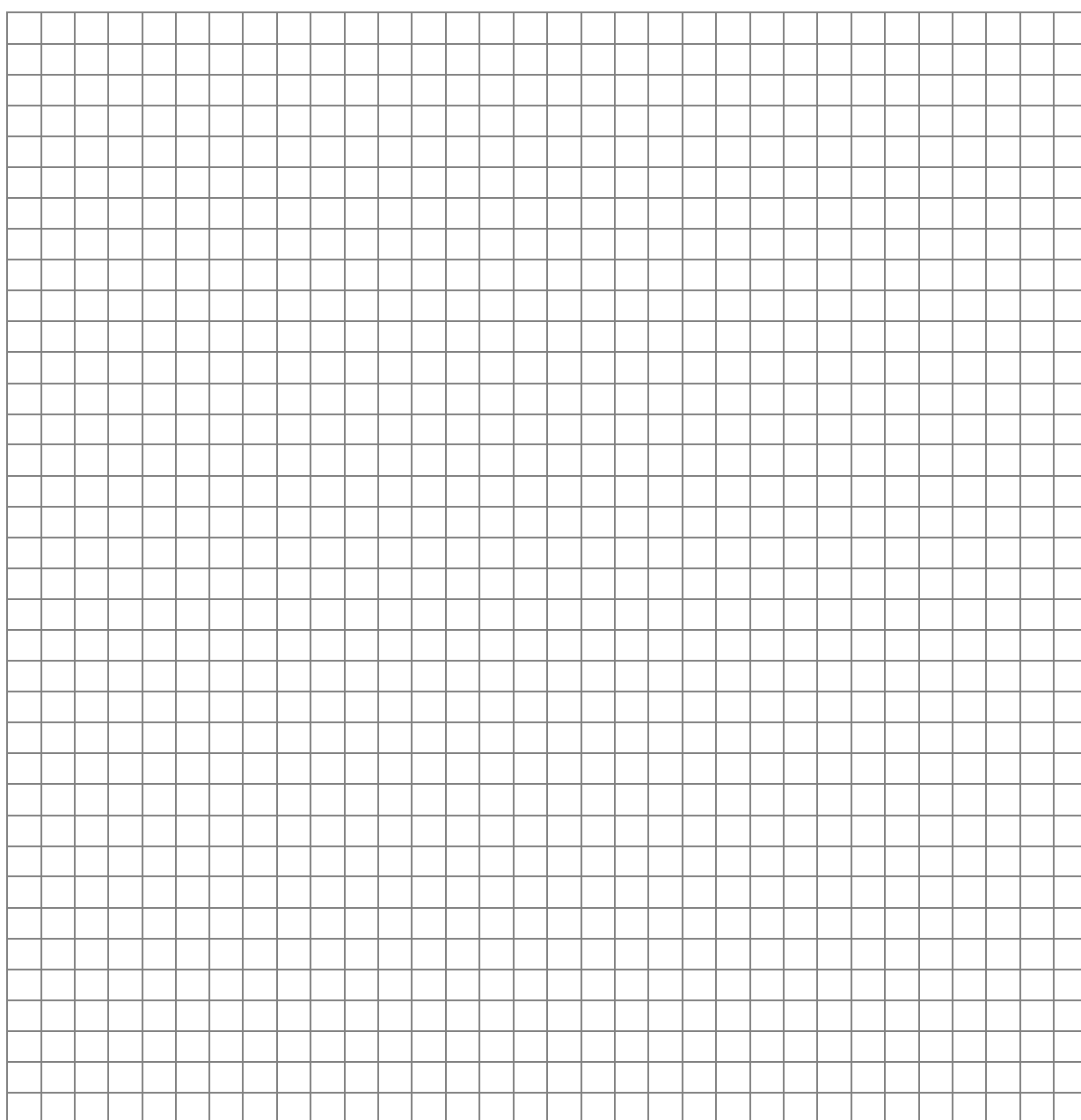
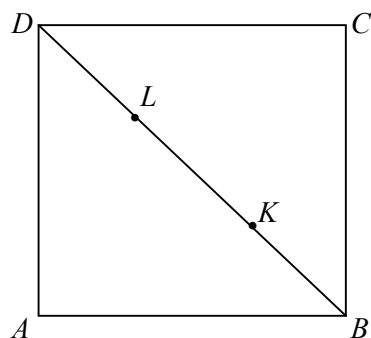
Zadanie 27. (2 pkt)

Dany jest trapez $ABCD$. Dłuższa podstawa AB ma długość m , pozostałe trzy boki trapezu są równej długości. Przedłużenia ramion trapezu AD i BC przecinają się w punkcie E pod kątem 2α . Oblicz obwód tego trapezu.



