

**Miejsce
na naklejkę**

MMA-R1_1P-082

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

**MAJ
ROK 2008**

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

**Wypełnia zdający
przed rozpoczęciem pracy**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

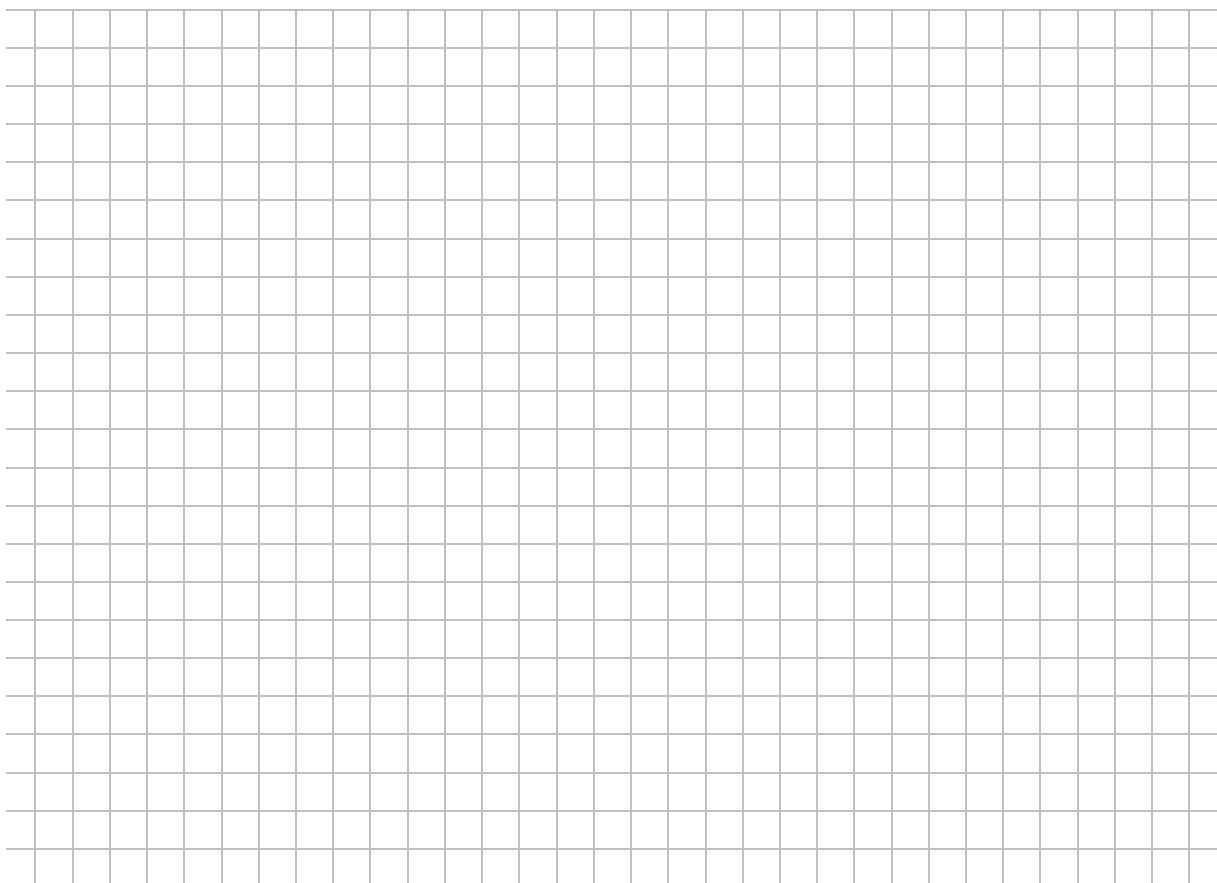
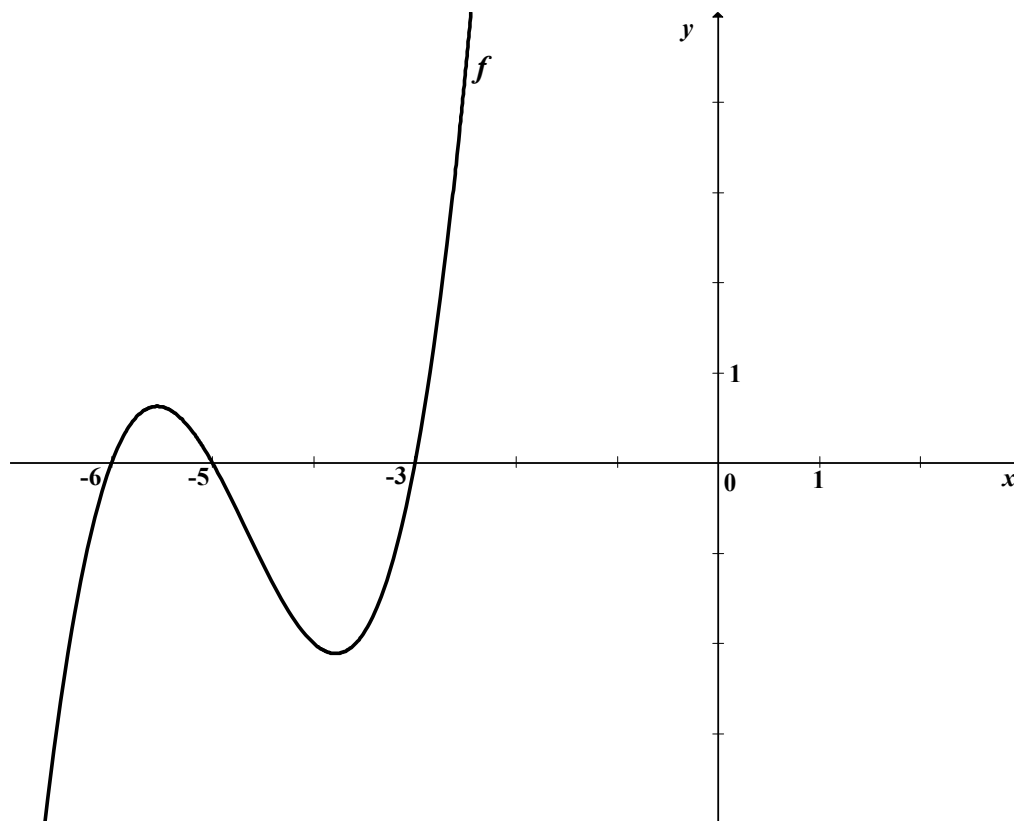
PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--	--

