

Miejsce na naklejkę z kodem

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

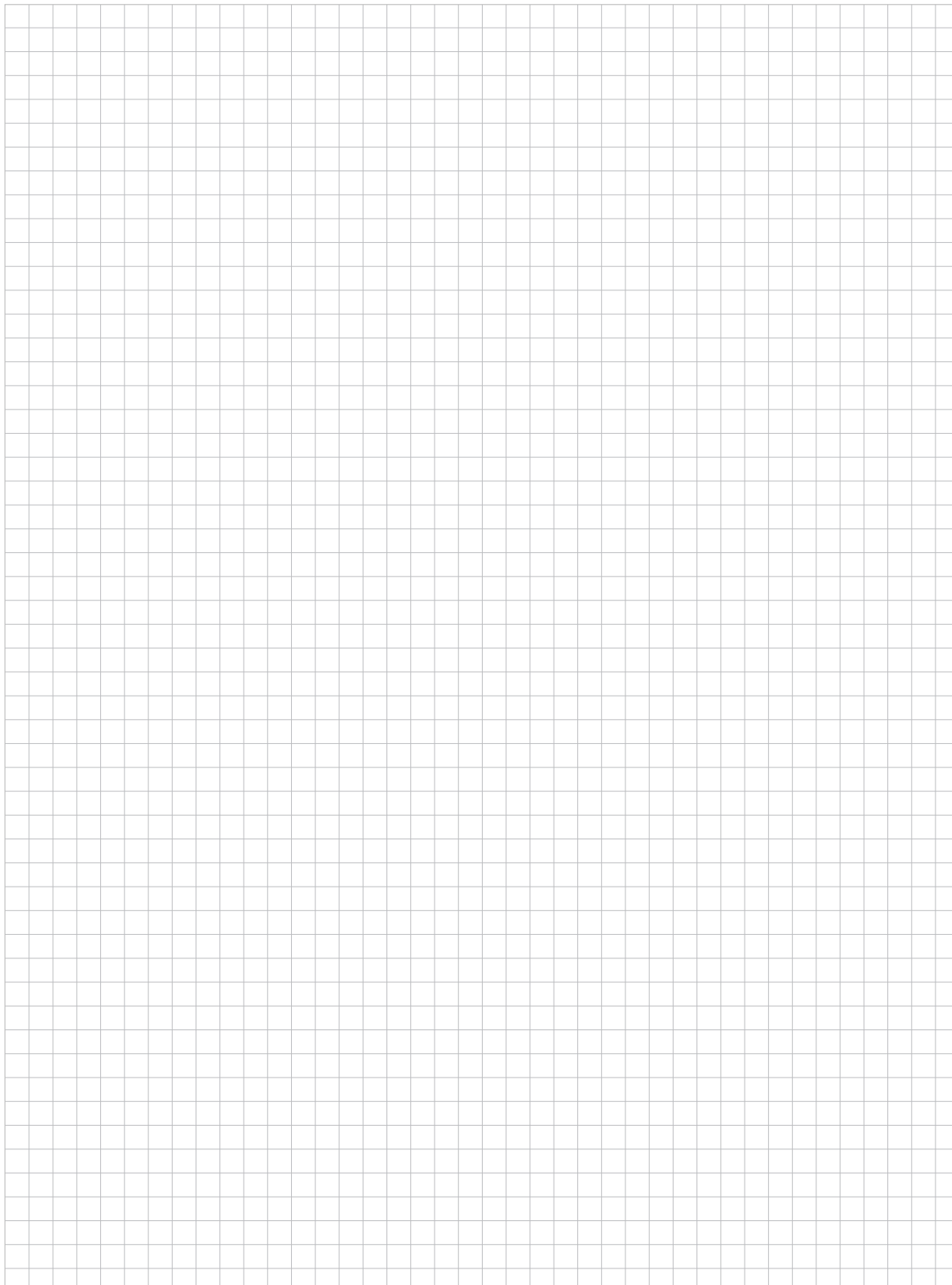
--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

Zadanie 1. (4 pkt)

Rozwiąż układ równań:

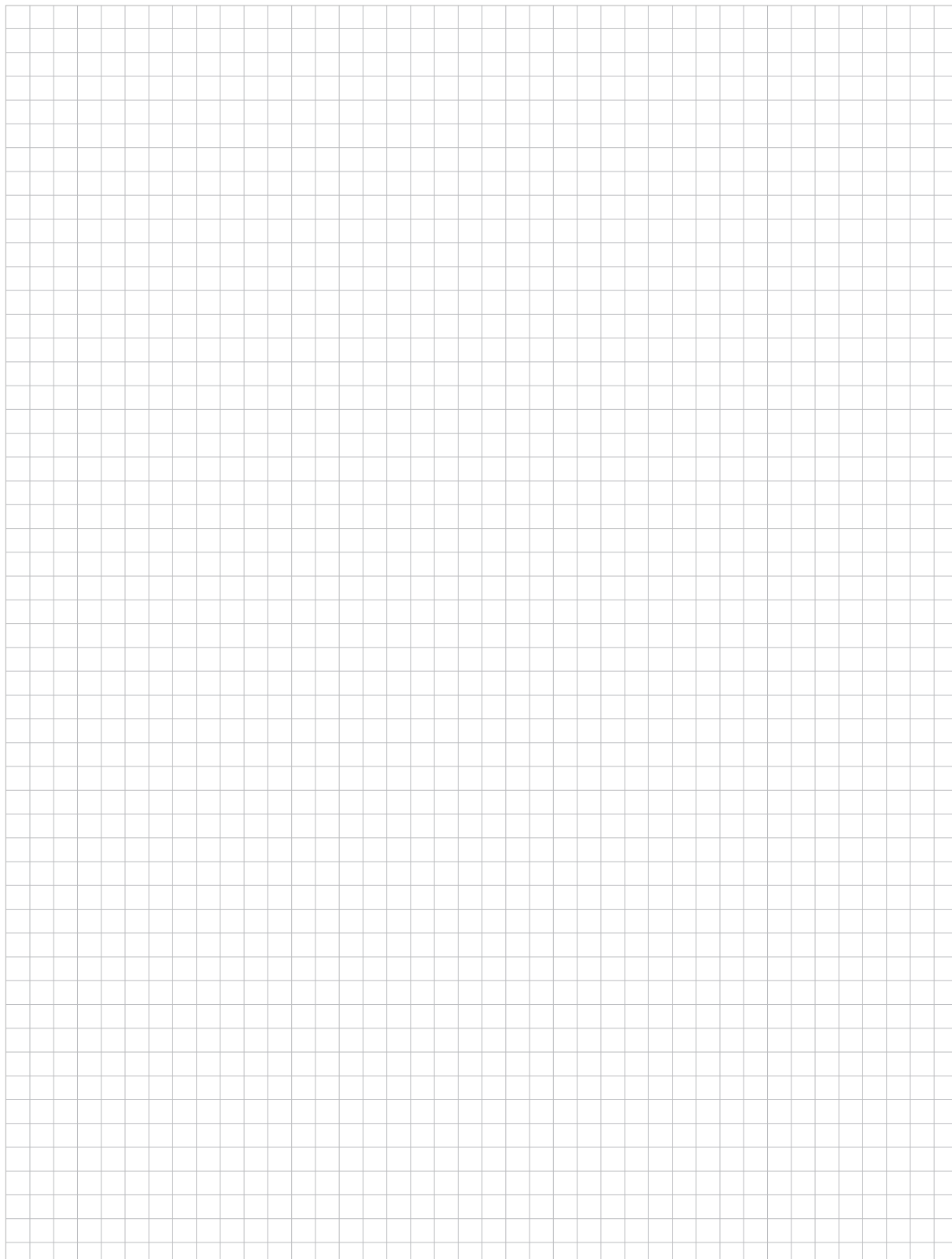
$$\begin{cases} 3 = |x| + |y| \\ 3 = 2|x| + y \end{cases}$$



Zadanie 2. (5 pkt)

Określ, jaką liczbą – dodatnią czy ujemną, jest $\sin x + \cos x$, wiedząc, że $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

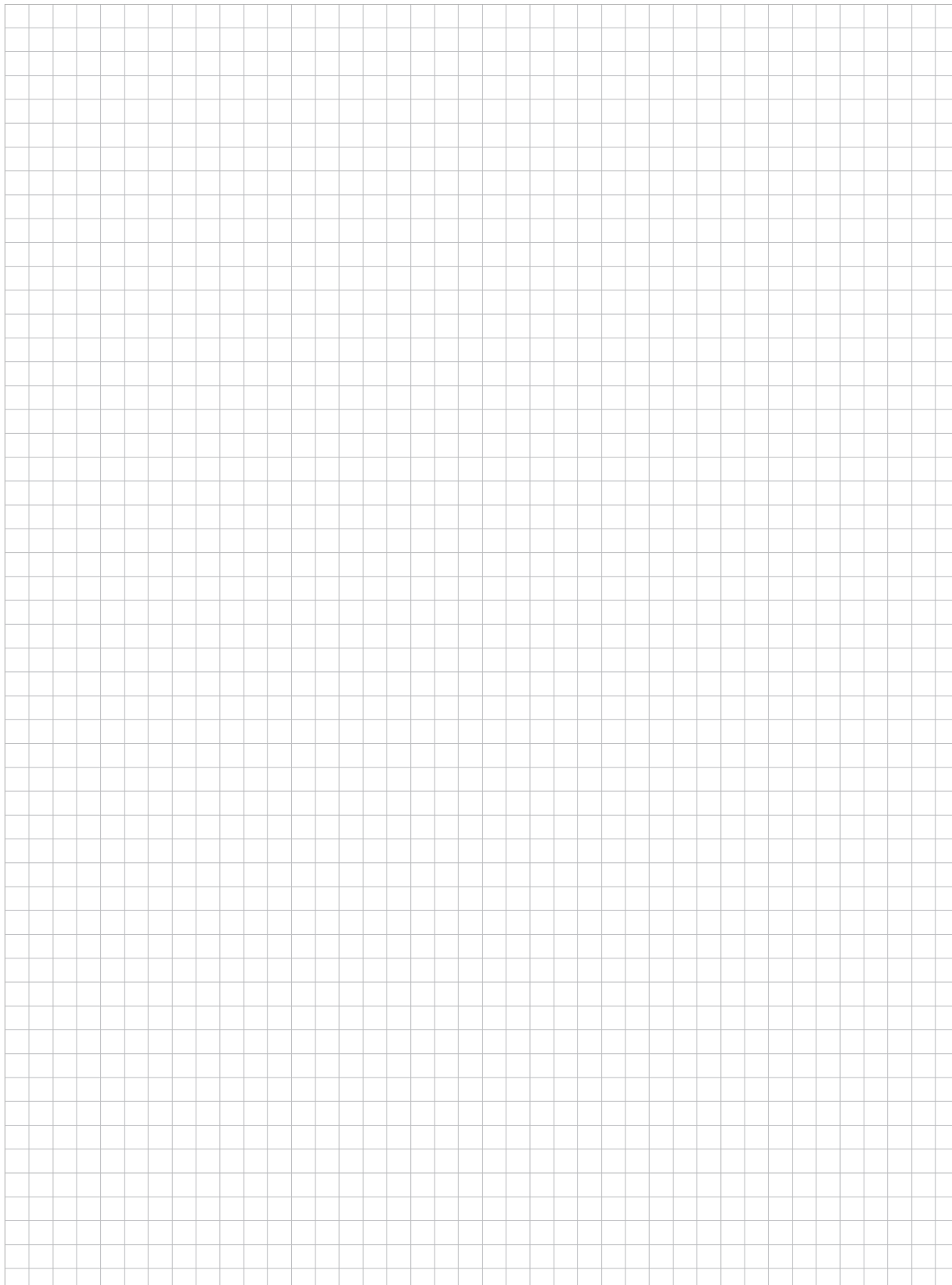
i $(1 + \sin x)\left(\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x\right) + \frac{1}{3} = 0$.