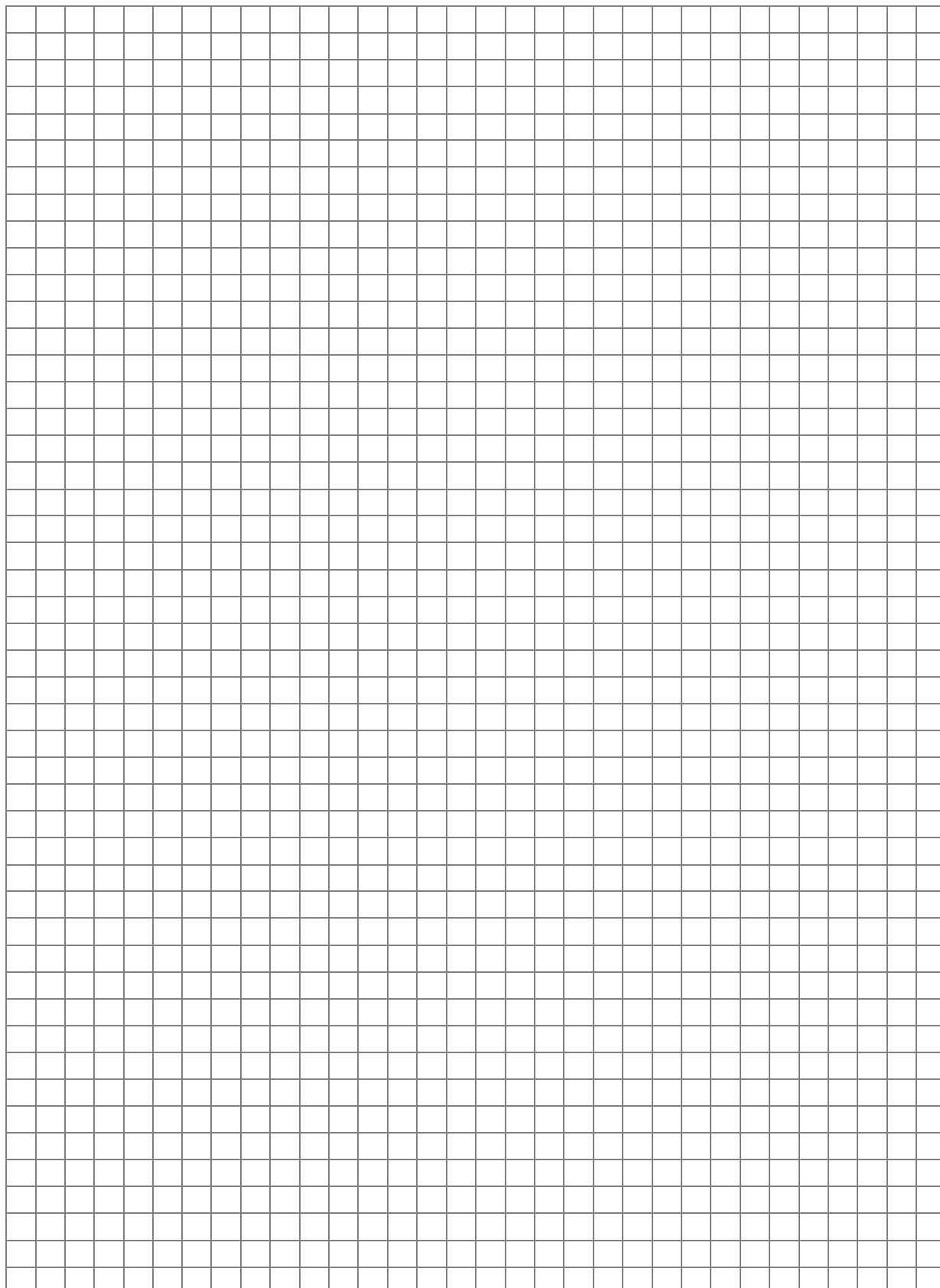
Zadanie 29. (2 pkt)

Dany jest kwadrat $ABCD$. Na przekątnej BD obrano dwa różne punkty K i L , takie że $|BK| = |DL|$ (zobacz rysunek). Uzasadnij, że czworokąt $AKCL$ jest rombem.