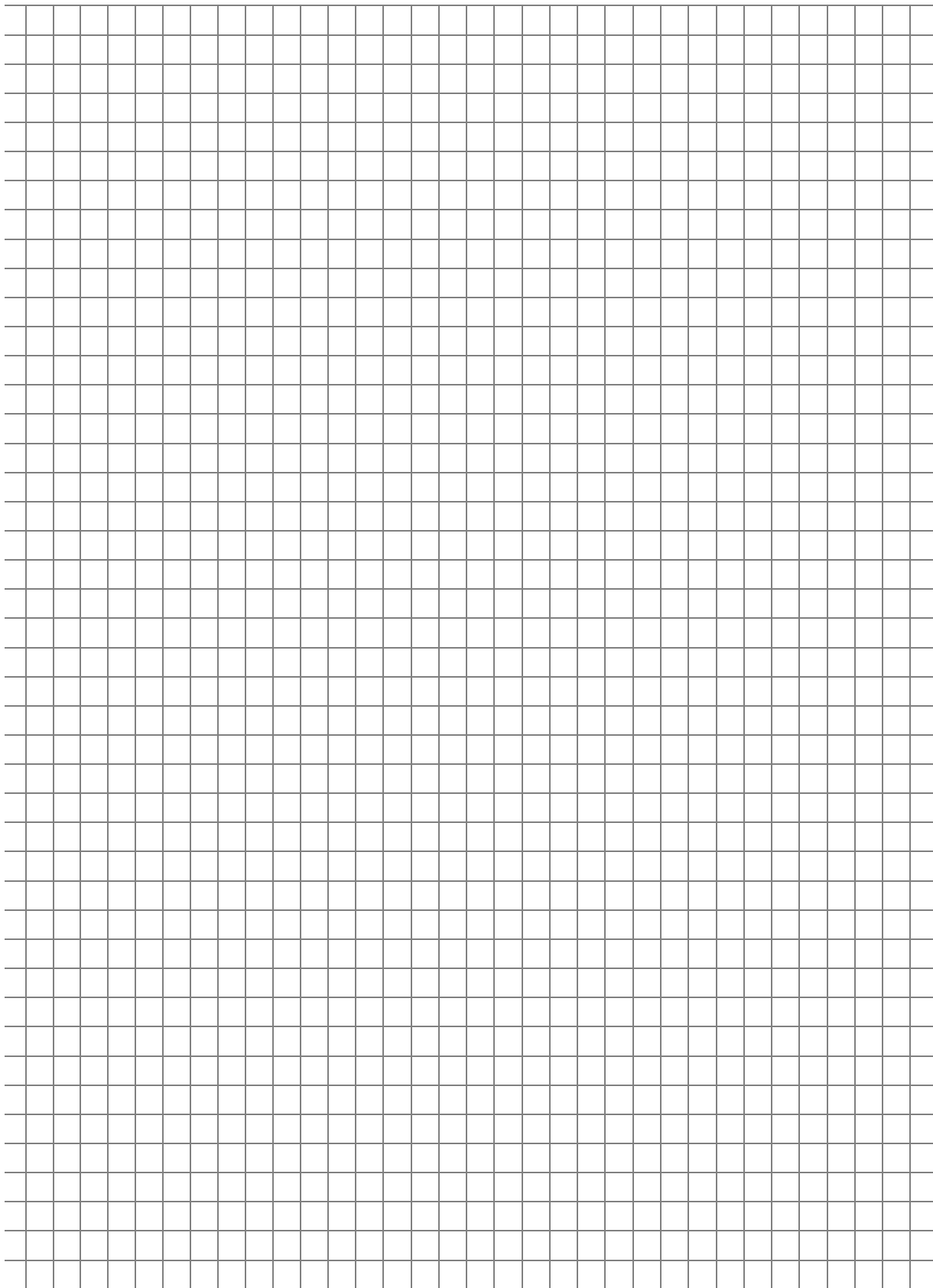
**KOD
ZDAJĄCEGO**

Zadanie 1. (4 pkt)

Wielomian f , którego fragment wykresu przedstawiono na poniższym rysunku spełnia warunek $f(0) = 90$. Wielomian g dany jest wzorem $g(x) = x^3 - 14x^2 + 63x - 90$. Wykaż, że $g(x) = -f(-x)$ dla $x \in \mathbb{R}$.