Zadanie 3. (5 pkt)

Obrazem odcinka AB , gdzie $A = (1, 0)$ i $B = (2, 1)$ w jednokładności o skali $k > 1$ i środku P jest odcinek CD , gdzie $C = (4, 0)$, $D = (6, 2)$.

Zapisz równanie okręgu o środku w punkcie P i promieniu $|AB|$.



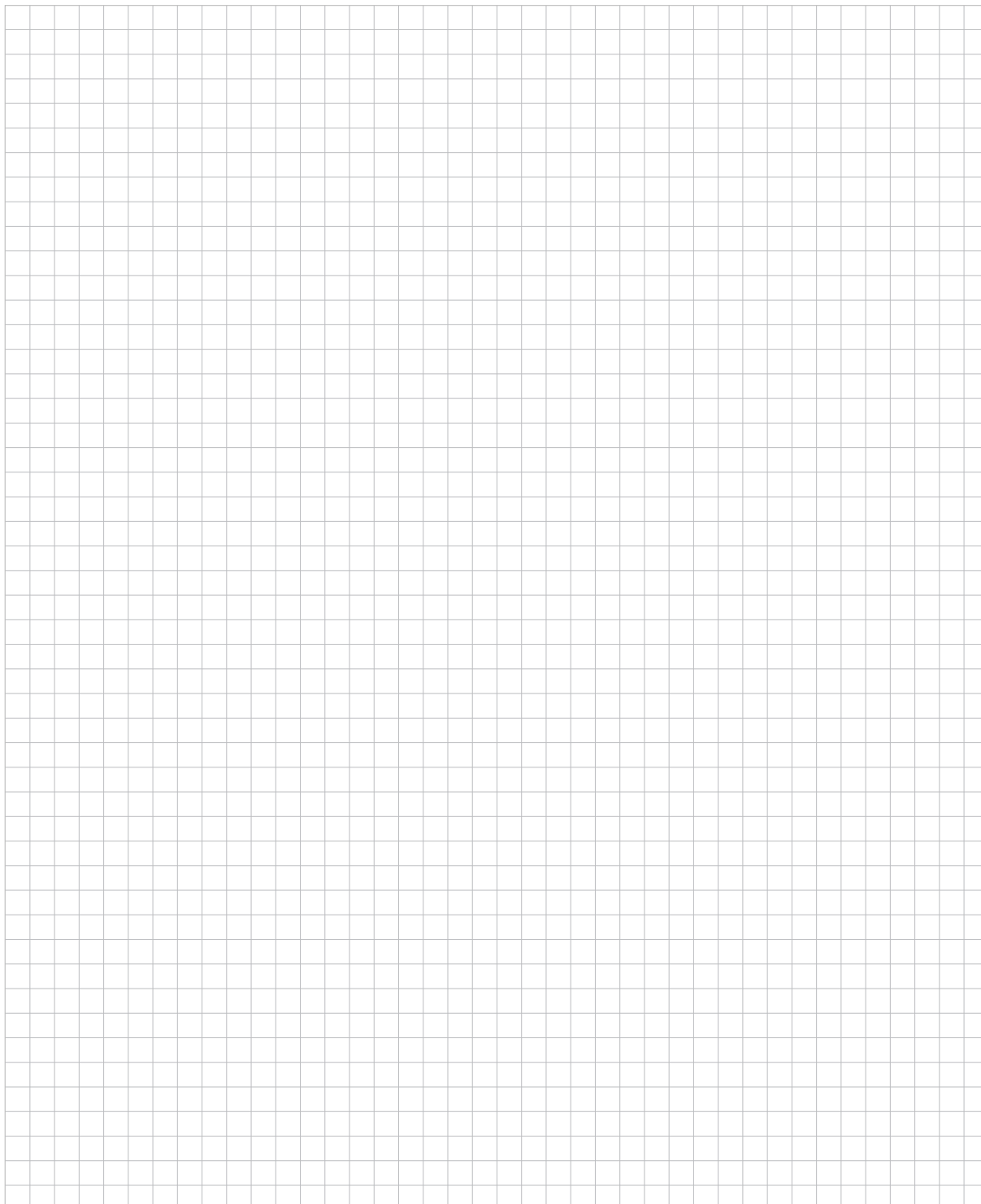
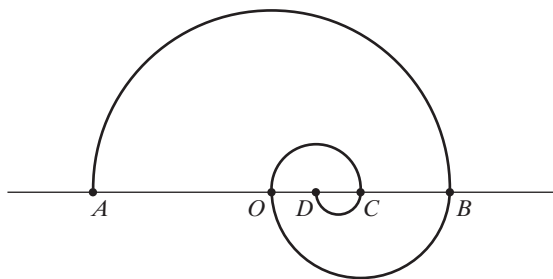
Zadanie 4. (4 pkt)

