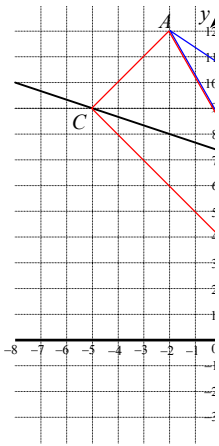
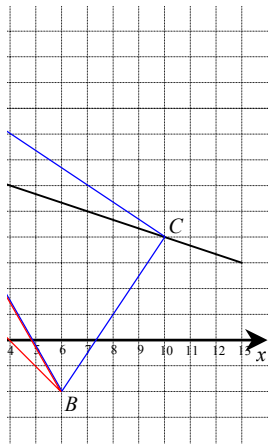
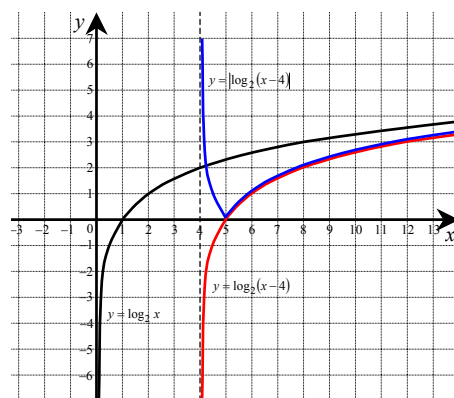


**ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA – ZESTAW NR 1**  
**POZIOM ROZSZERZONY**

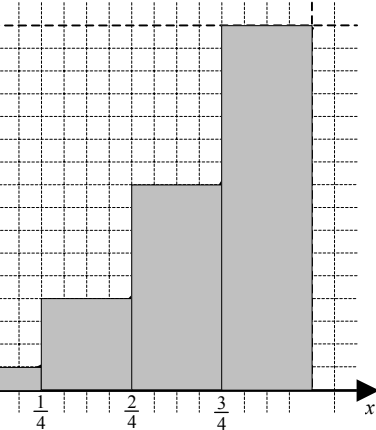
| Nr zadania | Nr czynności |                                                                                                                                           | Opis rozwiązania zadania                                                                                                                                                                                                                     | Liczba punktów | Uwagi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|            | 1.1          | <b>I metoda rozwiązywania:</b><br>Sporządzenie rysunku.  | <b>„PITAGORAS”):</b><br>układzie współrzędnych: np.                                                                                                         | 1              | <ul style="list-style-type: none"> <li>Rysunek musi zawierać daną prostą oraz punkty <math>A</math> i <math>B</math>. Inne elementy mogą, ale nie muszą być uwzględnione.</li> <li>Współrzędne punktu <math>C</math> można odczytać z rysunku, ale zdający musi sprawdzić, np. przez wstawienie do równania prostej prawidłowość odczytu. Przyznajemy pełną pulę punktów.</li> <li>W przypadku, gdy zdający poda odczytane współrzędne punktu <math>C</math> i nie dokona sprawdzenia z warunkami zadania otrzymuje punkty tylko w czynnościach 1.1 i 1.5.</li> </ul> |
|            | 1.2          | Wprowadzenie c<br>$C = (22 - 3y, y)$                                                                                                      | ia współrzędnych punktu $C$ , np.<br>$C = (x, -\frac{1}{3}x + \frac{22}{3})$ .                                                                                                                                                               | 1              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|            | 1.3          | Wykorzystanie t<br>prostokątności o<br>$ AC ^2 = 10y^2 - 10y + 260$<br>lub $ AC ^2 = \frac{1}{9}(10x^2 - 164x + 1108)$                    | nia Pitagorasa i zapisanie warunku<br>trójkąta $ABC$ : $ AC ^2 +  BC ^2 =  AB ^2$ , w którym<br>$ AC ^2 = 10y^2 - 10y + 260$ , $ BC ^2 = 10y^2 - 92y + 260$ , $ AB ^2 = 260$<br>$(-y + 232)$ , $ BC ^2 = \frac{1}{9}(10x^2 - 164x + 1108)$ . | 1              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|            | 1.4          | Doprowadzenie<br>np. $y^2 - 13y + 36 = 0$                                                                                                 | ania kwadratowego z jedną niewiadomą:<br>$x^2 - 5x - 50 = 0$ .                                                                                                                                                                               | 1              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|            | 1.5          | Rozwiązanie rów<br>$C = (-5, 9)$ .                                                                                                        | zapisanie odpowiedzi: $C = (10, 4)$ lub $C = (-5, 9)$ .                                                                                                                                                                                      | 1              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

|  |     |                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                         |   |                                                                                                               |
|--|-----|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | 1.1 | <b>II metoda rozw</b><br>Sporządzenie ry:                                        | <b>(„WEKTORY”):</b><br>układzie współrzędnych.                                                                                                                                                                          | 1 | Rysunek musi zawierać daną prostą oraz punkty $A$ i $B$ . Inne elementy mogą, ale nie muszą być uwzględnione. |
|  | 1.2 | Wprowadzenie c<br>np. $C = (22 - 3y,$<br>lub $C = (x, -\frac{1}{3}x$             | i pomocniczych i wyznaczenie wektorów:<br>$\vec{CA} = [-24 + 3y, 12 - y]$ , $\vec{CB} = [-16 + 3y, -2 - y]$<br>$\vec{CA} = [-2 + x, \frac{1}{3}x + \frac{14}{3}]$ , $\vec{CB} = [6 - x, \frac{1}{3}x - \frac{28}{3}]$ . | 1 |                                                                                                               |
|  | 1.3 | Wykorzystanie v<br>równania: np.<br>$(-24 + 3y)(-16$<br>lub $-(2 + x)(6 -$       | prostopadłości wektorów $\vec{CA}$ , $\vec{CB}$ i zapisanie<br>$(12 - y)(-2 - y) = 0$ , gdzie $y$ to rzędna punktu $C$<br>$(x + 14)(x - 28) = 0$ , gdzie $x$ to odcięta punktu $C$ .                                    | 1 |                                                                                                               |