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	1.1	1.2	1.3	1.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 2. (4 pkt)Rozwiąż nierówność $|x - 2| + |3x - 6| < |x|$.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	2.1	2.2	2.3	2.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 3. (5 pkt)

Liczby $x_1 = 5 + \sqrt{23}$ i $x_2 = 5 - \sqrt{23}$ są rozwiązaniami równania $x^2 - (p^2 + q^2)x + (p + q) = 0$ z niewiadomą x . Oblicz wartości p i q .

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 4. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $4\cos^2 x = 4\sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	4.1	4.2	4.3	4.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

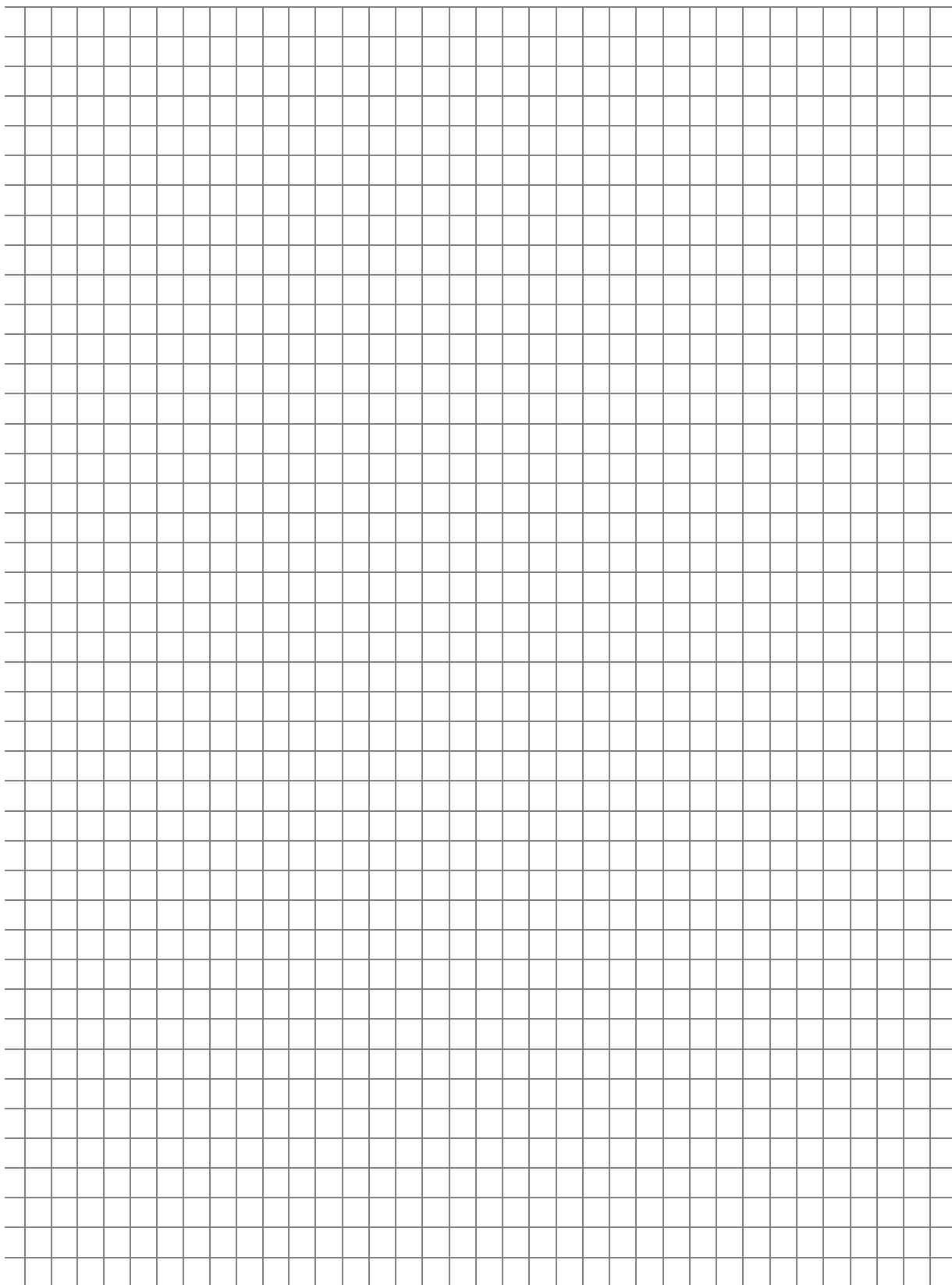
Zadanie 5. (5 pkt)

Dane jest równanie $\left| \frac{2}{x} + 3 \right| = p$ z niewiadomą x . Wyznacz liczbę rozwiązań tego równania w zależności od parametru p .