Wykaż, że dla $a > 1$ i $x > 1$ zachodzi nierówność $\log_a x + \log_x a \geq \log 100$.



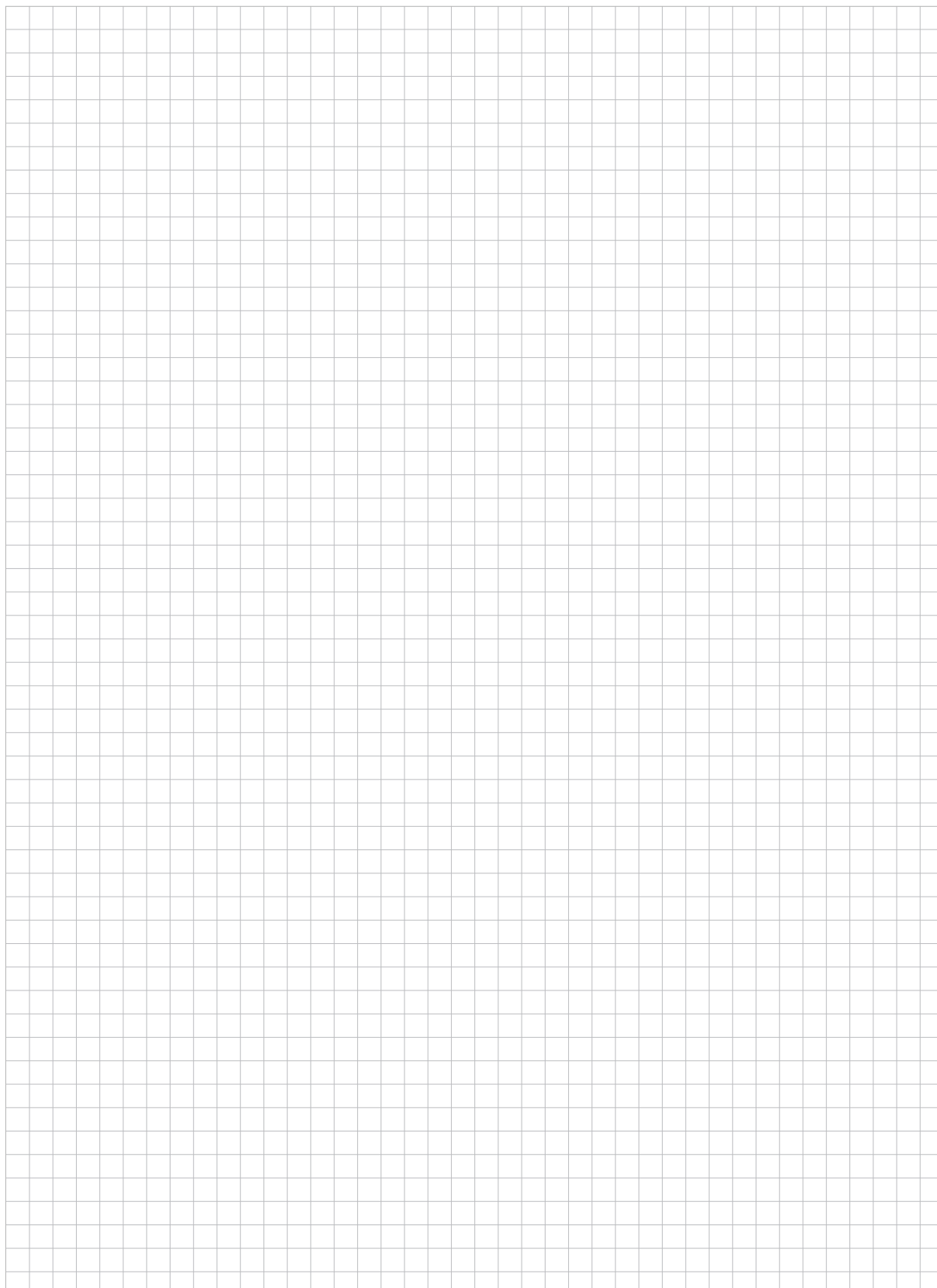
Zadanie 5. (3 pkt)

Spiralę tworzymy następująco: kreślimy półokrąg o średnicy $|AB| = 2r$ i środku O , do tego półokręgu dorysowujemy półokrąg o średnicy OB i środku C . Następnie kreślimy półokrąg o średnicy OC i środku D itd. Oblicz długość spirali złożonej z dziesięciu tak otrzymanych półokręgów.