|  | 1.4 | Doprowadzenie<br>np. $y^2 - 13y + 3$                                             | ania kwadratowego z jedną niewiadomą :<br>b $x^2 - 5x - 50 = 0$ .                                                                                                                                                       | 1 |                                                                                                               |
|  | 1.5 | Rozwiązanie rów<br>$C = (10, 4)$ lub $C$                                         | zapisanie odpowiedzi:<br>$9)$ .                                                                                                                                                                                         | 1 |                                                                                                               |
|  | 1.1 | <b>III metoda rozw</b><br>Sporządzenie ry:                                       | <b>(„KONSTRUKCJA”):</b><br>układzie współrzędnych.                                                                                                                                                                      | 1 | Rysunek musi zawierać daną prostą oraz punkty $A$ i $B$ . Inne elementy mogą, ale nie muszą być uwzględnione. |
|  | 1.2 | Zapisanie równa<br>środkiem odcink<br>$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 =$                  | gu o środku w punkcie $S = (2, 5)$ , który jest<br>romieniu $r = \frac{1}{2} AB  = \frac{1}{2}\sqrt{260}$ :<br>$\left(\frac{\sqrt{260}}{2}\right)^2$ .                                                                  | 1 |                                                                                                               |
|  | 1.3 | Zapisanie układu<br>$\begin{cases} x + 3 \\ (x - 2)^2 + (y - 5)^2 = \end{cases}$ | i:<br>$\left(\frac{\sqrt{260}}{2}\right)^2$ .                                                                                                                                                                           | 1 |                                                                                                               |
|  | 1.4 | Doprowadzenie<br>np.: $y^2 - 13y + 3$                                            | do postaci równania kwadratowego,<br>b $x^2 - 5x - 50 = 0$ .                                                                                                                                                            | 1 |                                                                                                               |

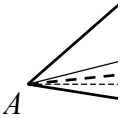
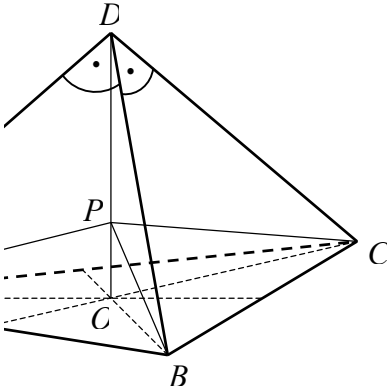
|   |                                                  |                                                                                           |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | 1.5                                              | Rozwiązanie równania $C = (10, 4)$ lub $C = (9, 1)$ .                                     | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | <b>Ogólnie, rozwiązanie powinno mieć postać:</b> |                                                                                           |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 1.1                                              | <b>Sporządzenie rysunku układu współrzędnych.</b>                                         | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 1.2                                              | <b>Przedstawienie równań pozwalającej wyznaczyć punkt C.</b>                              | 1 | W metodzie II i III przedstawione zostały czynności 1.2 i 1.3 i zapisane w kolejności takiej, jaka będzie miała miejsce w trakcie rozwiązania tą metodą.                                                                                                                                                           |
|   | 1.3                                              | <b>Zapisanie warunku metody rozwiązania algebraicznych wynikających z obranej metody.</b> | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 1.4                                              | <b>Doprowadzenie równania kwadratowego z jedną niewiadomą.</b>                            | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 2 | 1.5                                              | <b>Wyznaczenie współrzędnych punktów C.</b>                                               | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 2.1                                              | Zapisanie wzoru na funkcję $g$ w postaci $g(x) = \frac{a}{x+3} + 2$ dla $x \neq -3$ .     | 1 | Przyznajemy punkt również wtedy, gdy zdający nie zapisze dziedziny funkcji $g$ .                                                                                                                                                                                                                                   |