Zadanie 30. (2 pkt)

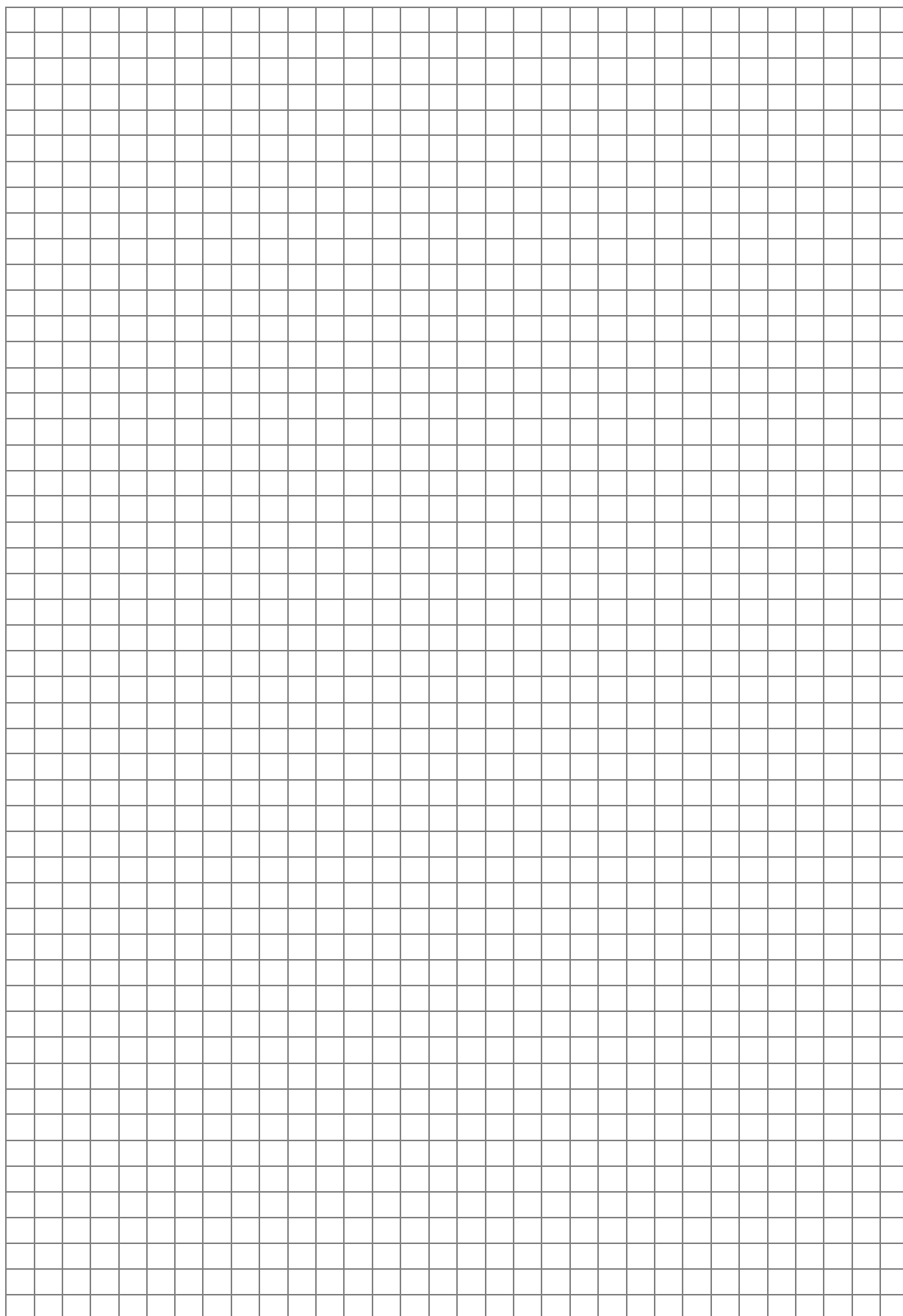
Dany jest romb $ABCD$ o boku długości 16 i polu powierzchni równym $128\sqrt{3}$. Oblicz długość dłuższej przekątnej tego rombu.



