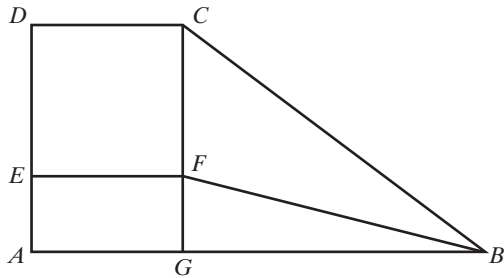


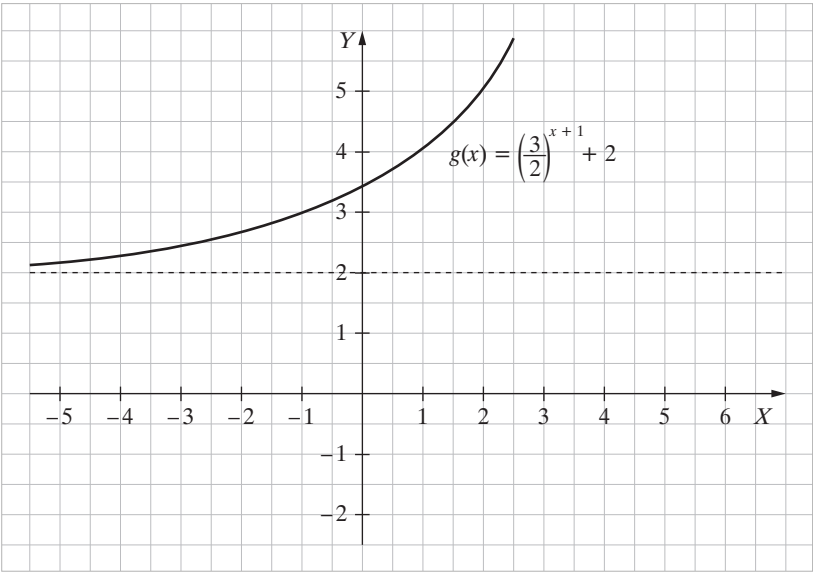
Matematyka
Poziom rozszerzony

Listopad 2008

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
μ 1.	Podanie dziedziny wyrażenia: $x \neq -2$ i $x \neq 6$.	1
	Skorzystanie z własności wartości bezwzględnej i doprowadzenie wyrażenia do postaci: $\left (x-2)^2 - 16 \right \cdot \left \frac{2}{x^2 - 4x - 12} \right $.	1
	Zastosowanie wzoru skróconego mnożenia i przekształcenie wyrażenia do postaci: $\left x^2 - 4x - 12 \right \cdot \frac{2}{\left x^2 - 4x - 12 \right }$.	1
	Doprowadzenie wyrażenia do najprostszej postaci: 2.	1
2.	Przekształcenie równania do postaci uporządkowanej: $x^2 + (m+3)x - 9 = 0$.	1
	Zapisanie warunku, przy którym równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania: $\Delta \geq 0$ i stwierdzenie, że $m \in R$.	1
	Przekształcenie warunku $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 0$ do postaci: $(x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 = 0$.	1
	Zastosowanie wzorów Viète'a: $(x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 = (-(m+3))^2 - 9 = m^2 + 6m = 0$.	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego i podanie odpowiedzi: $m = 0$ lub $m = -6$.	1
3.	Zapisanie liczby a w postaci: $a = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{4} = \frac{4+2\sqrt{3}}{4} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$.	1
	Zapisanie liczby b w postaci: $b = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$.	1
	Przedstawienie wielomianu w postaci iloczynowej: $W(x) = x(4x^2 - 8x + 1)$.	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego i podanie pierwiastków wielomianu: $x_1 = 0, x_2 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}, x_3 = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$. Stwierdzenie, że liczby a i b są pierwiastkami wielomianu.	1
4.	Zastosowanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie równania: $(x^2 + 3x)^2 = (x+3)(11x-2)$.	1
	Przekształcenie równania do postaci iloczynowej: $(x+3)(x^3 + 3x^2 - 11x + 2) = 0$	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Skorzystanie z twierdzenia Bezouta i obliczenie ilorazu wielomianu $x^3 + 3x^2 - 11x + 2$ przez dwumian $x - 2$: $x^2 + 5x - 1$.	1
	Rozwiązanie równania $x^2 + 5x - 1$: $x = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2}$ lub $x = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}$.	1
	Sprawdzenie rozwiązań z warunkami zadania i zapisanie odpowiedzi: $x = 2$.	1
5.	Zapisanie równania prostej l przechodzącej przez początek układu współrzędnych np. w postaci ogólnej: $-ax + y = 0$.	1
	Zapisanie odległości prostej l od punktu A : $d(l, A) = \frac{ -a \cdot (-3) + 1 \cdot (-4) + 0 }{\sqrt{(-a)^2 + 1^2}}$.	1
	Zapisanie równania: $\frac{ -a \cdot (-3) + 1 \cdot (-4) + 0 }{\sqrt{(-a)^2 + 1^2}} = 3$.	1
	Doprowadzenie równania do postaci: $3 \cdot \sqrt{a^2 + 1} = 3a - 4 $.	1