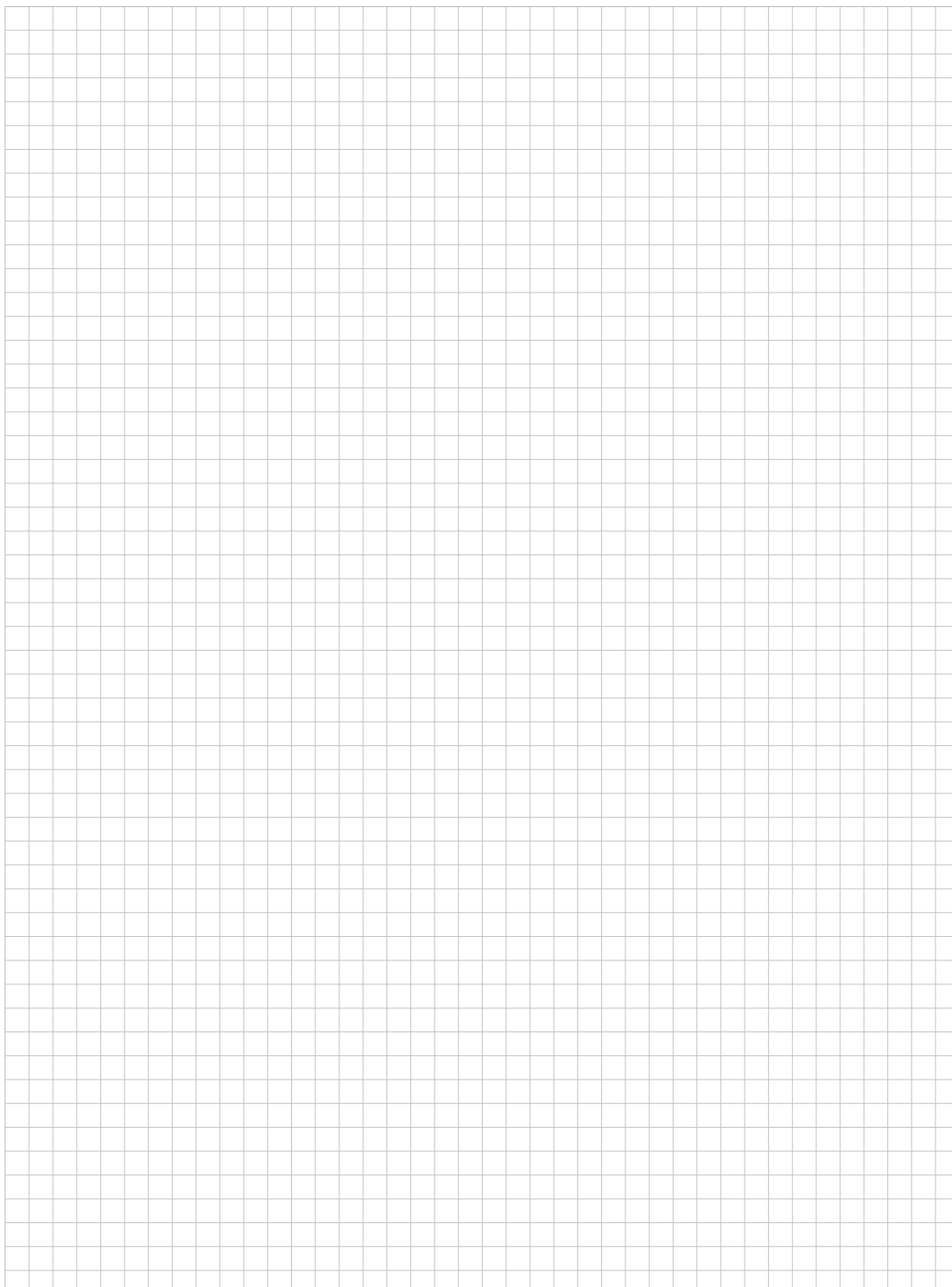
Zadanie 6. (5 pkt)

Wykaż, że suma odwrotności pierwiastków wielomianu $W(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 4$ jest liczbą wymierną.