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 6. (3 pkt)

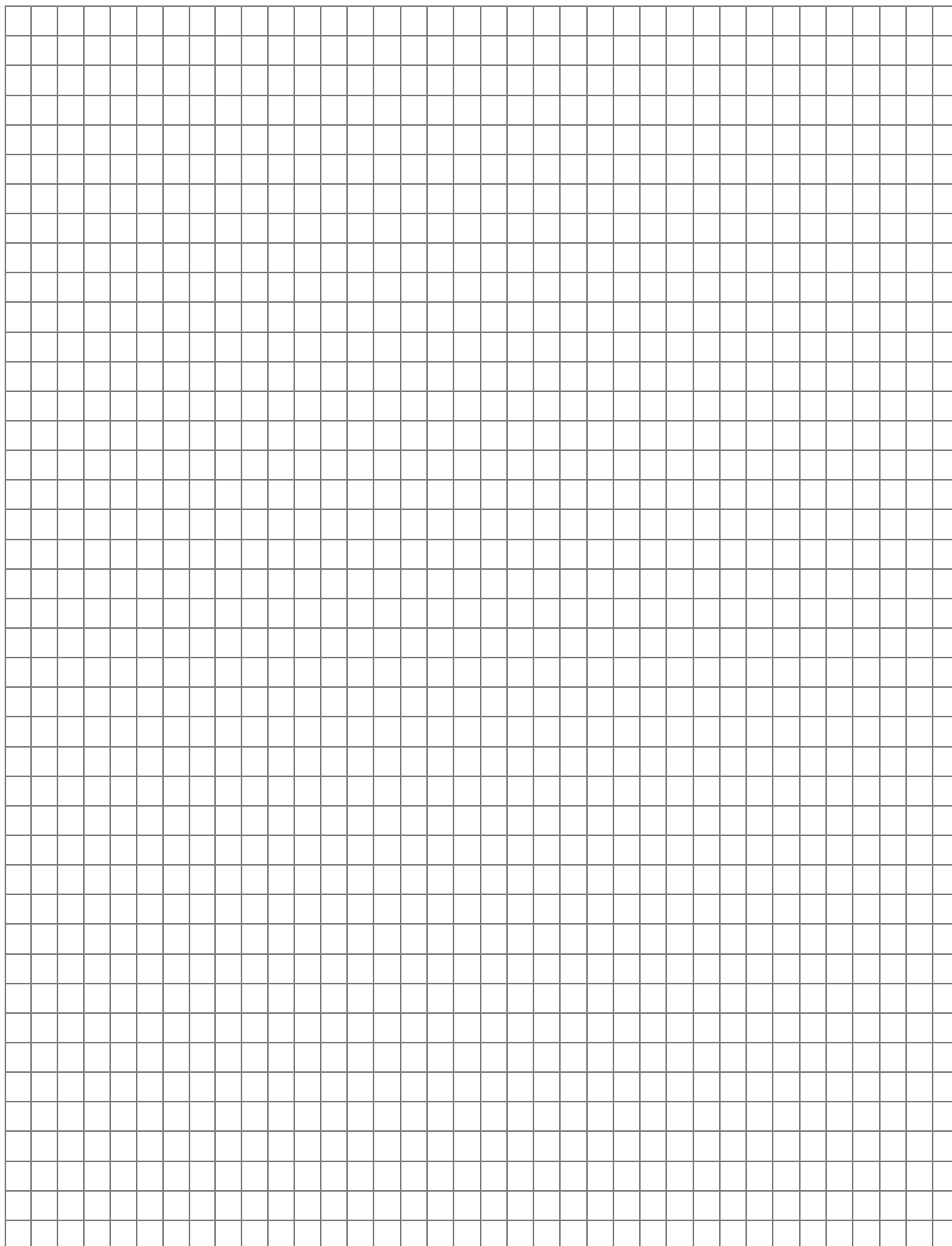
Udowodnij, że jeżeli ciąg (a, b, c) jest jednocześnie arytmetyczny i geometryczny, to $a = b = c$.



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	6.1	6.2	6.3
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 7. (4 pkt)

