

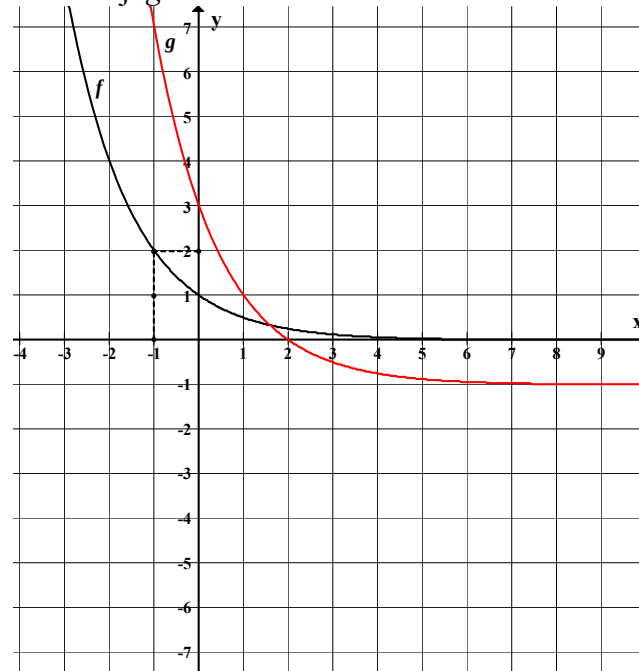
ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA – ZESTAW NR 2
POZIOM ROZSZERZONY

Nr zadania	Nr czynności	
1	1.1	Wprowadze $4x + y = 13$ $13 - 4x$.
	1.2	Zapisanie su $S = x^2 + (3x$
	1.3	Zapisanie su $S(x) = 2x^2 -$
	1.4	Obliczenie a i $x_w \in \left(0, \frac{13}{4}\right)$
	1.5	Podanie odp

Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów	Uwagi
czeń: $x, 3x, y$ – poszukiwane liczby i zapisanie równania: isanie poszukiwanych liczb z użyciem jednej zmiennej: $x, 3x,$	1	
dratów poszukiwanych liczb: $S = x^2 + (3x)^2 + y^2$ lub $- 4x)^2$	1	
dratów szukanych liczb jako funkcji jednej zmiennej: gdy $x \in \left(0, \frac{13}{4}\right)$.	1	Zdający nie musi wyznaczyć dziedziny funkcji, o ile przeprowadzi rozwiązanie do końca i otrzyma trzy dodatnie liczby.
tu, dla którego funkcja S przyjmuje wartość najmniejszą: $x_w = 2$ funkcja S osiąga najmniejszą wartość dla $x = 2$.	1	
: Poszukiwane liczby to : 2, 6, 5.	1	

2	2.1	Sporządzeni 	1	
	2.2	Zapisanie p		1
	2.3	Zapisanie w		1
	2.4	Podanie wsz		1

su funkcji g .



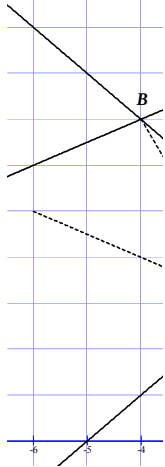
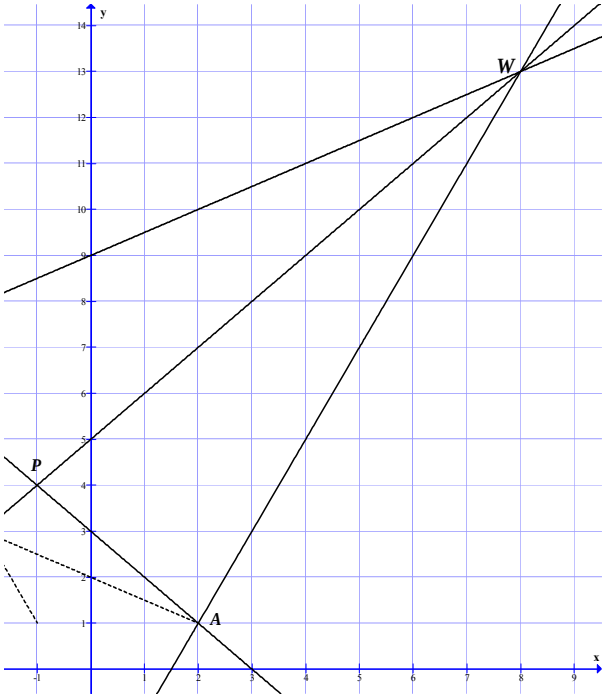
a lub wzoru funkcji f : $a = \frac{1}{2}$ lub $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