|   | 2.2                                              | Wyznaczenie współczynnika $a$ z równania $g(-4) = 6 : a = -4$ .                           | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 2.3                                              | Doprowadzenie nierówności $\frac{-4}{x+3} + 2 < 4$ do postaci $\frac{-2x-10}{x+3} < 0$ .  | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 2.4                                              | Wyznaczenie zbioru rozwiązań nierówności $g(x) < 4$ :                                     | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 3 | 3.1                                              | Zapisanie podstawy i argumentu logarytmu: $p = 2$ .                                       | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 3.2                                              | Obliczenie wartości funkcji $f$ dla argumentu $x = 0,125 : f(0,125) = -3$ .               | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 3.3                                              | Narysowanie wykresu funkcji $y = f(x-4)$ .                                                | 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|   | 3.4                                              | Narysowanie wykresu funkcji $y =  f(x) $ .                                                | 1 | W tej czynności oceniamy poprawność wykonania przekształcenia $y =  f(x) $ . Punkt przyznajemy również wtedy, gdy zdający niepoprawnie wykona przesunięcie, ale poprawnie wykona przekształcenie $y =  f(x) $ . Jeśli zdający od razu narysuje wykres funkcji $g$ , to przyznajemy punkt w czynnościach 3.3 i 3.4. |



|   |     |                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |   |                                                                                                                        |
|---|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | 3.5 | Podanie miejsca                                                                                                                   | go funkcji g: $x = 5$ .                                                                                                                                                                                                                                                           | 1 | Czynność 3.5 oceniamy konsekwentnie do uzyskanej przez zdającego funkcji g.                                            |
| 4 | 4.1 | Wyrażenie funkcji                                                                                                                 | w zależności od $a$ i $H$ : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{a}{2}}{H} = \frac{a}{2H}$ .                                                                                                                                                                                   | 1 |                                                                                                                        |
|   | 4.2 | Wyrażenie funkcji                                                                                                                 | w zależności od $a$ i $h$ : $\cos \alpha = \frac{h}{a}$ .                                                                                                                                                                                                                         | 1 |                                                                                                                        |
|   | 4.3 | Wykorzystanie wzorów trygonometrycznych w treści zadania<br>np. $\frac{a}{2H} = \operatorname{tg} \alpha$ stąd<br>po podstawieniu | onych zależności i doprowadzenie podanego wzoru $a^2 = H \cdot h$ do zależności z jedną zmienną $\alpha$ :<br>$\frac{a}{2 \operatorname{tg} \alpha}, \frac{h}{a} = \cos \alpha$ stąd $h = a \cos \alpha$ ;<br>przyjmujemy $2 \operatorname{tg} \alpha = \cos \alpha$ .            | 1 |                                                                                                                        |
|   | 4.4 | Doprowadzenie do postaci jednej funkcji trygonometrycznej                                                                         | ści do postaci równania, w którym jest tylko jedna zmienna trygonometryczna, np.: $2 \sin \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ dla $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .                                                                                                            | 1 |                                                                                                                        |
|   | 4.5 | Rozwiązanie równania i rozwiązanie równości $t = -1 - \sqrt{2}$ oraz                                                              | np. dokonanie podstawienia $t = \sin \alpha$<br>kwadratowego $t^2 + 2t - 1 = 0$ :<br>$-1 - \sqrt{2}$ .                                                                                                                                                                            | 1 |                                                                                                                        |
|   | 4.6 | Odrzucenie ujemnych rozwiązań                                                                                                     | erwiastka i podanie odpowiedzi: $\sin \alpha = \sqrt{2} - 1$ .                                                                                                                                                                                                                    | 1 | Jeśli zdający nie wskaże właściwego rozwiązania spełniającego warunki zadania, to nie otrzymuje punktu za tę czynność. |