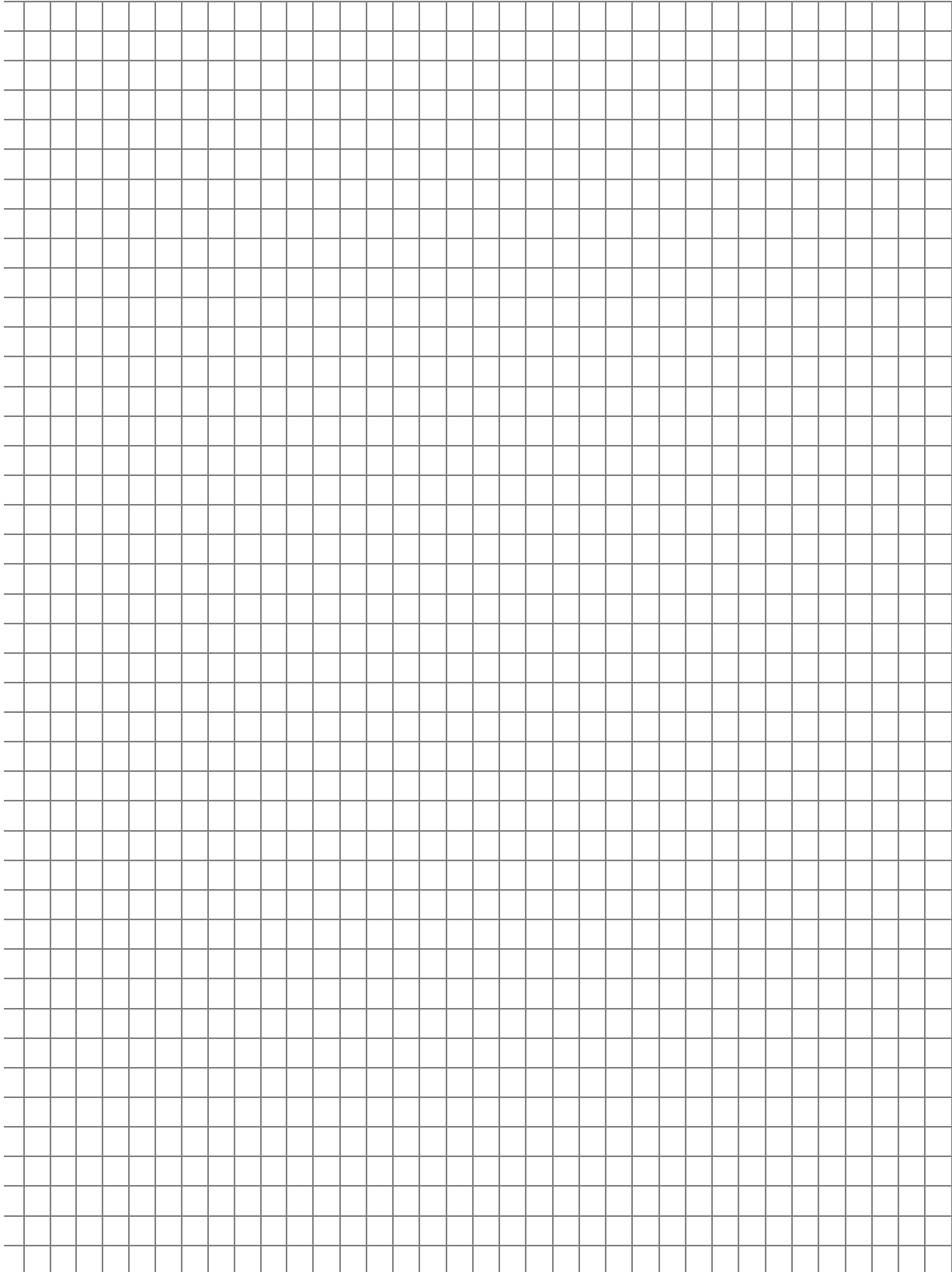
Uzasadnij, że każdy punkt paraboli o równaniu $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ jest równoodległy od osi Ox i od punktu $F = (0, 2)$.



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	7.1	7.2	7.3	7.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 8. (4 pkt)