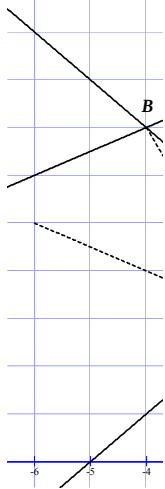
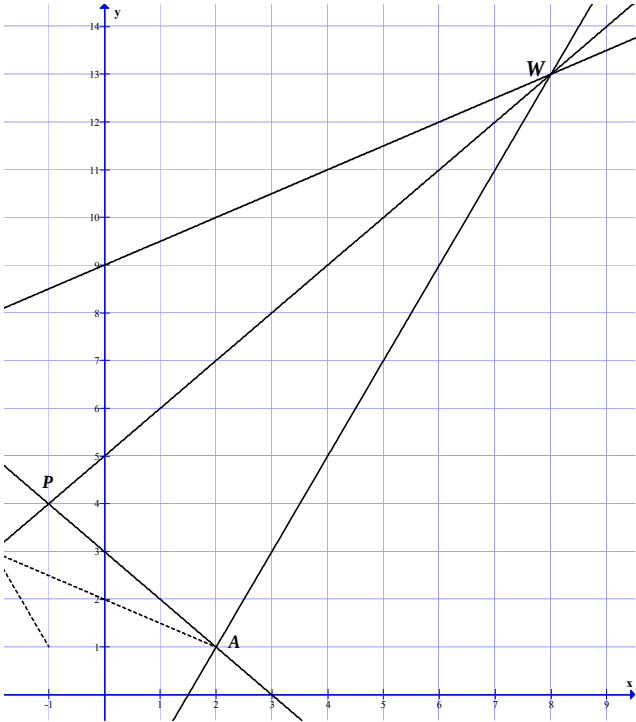
kcji g : $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 1$.

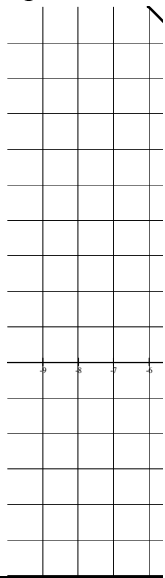
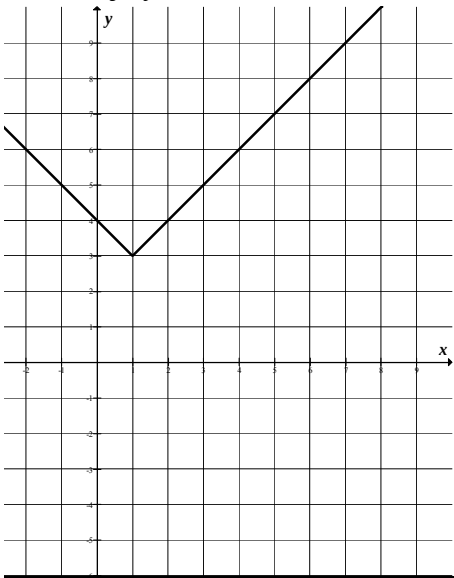
argumentów, dla których $g(x) > 0$: $x \in (-\infty, 2)$.