Zadanie 31. (4 pkt)

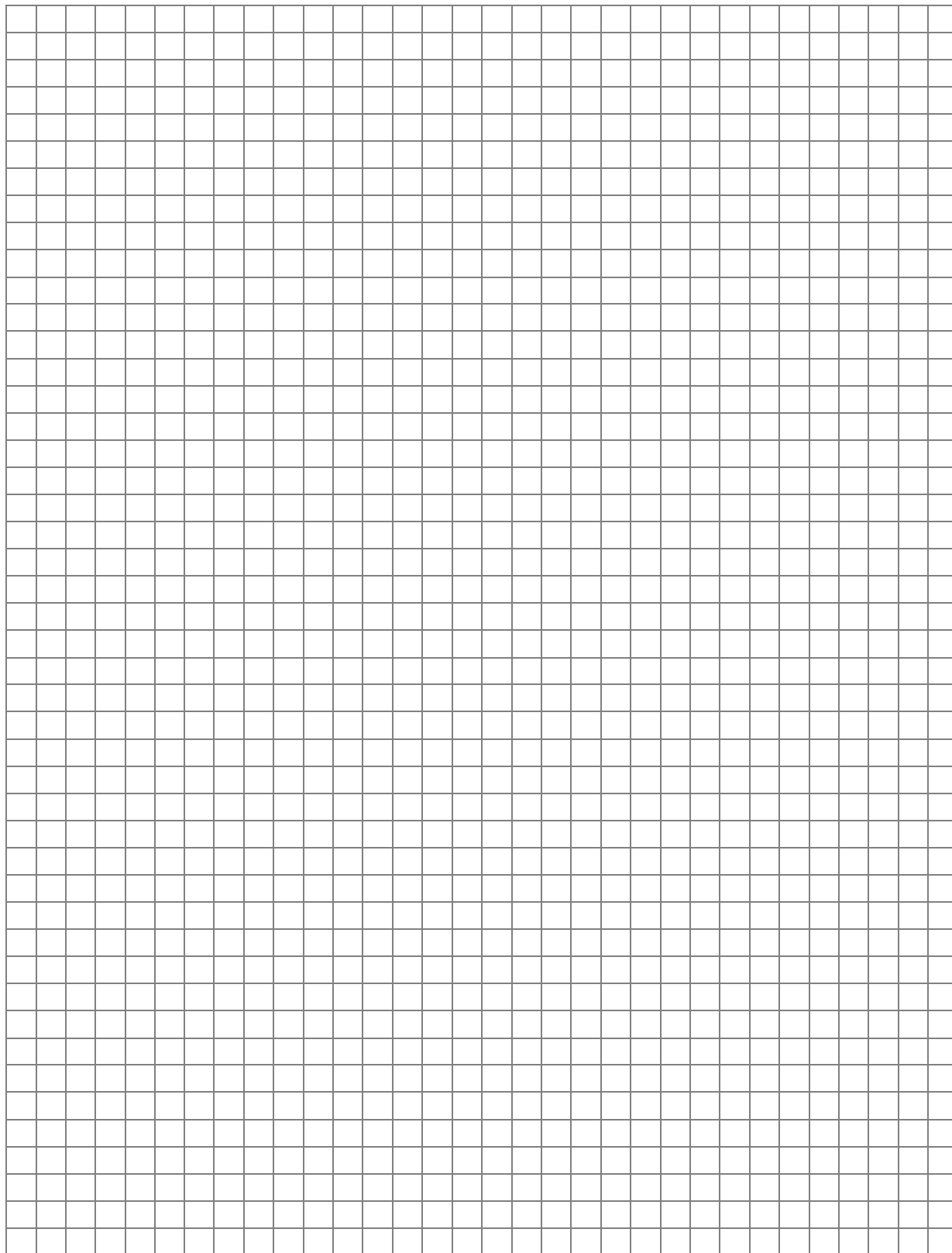
Julia i Dominika mają skarbonki. W skarbonce Julii znajduje się 1 banknot 50 zł, dwa banknoty 20 zł i 3 banknoty 10 zł, natomiast w skarbonce Dominiki znajdują się 2 banknoty 50 zł, 1 banknot 20 zł i 5 banknotów 10 zł. Każda z dziewcząt losuje ze swojej skarbonki jeden banknot. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wartość wylosowanych banknotów przekroczy 38 zł? Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