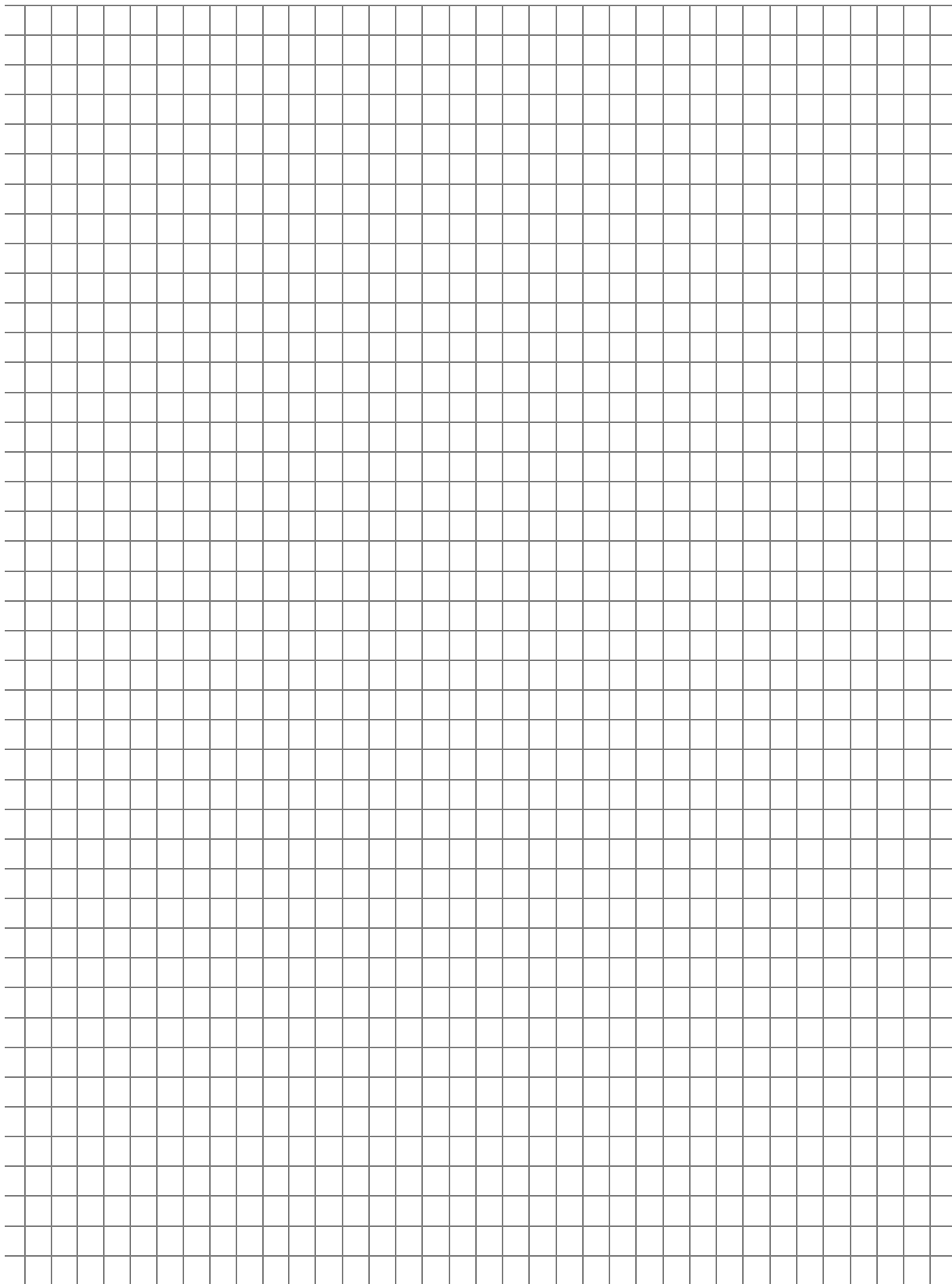
Wyznacz współrzędne środka jednokładności, w której obrazem okręgu o równaniu $(x-16)^2 + y^2 = 4$ jest okrąg o równaniu $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 16$, a skala tej jednokładności jest liczbą ujemną.