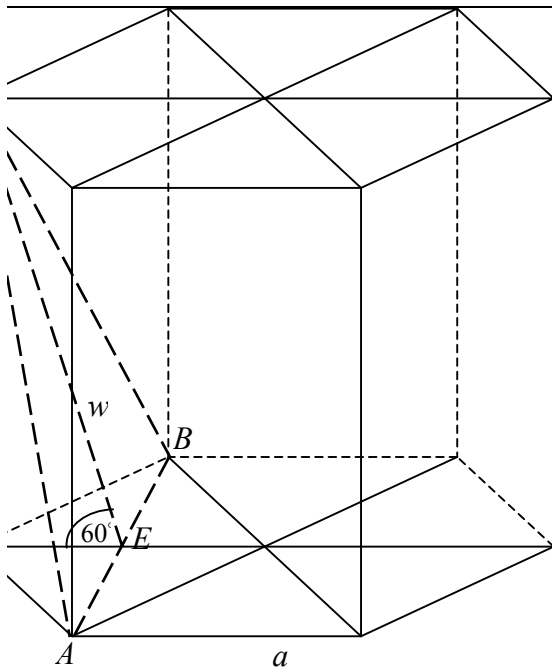
3	3.1	Wykorzysta wielomianu	niej rozwiązan równania lub twierdzenia o pierwiastkach nie równania z niewiadomą m : $1^3 + m^3 \cdot 1^2 - m^2 \cdot 1 - 1 = 0$.	1	
	3.2	Obliczenie v (pierwiastki	ch wartości m , dla których liczba 1 jest rozwiązaniem równania omianu): $m = 0$ lub $m = 1$.	1	
	3.3	Uzasadnieni ma tylko jed	. $m = 0$ równanie ma tylko jedno rozwiązanie $x = 1$ (wielomian viastek), np. dla $m = 0$ równanie ma postać	1	
	3.4	Uzasadnieni ma więcej n	$x^3 - 1 = (x - x + 1) = 0$, a trójmian $x^2 + x + 1$ nie ma pierwiastków.		
	3.1	II sposób r Zapisanie ró	. $m = 1$ równanie ma więcej niż jedno rozwiązanie (wielomian pierwiastek), np. dla $m = 1$ równanie ma postać	1	
	3.2	Zastosowan	to oznacza, że liczba (-1) też jest jego rozwiązaniem.		
	3.1	III sposób r Wykorzysta wielomianu	nia: czynność 3.1, 3.2 w postaci iloczynu, np. $(x - 1)(x^2 + bx + c) = 0$ i wykonanie	1	
	3.2	Skorzystani	$)x^2 + (c - b)x - c = 0$.		
	3.1	Wielomianu	czenia o równości wielomianów do zapisania układu warunków:	1	
	3.2	Wielomianu	$= m^3 + 1$ oraz rozwiązanie równania $m^3 + 1 = m^2 + 1$: $m = 0$ lub		
	3.1	Wielomianu	nia: czynność 3.1, 3.2 rdzenia o pierwiastkach wielomianu i wykonanie dzielenia	1	
	3.2	Wielomianu	dwumian $(x - 1)$:		
	3.1	Wielomianu	$(m^3 + 1)x + m^3 - m^2 + 1) + (m^3 - m^2)$,		
	3.2	Wielomianu	dzenia o reszcie i obliczenie m :	1	
	3.1	Wielomianu	$= 0$ lub $m = 1$.		

4	4.1	Wykorzysta stycznej w p	alizie zadania własności: promień okręgu jest prostopadły do styczności.	1	
	4.2	Wyznaczeni o równaniu	nia prostej przechodzącej przez punkt B i prostopadłej do prostej $+9: y = -2x - 1$.	1	
	4.3	Wyznaczeni o równaniu	nia prostej przechodzącej przez punkt A i prostopadłej do prostej $-3: y = -\frac{1}{2}x + 2$.	1	
	4.4	Obliczenie v który jest śro	dnych punktu przecięcia prostych $y = -\frac{1}{2}x + 2$ i $y = -2x - 1$, okręgu stycznego do danych prostych: $S = (-2, 3)$.	1	
	4.5	Obliczenie r	a szukanego okręgu: $r = SA = SB = 2\sqrt{5}$.	1	Jeśli zdający nie zapisał w punkcie 4.1 własności: promień okręgu jest prostopadły do stycznej w punkcie styczności, ale z niej skorzystał w rozwiązaniu, to przyznajemy punkt w czynności 4.1.

		II sposób rozwiązania:		
	4.1	 Wykorzysta Obliczenie v oraz P – środek $W = (8, 13)$,	 ności – środek okręgu leży na symetralnej odcinka AB. dnych punktów W – przecięcia się danych prostych nka AB: $(-2, 4)$.	1
	4.2	Wyznaczeni odcinka AB)	nia prostej przechodzącej przez punkty W oraz P (symetralnej AB): $y = 5x - 5$.	1
	4.3	Wyznaczeni na której leży prostej, na k	nia prostej przechodzącej przez punkt B i prostopadłej do prostej, nkt (lub prostej przechodzącej przez punkt A i prostopadłej do prostej przechodzącej przez punkt W i prostopadłej do prostej przechodzącej przez punkt A i prostopadłej do prostej przechodzącej przez punkt W): $y = -2x - 1$ lub $y = -\frac{1}{2}x + 2$.	1
	4.4	Obliczenie v	dnych środka okręgu: $S = (-2, 3)$.	1
	4.5	Obliczenie r	a okręgu: $r = SA = SB = 2\sqrt{5}$.	1