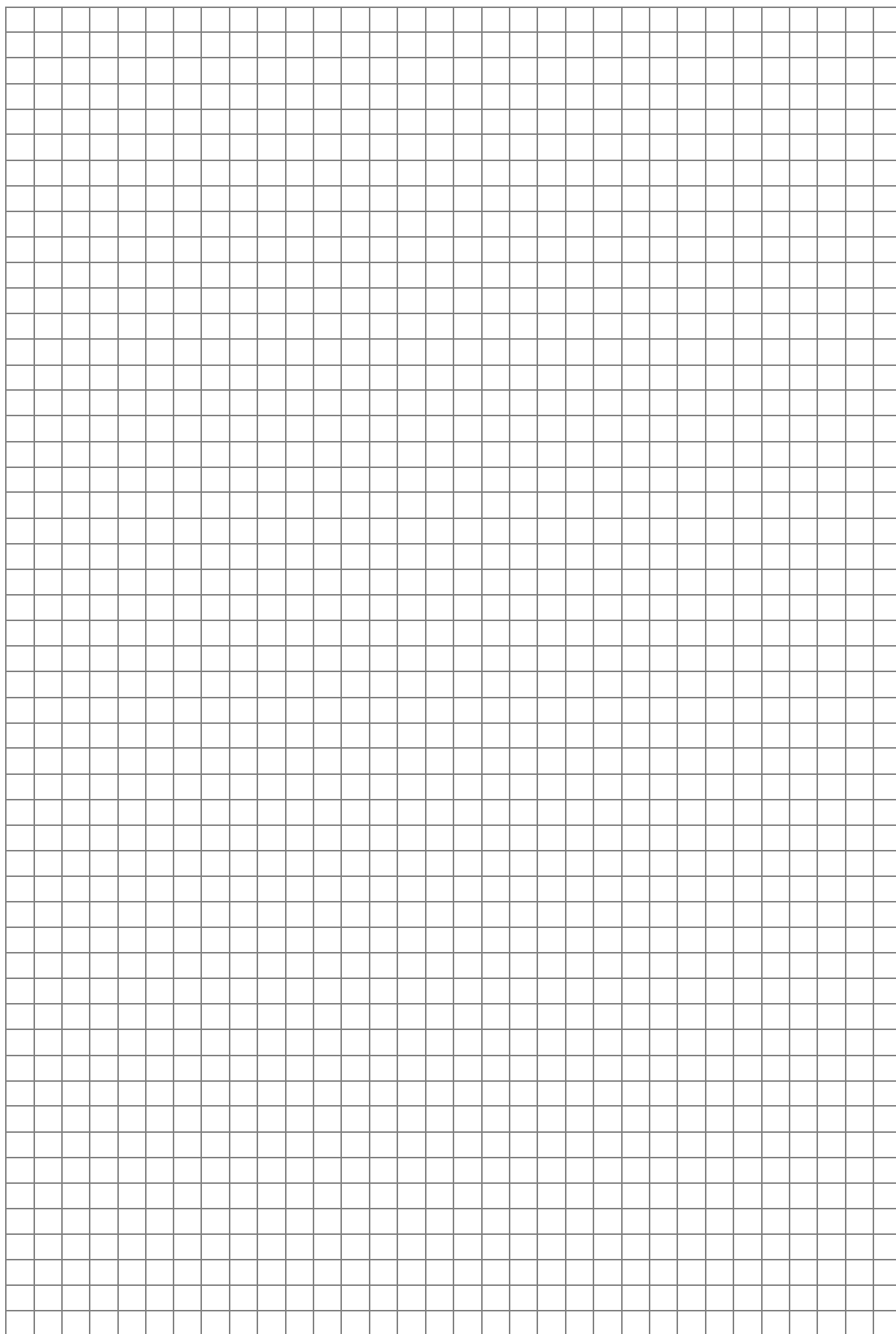
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.



Zadanie 32. (5 pkt)

Punkty o współrzędnych $A = (-2, -8)$, $B = (2, 4)$, $C = (-2, 2)$ są wierzchołkami trapezu. Ramię trapezu AD jest prostopadłe do podstaw AB i CD . Oblicz współrzędne punktu D oraz pole powierzchni tego trapezu.