|   | 4.3 | <b>II sposób rozwiązania</b><br>Zapisanie wyrażenia                                                                               | <b>czynności 4.3 i 4.4)</b><br>$= H \cdot h$ w postaci proporcji                                                                                                                                                                                                                  | 1 |                                                                                                                        |
|   | 4.4 | Wykorzystanie wzorów trygonometrycznych do zapisania proporcji                                                                    | $\frac{h}{a}$ .<br>trygonometrycznych do zapisania proporcji<br>z jednej zmienną: $2 \cdot \frac{\frac{1}{2}a}{H} = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha, \frac{h}{a} = \cos \alpha$ stąd<br>$\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 1 = 0$ dla $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ . | 1 |                                                                                                                        |

|   |     |                                                                                                                  |                                                                                                                                                |   |                                                                      |
|---|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----------------------------------------------------------------------|
| 5 | 5.1 | Sporządzenie ry:                                                                                                 | <p>a <math>n = 4</math>.</p>                                 | 1 |                                                                      |
|   | 5.2 | Obliczenie sumy<br>$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^2$ | <p> trzech prostokątów:</p> $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4}{4}\right)^2 = \frac{15}{32}.$     | 1 |                                                                      |
|   | 5.3 | Obliczenie sumy<br>$\frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{2}{n}\right)^2$ | <p> wszystkich <math>n</math> prostokątów w postaci:</p> $\frac{1}{n} \cdot \left(\frac{n}{n}\right)^2 = \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3}.$ | 1 | Wystarczy, że zdający poprawnie zapisze lewą stronę podanej postaci. |
|   | 5.4 | Wykorzystanie i<br>$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^3}$                                                             | <p> tożsamości i przekształcenie sumy do postaci:</p> $S_n = \frac{(n+1)(2n+1)}{6n^2}.$                                                        | 1 |                                                                      |
| 6 | 6.1 | Zapisanie wielomianu                                                                                             | <p> postaci: <math>W(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + x^2 - 6x + 9</math>.</p>                                                                          | 1 |                                                                      |
|   | 6.2 | Zapisanie wielomianu np. $W(x) = x^2(x - 3)^2$                                                                   | <p> postaci sumy dwóch składników nieujemnych: <math>(x - 3)^2</math> lub <math>W(x) = (x^2 - x)^2 + (x - 3)^2</math>.</p>                     | 1 |                                                                      |
|   | 6.3 | Uzasadnienie, że wielomian nie ma jednocześnie równych i rzeczywistych.                                          | <p> adniki są nieujemne i nie mogą być zerami, więc wielomian <math>W(x)</math> nie ma pierwiastków rzeczywistych.</p>                         | 1 |                                                                      |
|   | 6.1 | <b>II metoda rozwiązania</b><br>Obliczenie pochodnej<br>$W'(x) = 2(2x - 3)$                                      | <p> wielomianu <math>W(x)</math> i jej miejsca zerowego:<br/><math>2(2x - 3) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}.</math></p>                       | 1 |                                                                      |

|   |     |                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                  |   |                                                                                                                                                        |
|---|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | 6.2 | Uzasadnienie, że minimum.                                                                                                                                          | Wielomian $W(x)$ osiąga lokalne                                                                                                                                                  | 1 |                                                                                                                                                        |