		III sposób r		
	4.1			
		Obliczenie v $W = (8,13)$,	dnych punktu W i obliczenie długości odcinków AW i BW : $ BW = 6\sqrt{5}$ (trójkąt AWB jest równoramienny).	1
	4.2	Obliczenie v i PW : $P = (-$	dnych punktu P (środką odcinka AB) oraz długości odcinków BP $3P = 3\sqrt{2}$, $ PW = 9\sqrt{2}$.	1
	4.3	Stwierdzeni	eństwa trójkątów BWP i BSP .	1
	4.4	Zapisanie pr	$\frac{ BS }{ BP } = \frac{ BW }{ PW }$.	1
	4.5	Obliczenie r	a okręgu: $r = AS = BS = 2\sqrt{5}$.	1

5	5.1	Zapisanie w	keji f w postaci : $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{dla } x \geq 1 \\ -x+4 & \text{dla } x < 1 \end{cases}$	1	
	5.2	Sporządzeni 	su funkcji f : 	1	Jeśli zdający od razu poprawnie naszkicuje wykres funkcji f , to przyznajemy punkty w czynności 5.1 oraz 5.2.
	5.3	Podanie liczb rozwiązań	iązań równania $f(x) = m$: zero rozwiązań dla $m < 3$, jedno rozwiązanie dla $m = 3$, dwa rozwiązania dla $m > 3$.	1	
6	6.1	Wprowadzenie zapisu różnic	czeń, np.: x – liczba kupionych koszulek, y – cena koszulki oraz $x \cdot y = 720$.	1	
	6.2	Zapisanie równania	$(x+5)(y-2) = 720$.	1	
	6.3	Zapisanie równania kwadratowego	kwadratowego w zależności od jednej niewiadomej, np. $y^2 - 2y - 288 = 0$.	1	
	6.4	Rozwiązanie i wybór właściwego	nia kwadratowego $x = 40$ lub $x = -45$ ($y = 18$ lub $y = -16$) rozwiązania, spełniającego warunki zadania.	1	
	6.5	Podanie odpowiedzi	: $x = 40$, $y = 18$.	1	

7	7.1	Obliczenie c	przekątnej BD (leżącej naprzeciw kąta DAB): $ BD = 2\sqrt{3}$.	1	
	7.2	Obliczenie r odwrotnego	ta C leżącego naprzeciw kąta A (wykorzystanie twierdzenia dzenia Pitagorasa lub twierdzenia kosinusów): $ \sphericalangle BCD = 90^\circ$.	1	
	7.3	Zapisanie p $P_{ABCD} = P_{ABE}$	orokąta $ABCD$ jako sumy pól dwóch trójkątów, np.:	1	
	7.4	Obliczenie p	orokąta $ABCD$: $P = \frac{7\sqrt{3}}{2}$.	1	
8	8.1	Zaznaczeni płaszczyzny Przyjęcie o: a – długoś w – wysoko h – wysokoś	 inku kąta $\alpha = 60^\circ$ – kąta nachylenia płaszczyzny przekroju do wy graniastosłupa. np.: łzi podstawy graniastosłupa, kąta ABC, będącego rozważanym przekrojem graniastosłupa, stosłupa.	1	

9	8.2	Wyznaczenie długości boku CD trójkąta CDE .	ość w z trójkąta prostokątnego CDE : $ DE = \frac{a}{2}$ i z własności trójkąta prostokątnego: $ DE = \frac{a}{2}$ stąd $w = a$.	1	
	8.3	Obliczenie długości boku AB .	krawędzi podstawy graniastoslupa: $ AB = a\sqrt{3}$, $a = 4$.	1	
	8.4	Obliczenie wysokości h graniastoslupa.	ci h graniastoslupa: $h = 2\sqrt{3}$.	1	
	8.5	Obliczenie objętości V graniastoslupa.	V graniastoslupa: $V = 144$.	1	
	9.1	Przyjęcie modelu podobieństwa trójkątów $\triangle ADB \sim \triangle CDB$.	rowadzącej do wyznaczenia zależności między bokami AB i BC trójkąta ABC na dwa sposoby lub zapisanie, że	1	
	9.2	Wyznaczenie długości boków AC i BC trójkąta ABC .	ości między bokami AB i BC trójkąt ABC : $ AB = a$, oraz $ BC = 2 AB $.	1	
	9.3	Obliczenie kąta ABC .	kąta ABC , np. z trójkąta CEB : $\cos \sphericalangle ABC = \cos \sphericalangle CAB = \frac{1}{4}$.	1	Zdający nie musi zapisywać „podwójnej” równości. Wystarczy, że oznaczy tą samą literą kąty przy podstawie trójkąta.
	9.4	Wyznaczenie długości boku CD trójkąta ADB .	z trójkąta ADB : $\frac{ BD }{ AB } = \cos \sphericalangle ABD $ stąd $ BD = \frac{1}{4} \cdot AB $ oraz,	1	
	9.5	Obliczenie kąta BCA .	kąta BCA z trójkąta ADC : $\cos \sphericalangle BCA = \frac{ CD }{ AC } = \frac{7}{8}$.	1	
	9.4	II sposób rozwiązania: Zapisanie długości boków trójkąta ABC w zależności od jednej zmiennej, np.: $ AB = a$, $ BC = 2a$. Obliczenie z twierdzenia Pitagorasa w trójkącie ACE wysokości CE : $ CE = \frac{a\sqrt{15}}{2}$, oraz długości boku AD : $ AD = \frac{1}{2} \cdot AC $.	nia: (czynności 10.4, 10.5) boków trójkąta ABC w zależności od jednej zmiennej, np.: $ AB = a$, $ BC = 2a$. twierdzenia Pitagorasa w trójkącie ACE wysokości CE : $ CE = \frac{a\sqrt{15}}{2}$, oraz długości boku AD : $ AD = \frac{1}{2} \cdot AC $.	1	

