

Autor: Marzena Orlińska

TEST PRZED MATURĄ 2007

**PRZYKŁADOWY
ARKUSZ EGZAMINACYJNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniu zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

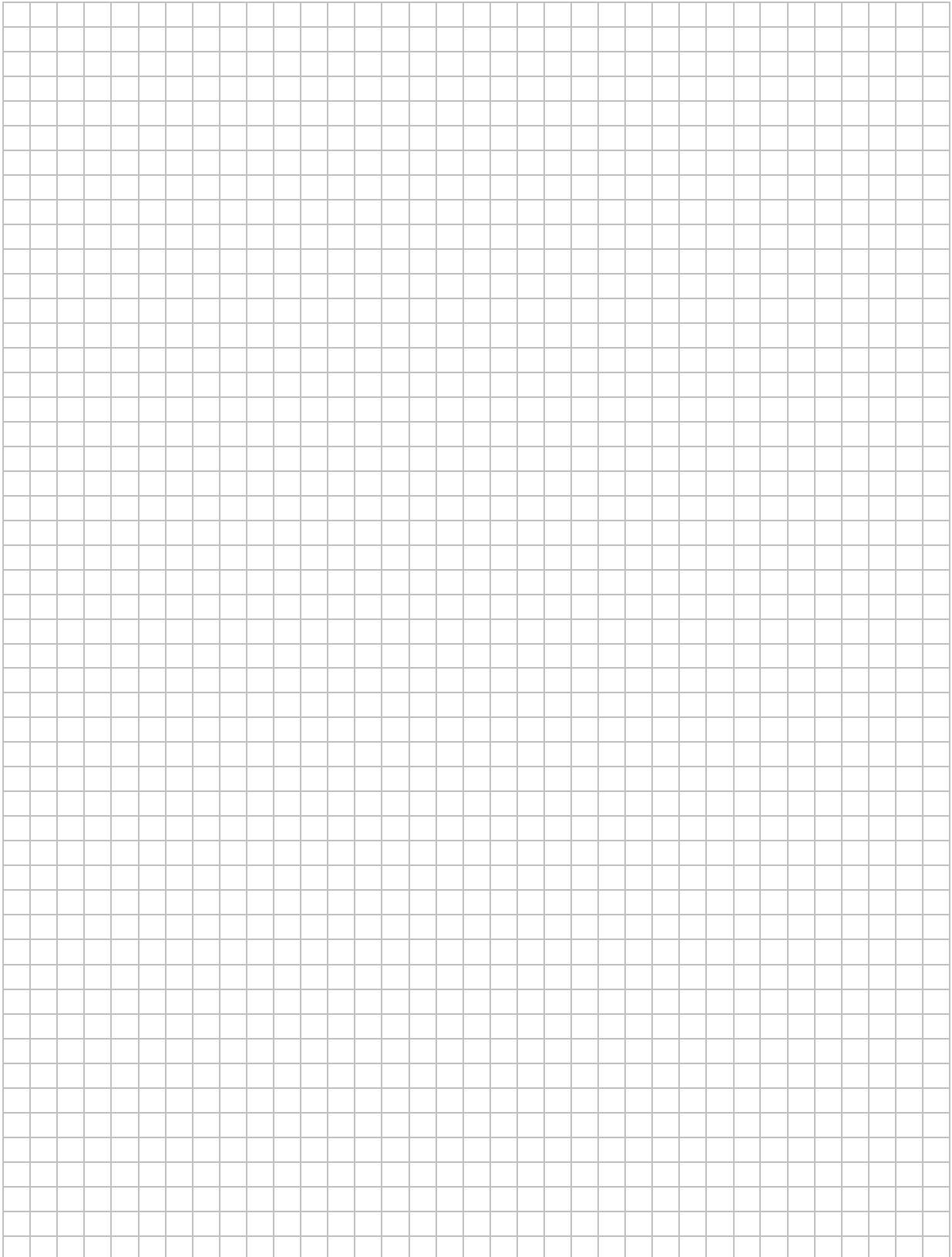
Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów



Arkusz przygotowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON
na wzór oryginalnego arkusza maturalnego.

Zadanie 1. (5 pkt)

Dla jakich wartości parametru m funkcja $f(x) = (m-1)x^2 + (m-1)x + m$ przyjmuje tylko wartości dodatnie?

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to draw or show their solution.

