

Miejsce
na naklejkę
z kodem szkoły

dysleksja



MMA-R1A1P-062

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

Arkusz II

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 12 – 21). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊙ i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

ARKUSZ II

**MAJ
ROK 2006**

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Wypełnia zdający przed
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

Zadanie 12. (5 pkt)

Korzystając z zasady indukcji matematycznej wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ prawdziwy jest wzór: $1 \cdot 3 \cdot (1!)^2 + 2 \cdot 4 \cdot (2!)^2 + \dots + n(n+2)(n!)^2 = [(n+1)!]^2 - 1$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	12.1.	12.2.	12.3.	12.4.	12.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Dany jest ciąg (a_n) , gdzie $a_n = \frac{5n+6}{10(n+1)}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

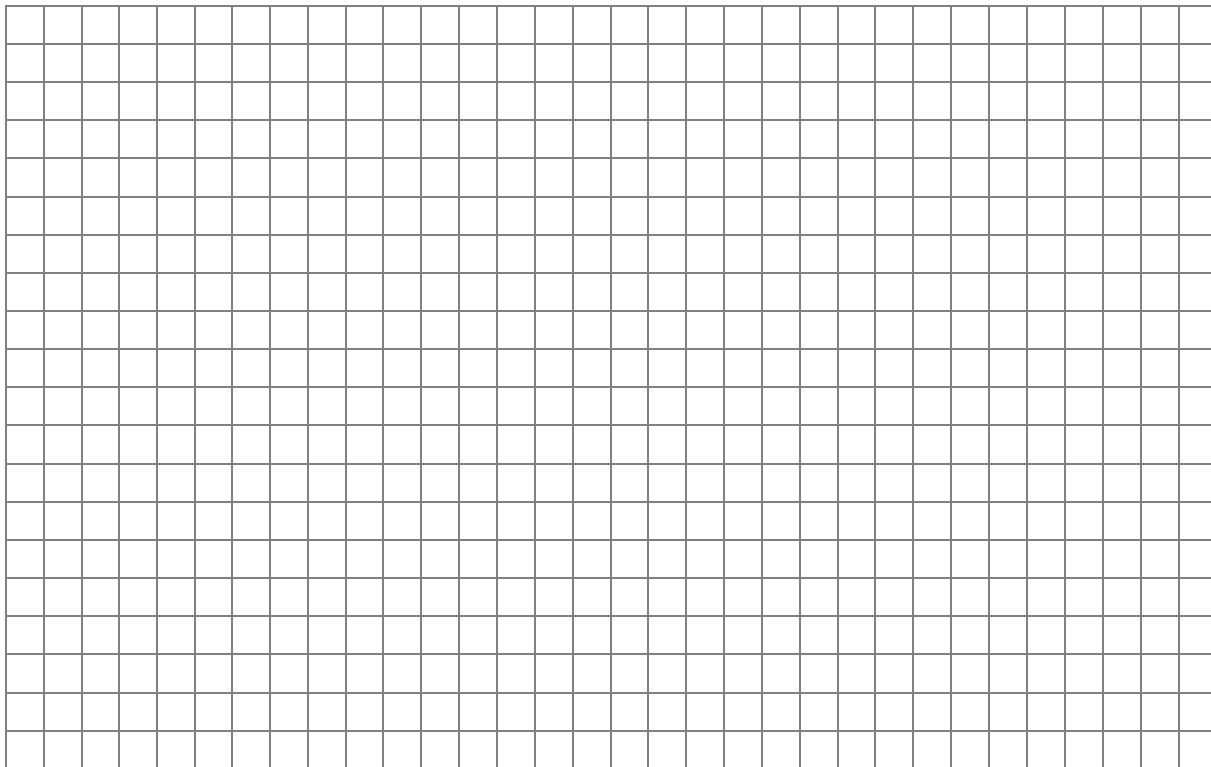
- Zbadaj monotoniczność ciągu (a_n) .
- Oblicz $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- Podaj największą liczbę a i najmniejszą liczbę b takie, że dla każdego n spełniony jest warunek $a \leq a_n \leq b$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of these squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	13.1.	13.2.	13.3.	13.4.	13.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