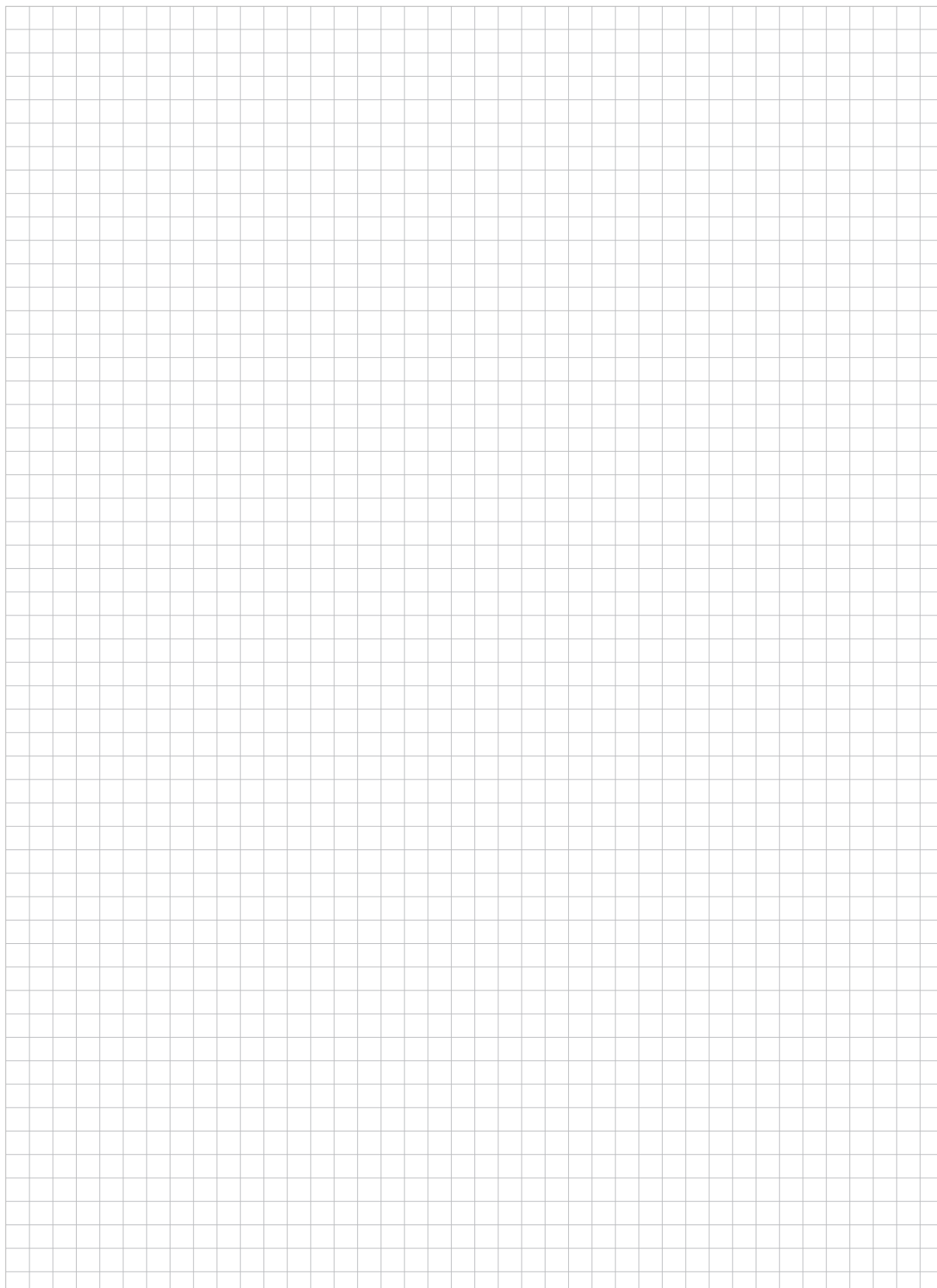
Zadanie 7. (4 pkt)

Punkty równoodległe od prostej o równaniu $y = -\frac{1}{2}$ i punktu $P = \left(0, \frac{1}{2}\right)$ należą do wykresu funkcji f .
Znajdź wzór tej funkcji.



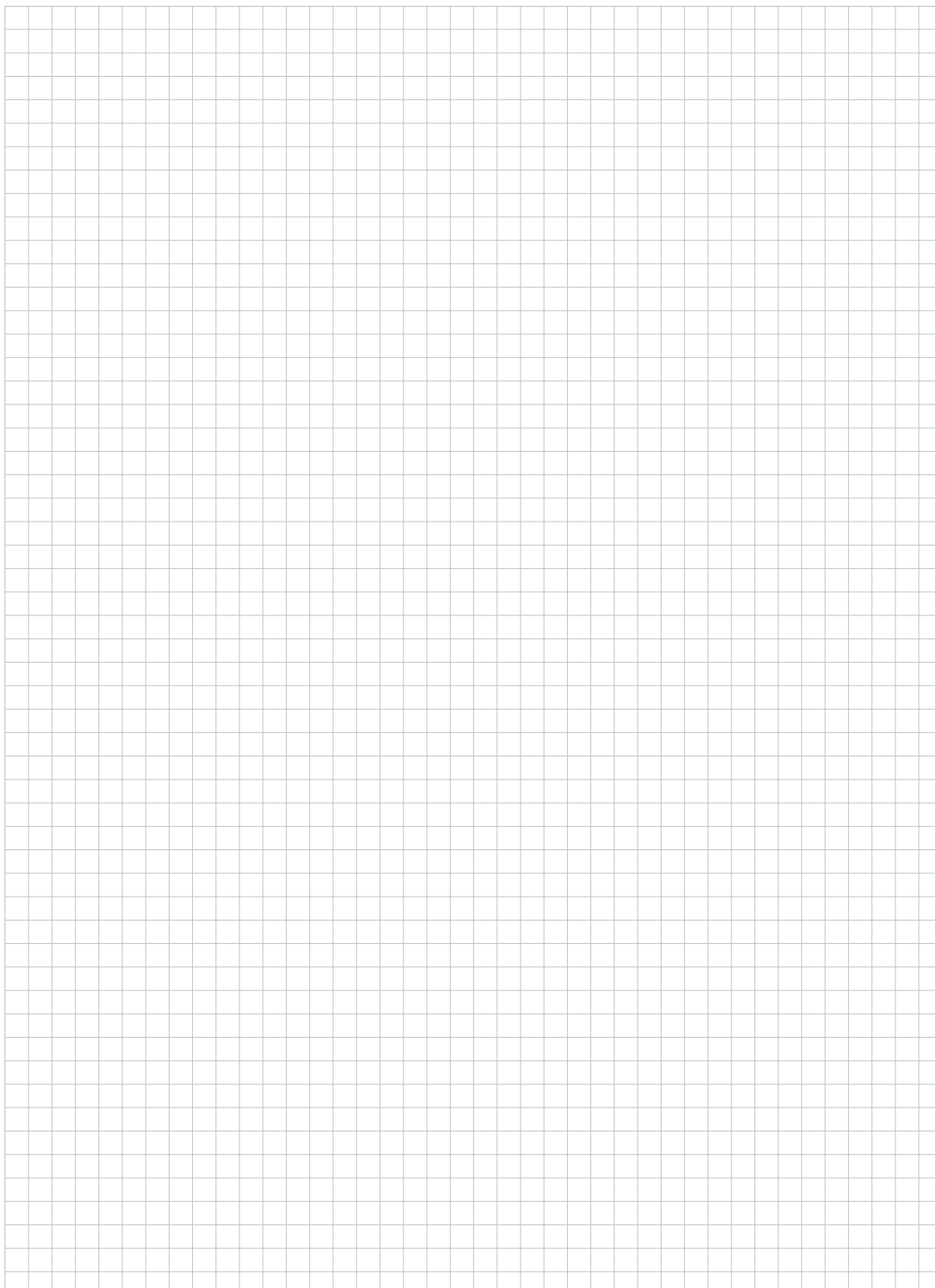
Zadanie 8. (4 pkt)