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	8.1	8.2	8.3	8.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 9. (4 pkt)

Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(8x - x^2)$.



Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	9.1	9.2	9.3	9.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Z pewnej grupy osób, w której jest dwa razy więcej mężczyzn niż kobiet, wybrano losowo dwuosobową delegację. Prawdopodobieństwo tego, że w delegacji znajdują się tylko kobiety jest równe 0,1. Oblicz, ile kobiet i ilu mężczyzn jest w tej grupie.

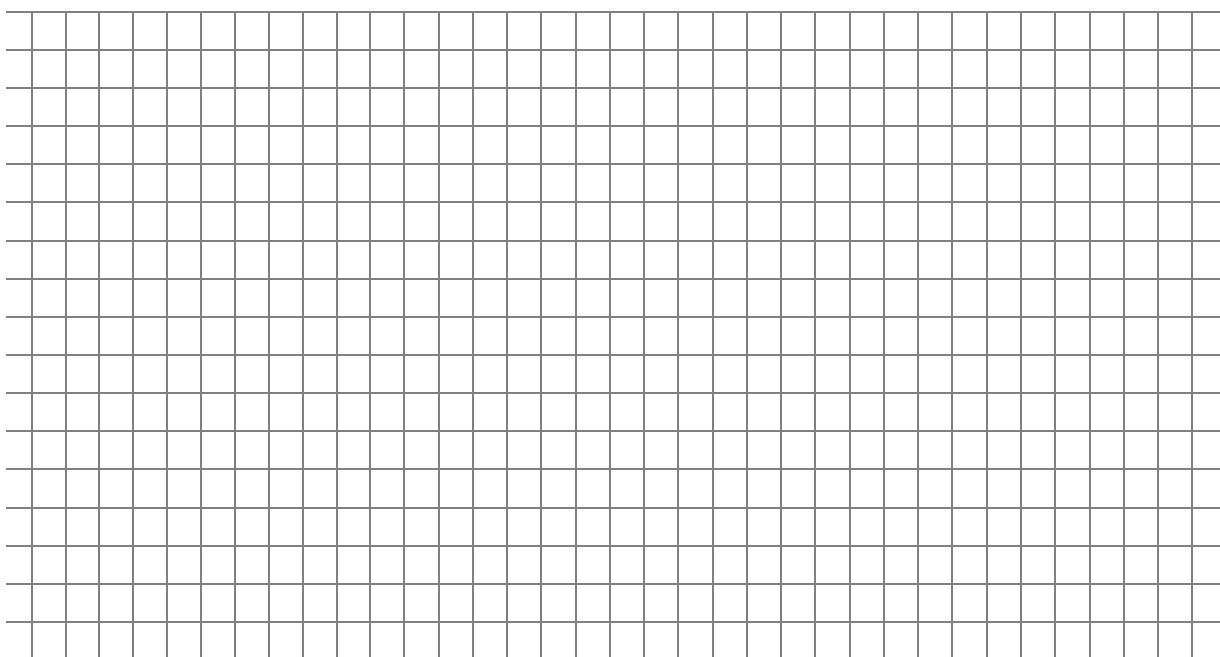
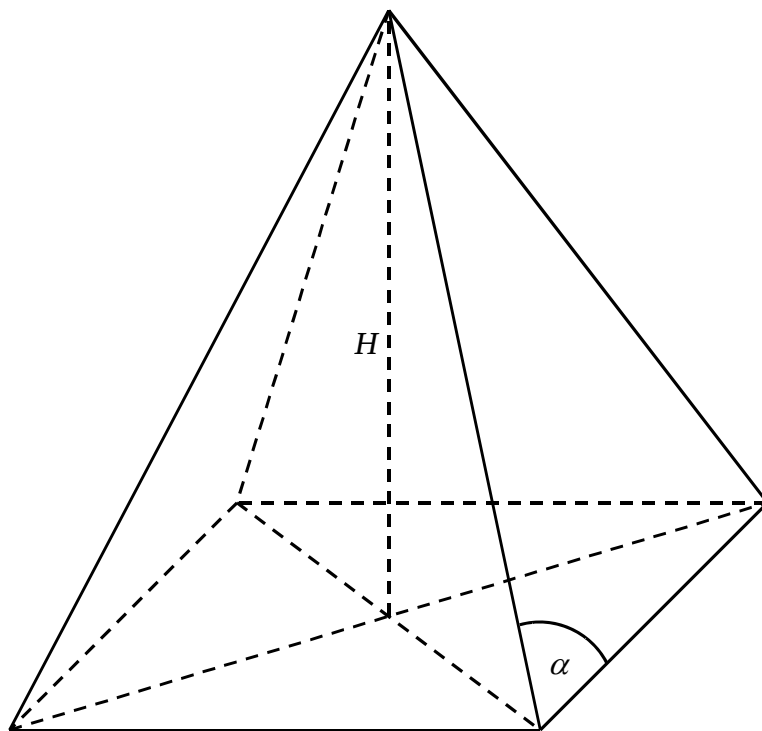
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	10.1	10.2	10.3	10.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 11. (5 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym dane są: H – wysokość ostrosłupa oraz α – miara kąta utworzonego przez krawędź boczną i krawędź podstawy ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$).