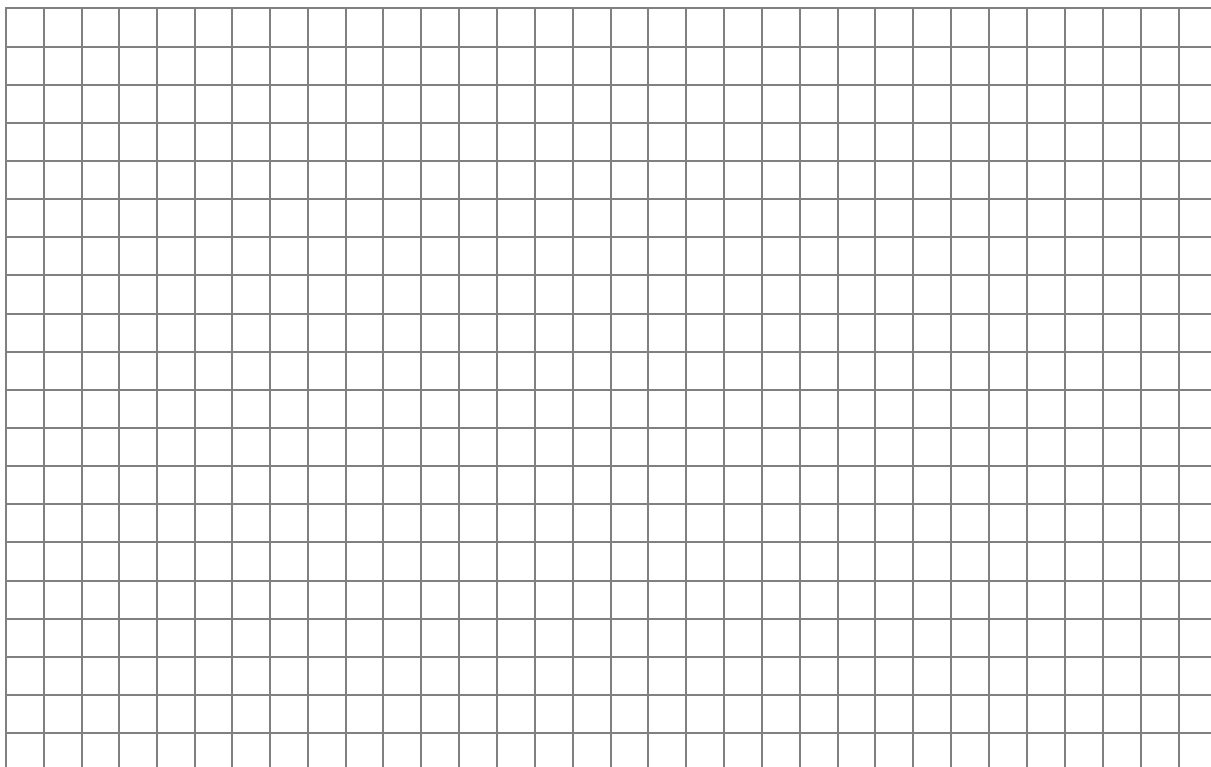
Zadanie 14. (4 pkt)