Boki trójkąta ABC są równe a, b, c . Oblicz długość środkowej poprowadzonej z wierzchołka A do boku a .



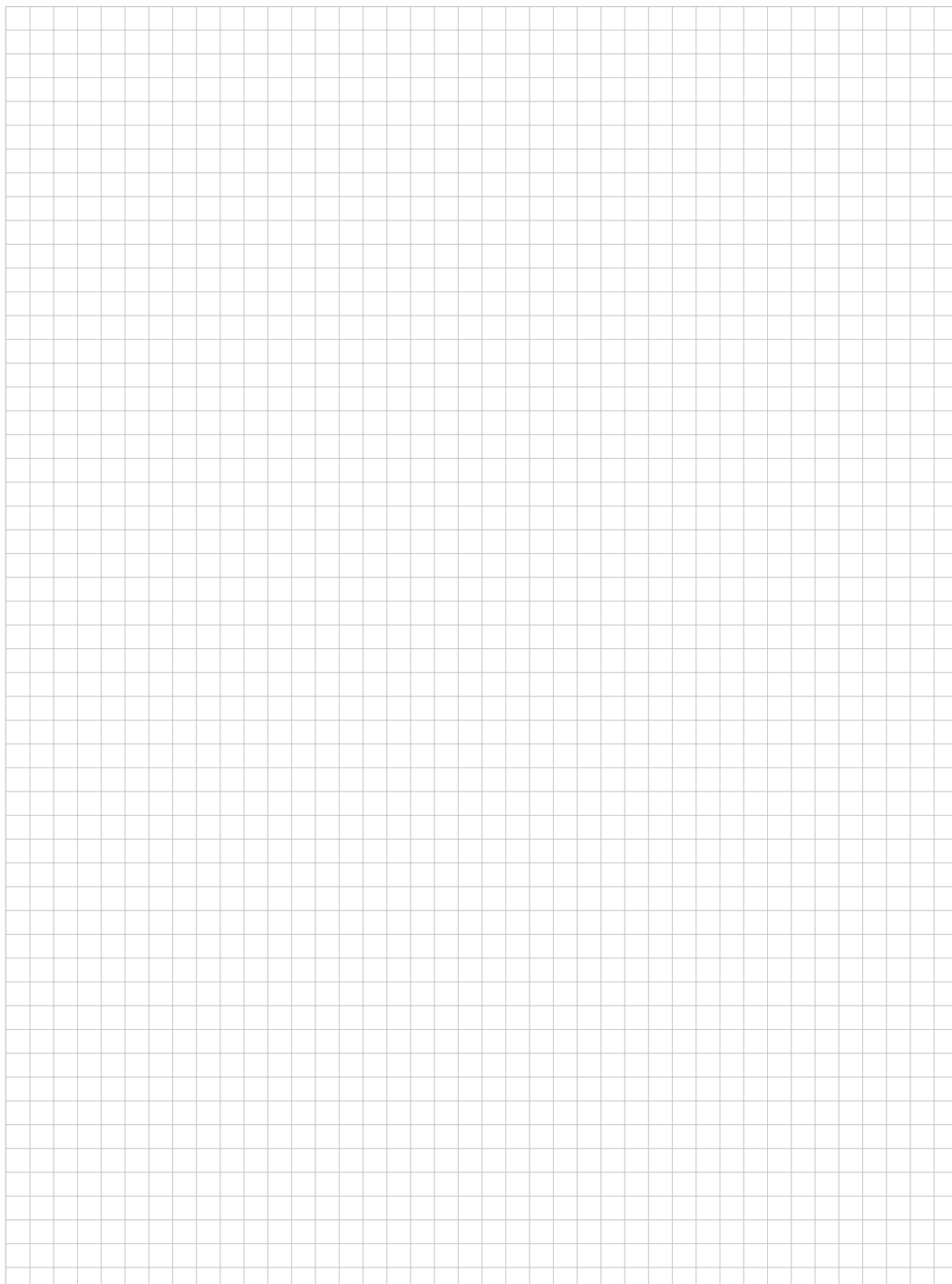
Zadanie 9. (5 pkt)