|   | 6.3 | Obliczenie wartości z dołu przez liczbę pierwiastków rzeczywistych                                                                                                 | Wielomian $W(x)$ dla $x = \frac{3}{2}$ albo jej oszacowanie i uzasadnienie, że wielomian $W(x)$ nie ma pierwiastków rzeczywistych: $W\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{45}{16}$ . | 1 |                                                                                                                                                        |
| 7 | 7.1 | Zapisanie równania                                                                                                                                                 | $\cos x = 1$ w postaci: $-\cos^2 x + \cos x = 0$ .                                                                                                                               | 1 |                                                                                                                                                        |
|   | 7.2 | Zapisanie równania                                                                                                                                                 | $\cos x = 0$ lub $\cos x = 1$ .                                                                                                                                                  | 1 |                                                                                                                                                        |
|   | 7.3 | Zapisanie rozwiązań $f(x) = 1$ należących do przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$ : $x = 0$                                                                        | $\cos x = 1$ należących do przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$ : $x = 0$ lub $x = 2\pi$ .                                                                                       | 1 |                                                                                                                                                        |
|   | 7.4 | Przedstawienie i rozwiązanie zadania, np. wprowadzenie zmiennej pomocniczej $t = \cos x$ i $t \in \langle -1, 1 \rangle$ i zapisanie funkcji $f(t) = -t^2 + t + 1$ | Przedstawienie i rozwiązanie zadania, np. wprowadzenie zmiennej pomocniczej $t = \cos x$ i $t \in \langle -1, 1 \rangle$ i zapisanie funkcji $f(t) = -t^2 + t + 1$ .             | 1 | Punkt otrzymuje też zdający, który pominął dziedzinę funkcji $f$ .                                                                                     |
|   | 7.5 | Obliczenie pierwiastków i wykresem trójkąta                                                                                                                        | Obliczenie pierwiastków i wykresem trójkąta o wierzchołku $(0, 1)$ i ramionach $t = \frac{1}{2}$ i $t = 1$ .                                                                     | 1 | Wystarczy, że zdający zapisze trójkąt w postaci kanonicznej: $f(t) = -\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$ .                                  |
|   | 7.6 | Uwzględnienie wartości granicznej i obliczenie największej wartości                                                                                                | Uwzględnienie wartości granicznej i obliczenie największej wartości funkcji $f$ : $f_{\max}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}$ .                                             | 1 | Zdający nie musi analizować znaku współczynnika przy $t^2$ , o ile oblicza $f(-1)$ , $f(1)$ , $f\left(\frac{1}{2}\right)$ i wybiera największą z nich. |

|   |     |                                                                                                                                            |                                                                                    |   |                                                                                                                                                                                |
|---|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8 |     | <b>I metoda rozwinięcia</b><br>Sporządzenie rysunku                                                                                        |                                                                                    |   |                                                                                                                                                                                |
|   | 8.1 |                                                           |  | 1 | Zdający może pominąć uzasadnienie, że punkt $P$ leży na wysokości $DO$ .                                                                                                       |
|   | 8.2 | Obliczenie długości krawędzi bocznej ostrosłupa: $a = 1$ .                                                                                 |                                                                                    | 1 |                                                                                                                                                                                |