	Rozwiązanie równania i zapisanie równania prostej: $-\frac{7}{24}x + y = 0$.	1
6.	Sporządzenie rysunku wraz z oznaczeniami: 	1
	Wykorzystanie równości pól figur do obliczenia wysokości trójkąta CBF: $ BG = 12$.	1
	Wykorzystanie równości pól do obliczenia wysokości trapezu ABFE: $ FG = 3$.	1
	Obliczenie długości odcinka $ BF $: $ BF = 3\sqrt{17}$.	1
	Obliczenie długości odcinka $ BC $: $ BC = 15$.	1
	Obliczenie obwodu: $Obw. = 48$	1
	Obliczenie cosinusa $\sphericalangle CBF$: $\sphericalangle CBF = \frac{19\sqrt{17}}{85}$.	1
7.	Zastosowanie wzoru $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ do zapisania równania w postaci: $2(1 - \sin^2 x) = 3 \sin x$ i przekształcenia równania do postaci uporządkowanej: $2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$.	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Przekształcenie równania trygonometrycznego do postaci równania kwadratowego: np. $2t^2 + 3t - 2 = 0$, gdzie $t = \sin x$ i $t \in (0,1)$.	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego: $\sin x = -2$ lub $\sin x = \frac{1}{2}$.	1
	Uwzględnienie założeń i zapisanie rozwiązania równania trygonometrycznego: $x = \frac{\pi}{6}$.	1
8.	Zapisanie drugiego, trzeciego i piątego wyrazu ciągu za pomocą wyrazu pierwszego i różnicy: $a_2 = a_1 + r$, $a_3 = a_1 + 2r$, $a_5 = a_1 + 4r$.	1
	Zapisanie równania w postaci: $\frac{a_1}{a_1 + r} = \frac{a_1 + 2r}{a_1 + 4r}$.	1
	Przekształcenie równania do postaci: $a_1 r - 2r^2 = 0$.	1
	Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: ($r = 0$ i $a_1 \in R_+$) lub ($a_1 = 2r$ i $r \in R - \{0\}$).	1
9.	Wprowadzenie oznaczeń: np. h – wysokość trójkąta równoramiennego odpowiadająca bokowi długości 6, r – promień okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny, h_b – wysokość ściany bocznej ostrosłupa.	1
	Obliczenie wysokości trójkąta równoramiennego odpowiadającej bokowi długości 6: $h = 4$.	1
	Obliczenie promienia okręgu wpisanego w trójkąt ABC : $r = \frac{3}{2}$ cm.	1
	Obliczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa: $h_b = \frac{5}{2}$ cm.	1
	Obliczenie pola powierzchni całkowitej ostrosłupa: 32cm^2 .	1
10.	Wykorzystanie wzoru na liczbę permutacji bez powtórzeń zbioru $(x-2)$ -elementowego oraz $(x-1)$ -elementowego i zapisanie: $P_{(x-2)} = (x-2)!$, $P_{(x-1)} = (x-1)!$	1
	Wykorzystanie wzoru na liczbę 2-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru x -elementowego i zapisanie: $V_x^2 = \frac{x!}{(x-2)!}$	1
	Zapisanie równania w postaci: $(x-2)! \cdot \frac{x!}{(x-2)!} = 10 \cdot (x-1)!$	1
	Rozwiązanie równania: $x = 10$.	1
11.	Zapisanie wzoru funkcji g : $g(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1} + 2$.	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Narysowanie wykresu funkcji g: 	1
	Wskazanie największej liczby m, dla której równanie $g(x) = m$ nie ma rozwiązania: $m = 2$.	1