10	9.5	Obliczenie s	kąta DCA z trójkąta ADC : $\sin \sphericalangle DCA = \frac{ AD }{ AC } = \frac{\sqrt{15}}{8}$.	1	
	9.4	III sposób r Przedstawie np. z trójkąt $\cos \sphericalangle DCA $ trójkąta ADI	ania: (czynności 10.4, 10.5) ody pozwalającej obliczyć kosinus kąta przy wierzchołku C : kątnego ADC : $= \frac{ DC + DB - DB }{ DB + DC } = 1 - \frac{ DB }{ DB + DC }$ oraz wyznaczenie $ BD $ z $= \frac{1}{4} \cdot AB $.	1	
	9.5	Obliczenie k	kąta DCA : $\cos \sphericalangle DCA = \frac{7}{8}$.	1	
	9.4	IV sposób r Zastosowan $ AB ^2 = AC ^2 +$ $a^2 = (2a)^2 +$	ania: (czynności 10.4, 10.5) lżenia kosinusów i zapisanie, że $^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \sphericalangle BCA $ $2 \cdot (2a) \cdot (2a) \cdot \cos \sphericalangle BCA $.	1	
	9.5	Obliczenie k	kąta BCA : $\cos \sphericalangle BCA = \frac{7}{8}$.	1	
	10.1	Wyznaczeni	u a_{n+1} : $a_{n+1} = 3^{-n}$.	1	
	10.2	Obliczenie i	iągu (a_n) : $q = 3^{-1}$ lub $q = \frac{1}{3}$.	1	Jeśli zdający od razu poda prawidłowo iloraz ciągu to otrzymuje również punkt w czynności 10.1
	10.3	Zapisanie su	rytmów: $S_{100} = \log_3 1 + \log_3 (3)^{-1} + \log_3 3^{-2} + \dots + \log_3 3^{-99}$.	1	
	10.4	Zapisanie su	rytmów w postaci: $S_{100} = \log_3 3^{-(1+2+3+\dots+99)} = \log_3 3^{50 \cdot (-99)}$.	1	
	10.5	Obliczenie s	początkowych wyrazów ciągu: $S_{100} = -4950$.	1	

11	11.1	Obliczenie r	loru zdarzeń elementarnych: $ \Omega = 6^3$.		
	11.2	Obliczenie l	arzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A : $ A = 3^3$.	1	
	11.3	Obliczenie p	odobieństw zdarzenia A : $P(A) = \frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{8}$,	1	
	11.4	Stwierdzeni trzy wtedy, i żadna z nich	na kwadratów liczb wyrzuconych oczek będzie podzielna przez ła z wyrzuconych liczb będzie podzielna przez trzy albo gdy podzielnych przez trzy.	1	
	11.5	Obliczenie l i prawdopoc	arzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu B : $ B = 2^3 + 4^3$ wa tego zdarzenia B : $P(B) = \frac{2^3 + 4^3}{6^3} = \frac{72}{216} = \frac{1}{3}$.	1	Akceptujemy wynik w postaci ułamka skracalnego albo przybliżony, o ile tylko rozwiązanie zdającego wskazuje na poprawne obliczenie liczby $ B $ i poprawne zastosowanie definicji prawdopodobieństwa.