|   | 8.3 | Obliczenie objętości ostrosłupa $ABCD$ , np. poprzez stwierdzenie, że jest to sześćścian o krawędzi długości 1: $V_{ABCD} = \frac{1}{6}$ . |                                                                                    | 1 |                                                                                                                                                                                |
|   | 8.4 | Zapisanie równania na odległość $H$ – szukaną odległość:<br>$\sqrt{3} \cdot H = \frac{1}{6}$                                               |                                                                                    | 1 | Wystarczy że zdający zapisze, że objętość ostrosłupa jest sumą objętości czterech ostrosłupów, których podstawami są ściany danego ostrosłupa, a wysokością szukana odległość. |
|   | 8.5 | Obliczenie szukanej odległości: $H = \frac{3 - \sqrt{3}}{6}$ .                                                                             |                                                                                    | 1 |                                                                                                                                                                                |

|   |     |                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                 |   |                                                      |
|---|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------------------------------------------|
| 8 | 8.1 | <p><b>II metoda rozw</b><br/>Sporządzenie ry:</p>  <p><math>P_1</math> jest rzutem p</p> | 1                                                                                                                                                               |   |                                                      |
|   | 8.2 | Obliczenie długo                                                                                                                                                          | <p>na wysokość ściany bocznej <math>DC_1</math>.</p> $ DC_1  = \frac{1}{2} AB  = \frac{\sqrt{2}}{2}.$                                                           | 1 |                                                      |
|   | 8.3 | Wyznaczenie $ D$<br>$ OC_1  = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2}$                                                                                        | <p>kąta <math>DOC_1</math>: np. <math> DO ^2 =  DC_1 ^2 -  OC_1 ^2</math>, gdzie<br/> , stąd <math> DO  = \frac{\sqrt{3}}{3}</math>.</p>                        | 1 |                                                      |
|   | 8.4 | <p>Zapisanie równa<br/><math>\Delta PP_1D \sim \Delta DOC</math></p> $\frac{H}{\frac{\sqrt{3}}{3} - H} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}.$                  | <p>wiadomą <math>H</math>, np. z podobieństwa trójkątów<br/>a proporcja <math>\frac{ PP_1 }{ DP } = \frac{ OC_1 }{ DC_1 }</math> i <math> PP_1  = H</math>,</p> | 1 |                                                      |
|   | 8.5 | Obliczenie szuka                                                                                                                                                          | <p>głości: <math>H = \frac{3 - \sqrt{3}}{6}</math>.</p>                                                                                                         | 1 |                                                      |
| 9 | 9.1 | Obliczenie liczb                                                                                                                                                          | <p>kich zdarzeń elementarnych: <math> \Omega  = 8!</math>.</p>                                                                                                  | 1 |                                                      |
|   | 9.2 | <p>Obliczenie liczb<br/>że jako pierwsze<br/>mężem: <math> A  = 3!</math>.</p>                                                                                            | <p>ń elementarnych sprzyjających zdarzeniu <math>A</math>,<br/>obiety i żona będzie szła bezpośrednio przed</p>                                                 | 1 | Wystarczy zapis $ A  = 3! \cdot 3!$ lub $ A  = 36$ . |



|    |      |                                                                                           |                                                                                                                                                     |   |  |
|----|------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|--|
|    | 9.3  | Obliczenie praw                                                                           | ieństwa zdarzenia $A$ : $P(A) = \frac{3! \cdot 3!}{8!} = \frac{1}{1120}$ .                                                                          | 1 |  |
|    | 9.4  | Porównanie otrz<br>$P(A) = \frac{1}{1120} < \frac{1}{1000}$                               | o prawdopodobieństwa z 0,001, np.:<br>$P(A) \approx 0,0009 < 0,001$ .                                                                               | 1 |  |