- a) Wykaż, że objętość V tego ostrosłupa jest równa $\frac{4}{3} \cdot \frac{H^3}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}$.
- b) Oblicz miarę kąta α , dla której objętość V danego ostrosłupa jest równa $\frac{2}{9}H^3$. Wynik podaj w zaokrągleniu do całkowitej liczby stopni.

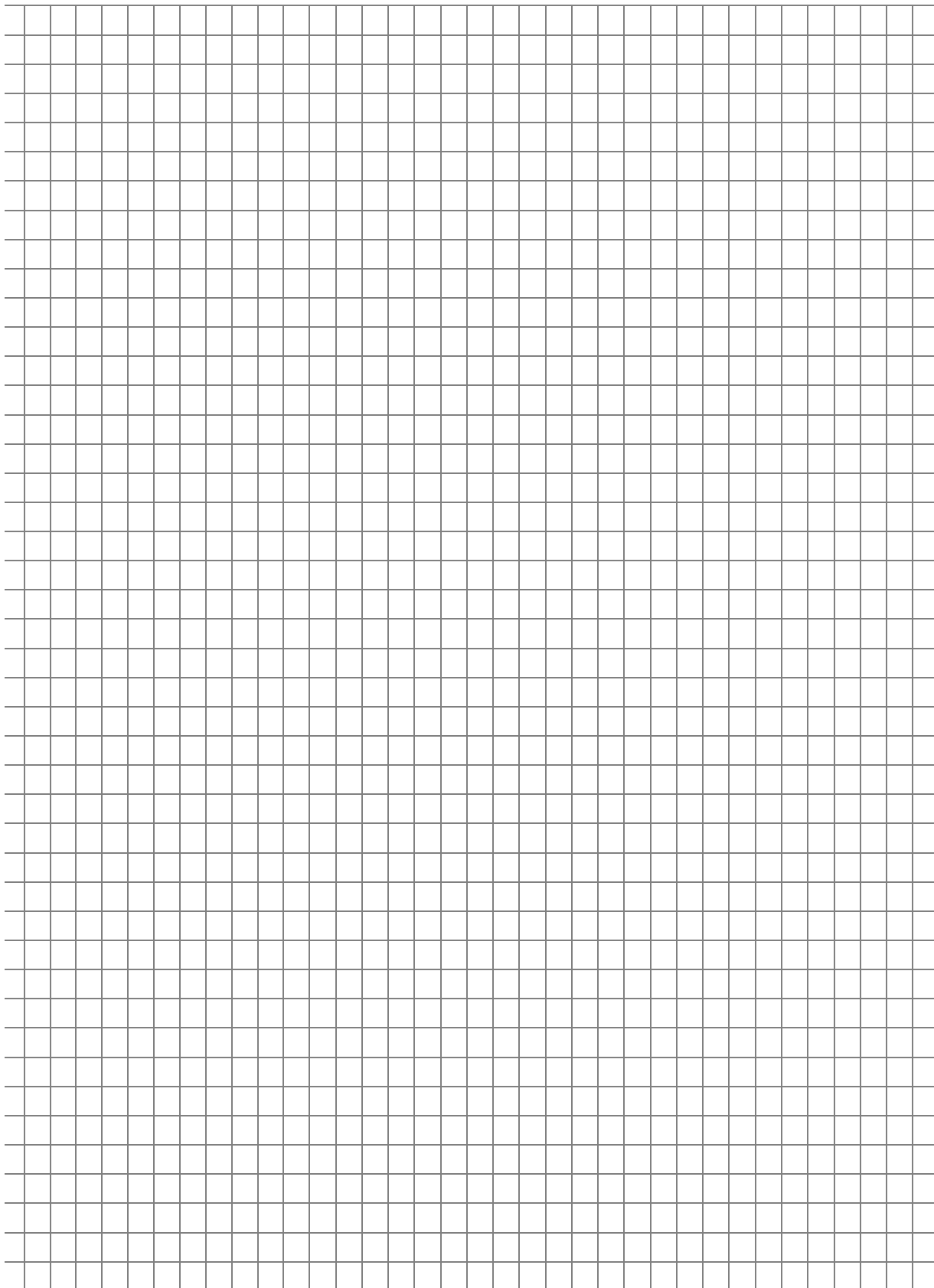


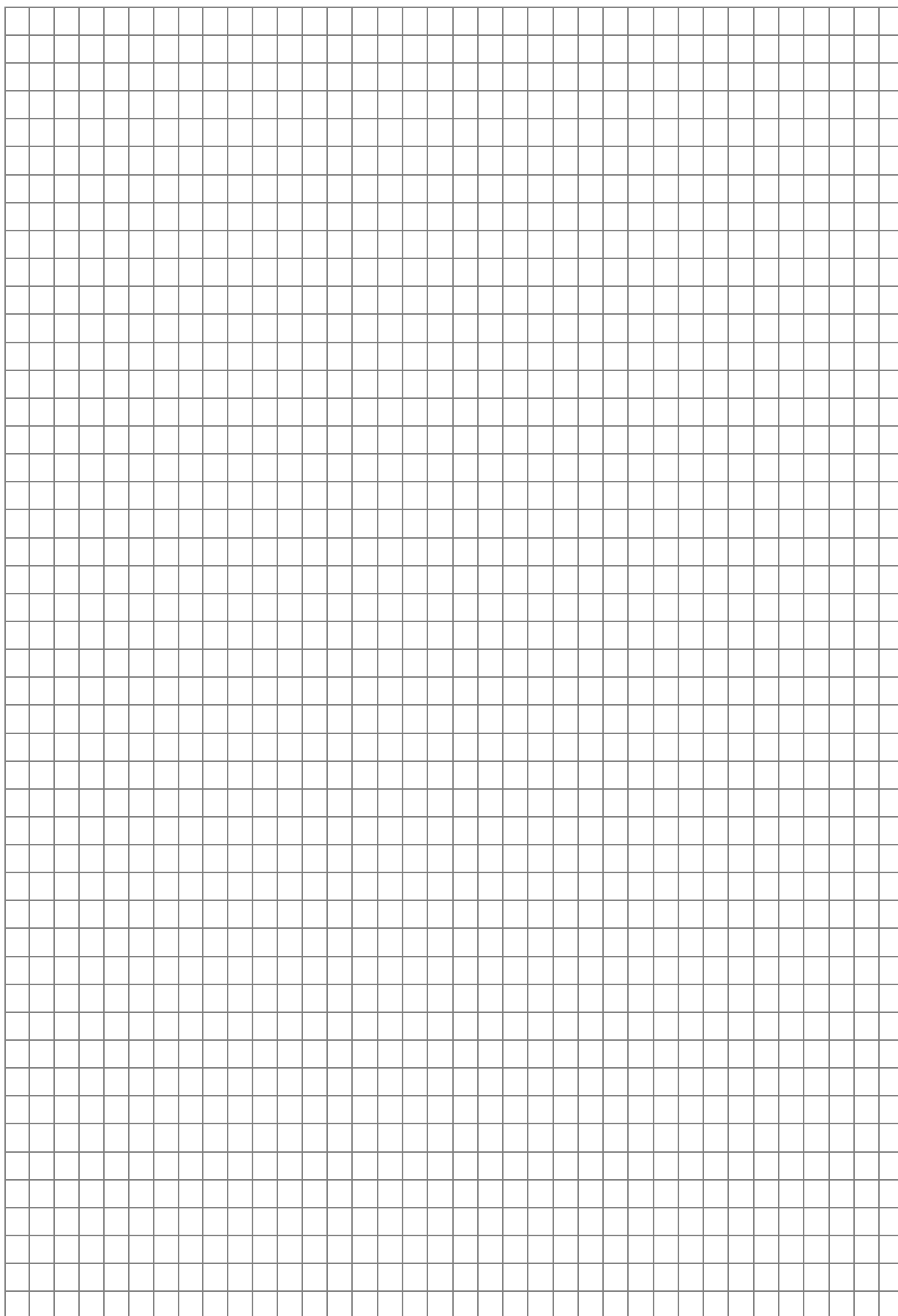
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 12. (4 pkt)

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD .





Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	12.1	12.2	12.3	12.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

BRUDNOPIS