Liczby naturalne parzyste od 2 do 100 zapisujemy kolejno jedna za drugą, tworząc liczbę naturalną a . Czy liczba a jest kwadratem pewnej liczby naturalnej? Wskazówka: zbadaj podzielność sumy cyfr.

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 40 rows of small squares, intended for calculations or drawing.

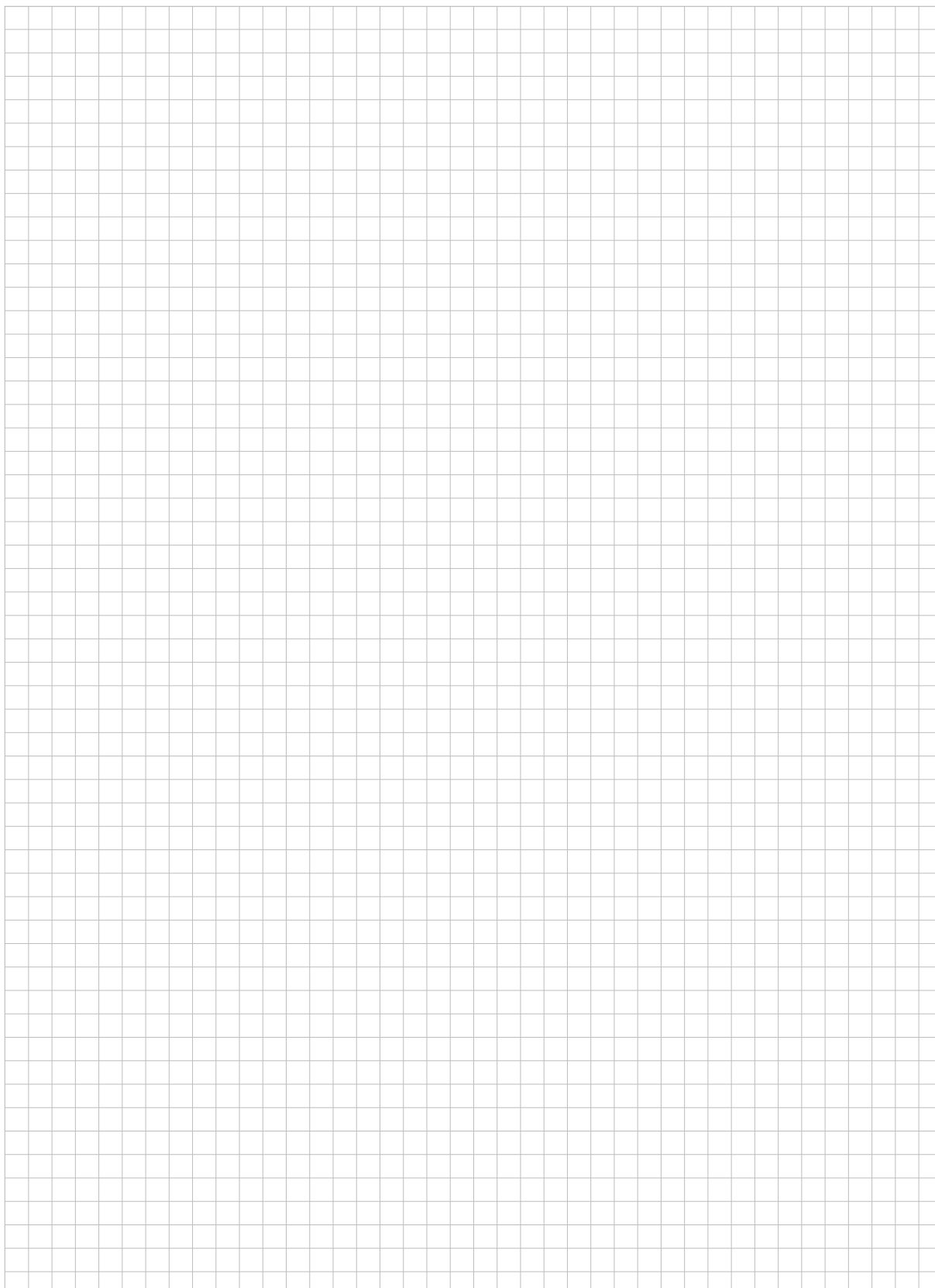
Zadanie 10. (5 pkt)

Określ, dla jakich wartości parametru k równanie $x^2 + (k + 1)x + 0,5(k + 5) = 0$ ma dwa różne pierwiastki dodatnie.



Zadanie 11. (6 pkt)

Trapez o ramionach długości 6 i 10 jest opisany na okręgu. Odcinek łączący środki ramion trapezu dzieli trapez na dwie części, których pola pozostają w stosunku 3 : 5. Oblicz długości podstaw trapezu.



BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