| 10 | 10.1 | Zapisanie układu<br>przechodzącej p                                                       | lającego wyznaczyć równanie prostej<br>ktory $(x_n, 0)$ , $(-1, 1)$ , $(0, y_n)$ : $\begin{cases} 1 = -a + b \\ 0 = a(-1 - n) + b \end{cases}$ .    | 1 |  |
|    | 10.2 | Wyznaczenie z u                                                                           | iewiadomej $b$ : np. $b = 1 + \frac{1}{n}$ .                                                                                                        | 1 |  |
|    | 10.3 | Zapisanie wzoru                                                                           | ego ciągu: $y_n = 1 + \frac{1}{n}$ albo $y_n = \frac{n+1}{n}$ .                                                                                     | 1 |  |
|    | 10.1 | <b>II metoda rozw</b><br>Zapisanie współ<br>(przechodzącej p                              | a kierunkowego prostej $X_nP$<br>ktory $(x_n, 0)$ i $P$ ): $a = \frac{1}{-1 - (-1 - n)} = \frac{1}{n}$ .                                            | 1 |  |
|    | 10.2 | Zapisanie równa                                                                           | tej $X_nP$ : $y = \frac{1}{n}(x+1) + 1$ .                                                                                                           | 1 |  |
|    | 10.3 | Zapisanie wzoru                                                                           | ego ciągu: $y_n = 1 + \frac{1}{n}$ albo $y_n = \frac{n+1}{n}$ .                                                                                     | 1 |  |
|    | 10.1 | <b>III metoda rozw</b><br>Wprowadzenie c<br>Wyznaczenie ws                                | u:<br>u: $A = (x_n, 0)$ , $P = (-1, 1)$ , $C = (0, y_n)$ .<br>nych wektorów $\overrightarrow{AP} = [n, 1]$ , $\overrightarrow{PC} = [1, y_n - 1]$ . | 1 |  |
|    | 10.2 | Zapisanie warun<br>$\overrightarrow{AP} \parallel \overrightarrow{PC} \Leftrightarrow d($ | oległości wektorów:<br>) = 0 stąd $n(y_n - 1) - 1 = 0$ .                                                                                            | 1 |  |
|    | 10.3 | Zapisanie wzoru                                                                           | ego ciągu: $y_n = 1 + \frac{1}{n}$ albo $y_n = \frac{n+1}{n}$ .                                                                                     | 1 |  |

|    |      |                                                                       |                                                                                                                                                                                                      |   |  |
|----|------|-----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|--|
|    | 10.1 | <b>IV metoda rozwiązań</b><br>Wprowadzenie cięciwa<br>Wykorzystanie z | $A = (x_n, 0), P = (-1, 1), C = (0, y_n).$<br>ci: $ AP  +  PC  =  AC ,$<br>$\sqrt{(-1-x_n)^2 + (1-0)^2} + \sqrt{(0-x_n)^2 + (y_n-0)^2} = \sqrt{(0+1)^2 + (y_n-1)^2} = \sqrt{(0-x_n)^2 + (y_n-0)^2}.$ | 1 |  |
|    | 10.2 | Podstawienie $x_n$<br>$(n \cdot y_n - n - 1)^2 =$                     | i doprowadzenie wyrażenia do postaci:                                                                                                                                                                | 1 |  |
|    | 10.3 | Zapisanie wzoru                                                       | tego ciągu: $y_n = 1 + \frac{1}{n}$ albo $y_n = \frac{n+1}{n}.$                                                                                                                                      | 1 |  |
| 11 | 11.1 | Przyjęcie oznaczeń<br>geometrycznego<br>trójkąta prostokątnego i      | Wykorzystanie definicji lub własności ciągu<br>nie zależności między długościami boków<br>np.: $a, b, c$ – długości boków trójkąta<br>$a, b, c$ , $b = a \cdot q, c = a \cdot q^2$ lub $b^2 = ac.$   | 1 |  |
|    | 11.2 | Wykorzystanie twierdzenia<br>występują najwyżej<br>$a^2 + ac = c^2.$  | twierdzenie Pitagorasa i zapisanie równania, w którym<br>nie wiadome, np.: $a^2 + (aq)^2 = (aq^2)^2$ lub                                                                                             | 1 |  |
|    | 11.3 | Zapisanie równania                                                    | $q^4 - q^2 - 1 = 0$ lub $\left(\frac{c}{a}\right)^2 - \frac{c}{a} - 1 = 0.$                                                                                                                          | 1 |  |
|    | 11.4 | Wykonanie podstawienia<br>$t^2 - t - 1 = 0$ : $t =$                   | $t = q^2$ lub $t = \frac{c}{a}$ i rozwiązanie równania<br>$\sqrt{t} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$                                                                                                       | 1 |  |
|    | 11.5 | Obliczenie ilorazu                                                    | $q = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}.$                                                                                                                                                                 | 1 |  |