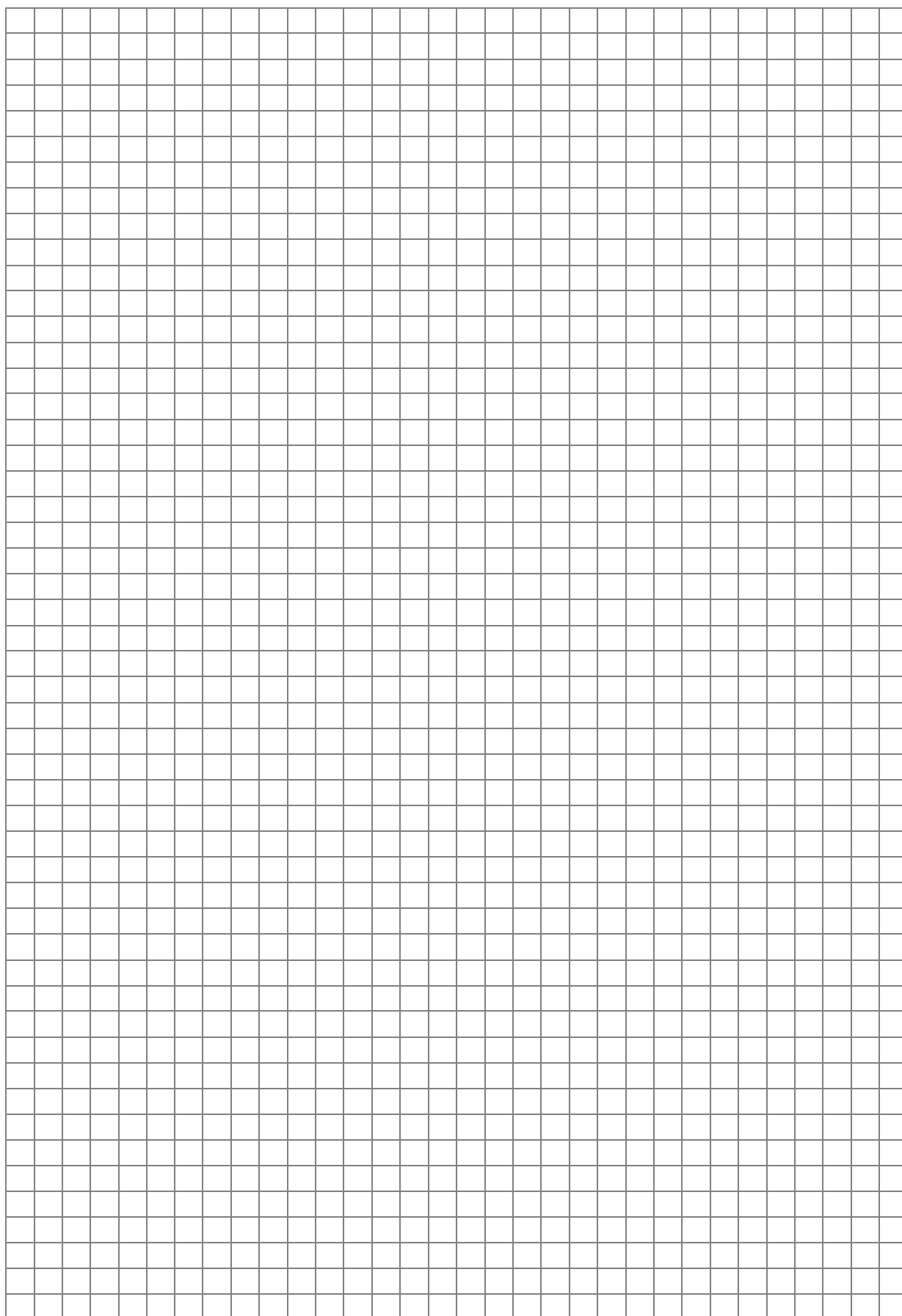




Zadanie 33. (5 pkt)

Szkoła zakupiła na raty serwer za kwotę 5400 zł. Będzie go spłacała w równych miesięcznych ratach. Gdyby okres spłaty skrócić o pół roku, wówczas kwota raty wzrosłaby o 75 zł. Jaka była miesięczna wysokość raty i przez jaki okres szkoła spłacała swoje zobowiązania finansowe?

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.



Brudnopis