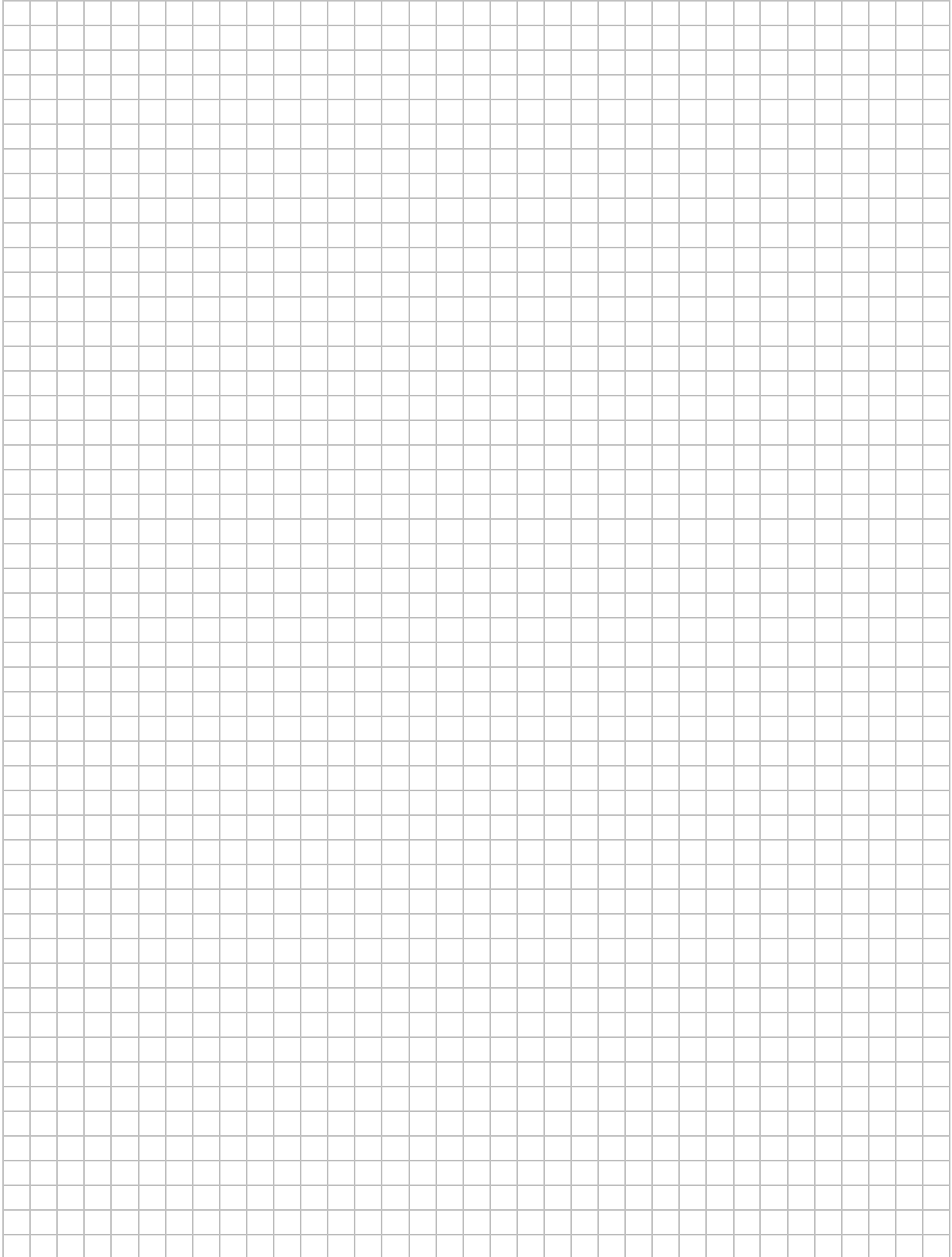
Zadanie 2. (3 pkt)

Oblicz $\log_{2\sqrt[3]{16}} \frac{\sqrt{2}}{8}$.



Zadanie 3. (3 pkt)

Naszkieuj wykres funkcji $y = 2^{x-|x|}$. Dla jakich wartości parametru m równanie $2^{x-|x|} = m$ ma przynajmniej jedno rozwiązanie?



Zadanie 4. (4 pkt)

Współczynniki wielomianu trzeciego stopnia $W(x)$ tworzą rosnący ciąg geometryczny (licząc od współczynnika przy najwyższej potędze) o pierwszym wyrazie równym 1 i sumie równej 15. Wyznacz wzór tego wielomianu.



Zadanie 5. (3 pkt)

Wykaż, że liczba $a = \sqrt{29 - 12\sqrt{5}} - 2\sqrt{5}$ jest całkowita.



Zadanie 6. (4 pkt)

W urnie U_1 jest 5 kul białych i 7 czarnych, a w urnie U_2 są 4 białe i 8 czarnych. Rzucamy trzema monetami. Jeśli wyrzucimy dokładnie 2 orły – losujemy kulę z urny U_1 , w pozostałych przypadkach – z U_2 . Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ten sposób wylosujemy kulę białą?



Zadanie 7. (3 pkt)

Oblicz granicę ciągu: $a_n = \frac{n^2}{4+8+12+\dots+4n}$.



Zadanie 8. (3 pkt)

Rozwiąż równanie: $ax + 5x = b$.



Zadanie 9. (5 pkt)

Wykaż, że dwusieczna kąta wewnętrznego dowolnego trójkąta dzieli bok przeciwległy w stosunku pozostałych boków.



Zadanie 10. (6 pkt)

Trójkąt o bokach długości 5, 8, 9 obraca się dookoła najdłuższego boku. Oblicz objętość powstałej bryły.



Zadanie 11. (7 pkt)

W jakim punkcie $x \in (0,2)$ paraboli $y = -x^2 + 4$ należy poprowadzić styczną, aby trójkąt ograniczony tą styczną i dodatnimi półosiami osi współrzędnych miał najmniejsze pole?



Zadanie 12. (4 pkt)

Wykaż, że jeśli α, β są różnymi kątami trójkąta spełniającymi warunek $\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$, to ten trójkąt jest prostokątny.