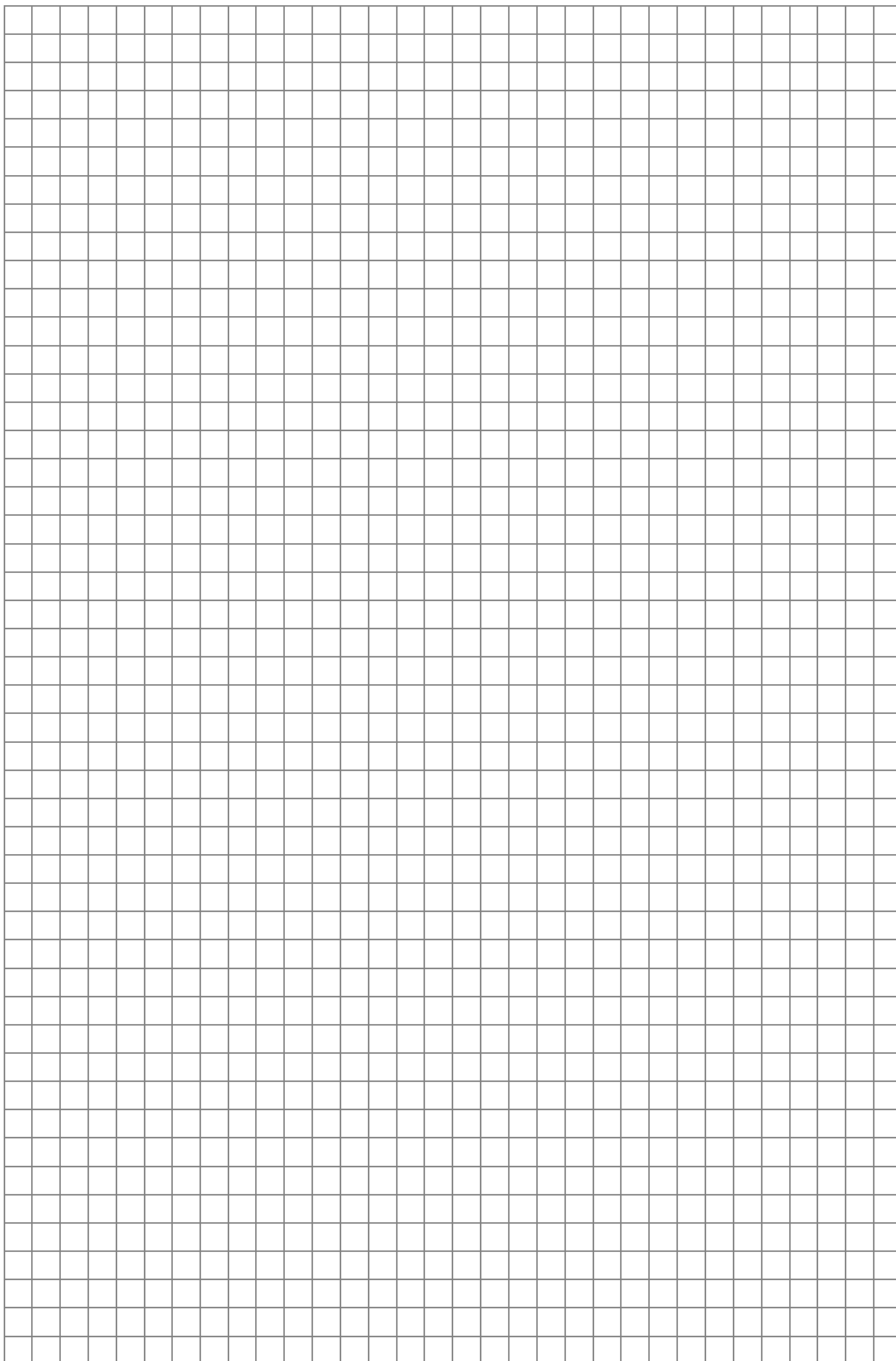
- a) Naszkicuj wykres funkcji $y = \sin 2x$ w przedziale $< -2\pi, 2\pi >$.



- b) Naszkicuj wykres funkcji $y = \frac{|\sin 2x|}{\sin 2x}$ w przedziale $< -2\pi, 2\pi >$

i zapisz, dla których liczb z tego przedziału spełniona jest nierówność $\frac{|\sin 2x|}{\sin 2x} < 0$.





Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	14.1.	14.2.	14.3.	14.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

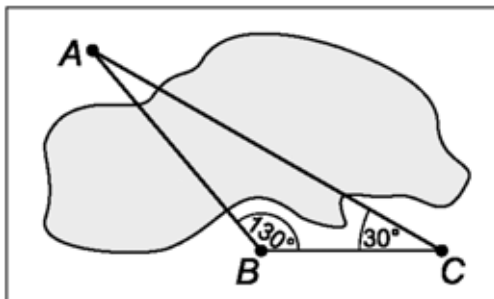
Zadanie 15. (4 pkt)

Uczniowie dojeżdżający do szkoły zaobserwowali, że spóźnienie autobusu zależy od tego, który z trzech kierowców prowadzi autobus. Przeprowadzili badania statystyczne i obliczyli, że w przypadku, gdy autobus prowadzi kierowca A, spóźnienie zdarza się w 5% jego kursów, gdy prowadzi kierowca B w 20% jego kursów, a gdy prowadzi kierowca C w 50% jego kursów. W ciągu 5-dniowego tygodnia nauki dwa razy prowadzi autobus kierowca A, dwa razy kierowca B i jeden raz kierowca C. Oblicz prawdopodobieństwo spóźnienia się szkolnego autobusu w losowo wybrany dzień nauki.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	15.1.	15.2.	15.3.	15.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Obiekty A i B leżą po dwóch stronach jeziora. W terenie dokonano pomiarów odpowiednich kątów i ich wyniki przedstawiono na rysunku. Odległość między obiektami B i C jest równa 400 m. Oblicz odległość w linii prostej między obiektami A i B i podaj wynik, zaokrąglając go do jednego metra.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	16.1.	16.2.	16.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 17. (6 pkt)

Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie AB i krótszej CD . Punkt styczności S dzieli ramię BC tak, że $\frac{|CS|}{|SB|} = \frac{2}{5}$.

a) Wyznacz długość ramienia tego trapezu.

b) Oblicz cosinus $|\sphericalangle CBD|$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	17.1.	17.2.	17.3.	17.4.	17.5.	17.6.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 18. (7 pkt)

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych trójkątnych o objętości równej 2 m^3 istnieje taki, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Wyznacz długości krawędzi tego graniastosłupa.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	18.1.	18.2.	18.3.	18.4.	18.5.	18.6.	18.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

Zadanie 19. (7 pkt)

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest zdefiniowany wzorem rekurencyjnym: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n \cdot \log_2(k - 2)$, dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są różne od zera. Wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których istnieje suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu (a_n) .

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	19.1.	19.2.	19.3.	19.4.	19.5.	19.6.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	2	1
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 20. (4 pkt)

Dane są funkcje $f(x) = 3^{x^2-5x}$ i $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2x^2-3x+2}$.

Oblicz, dla których argumentów x wartości funkcji f są większe od wartości funkcji g .

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	20.1.	20.2.	20.3.	20.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 21. (5 pkt)

W trakcie badania przebiegu zmienności funkcji ustalono, że funkcja f ma następujące własności:

- jej dziedziną jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych,
- f jest funkcją nieparzystą,
- f jest funkcją ciągłą

oraz:

$$f'(x) < 0 \text{ dla } x \in (-8, -3),$$

$$f'(x) > 0 \text{ dla } x \in (-3, -1),$$

$$f'(x) < 0 \text{ dla } x \in (-1, 0),$$

$$f'(-3) = f'(-1) = 0,$$

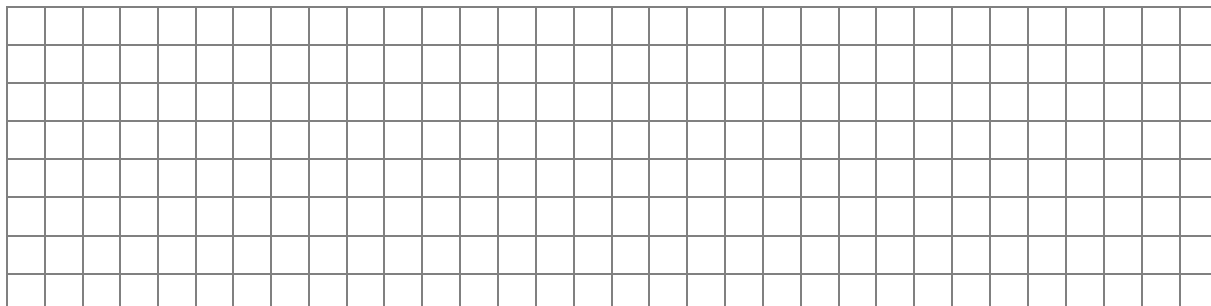
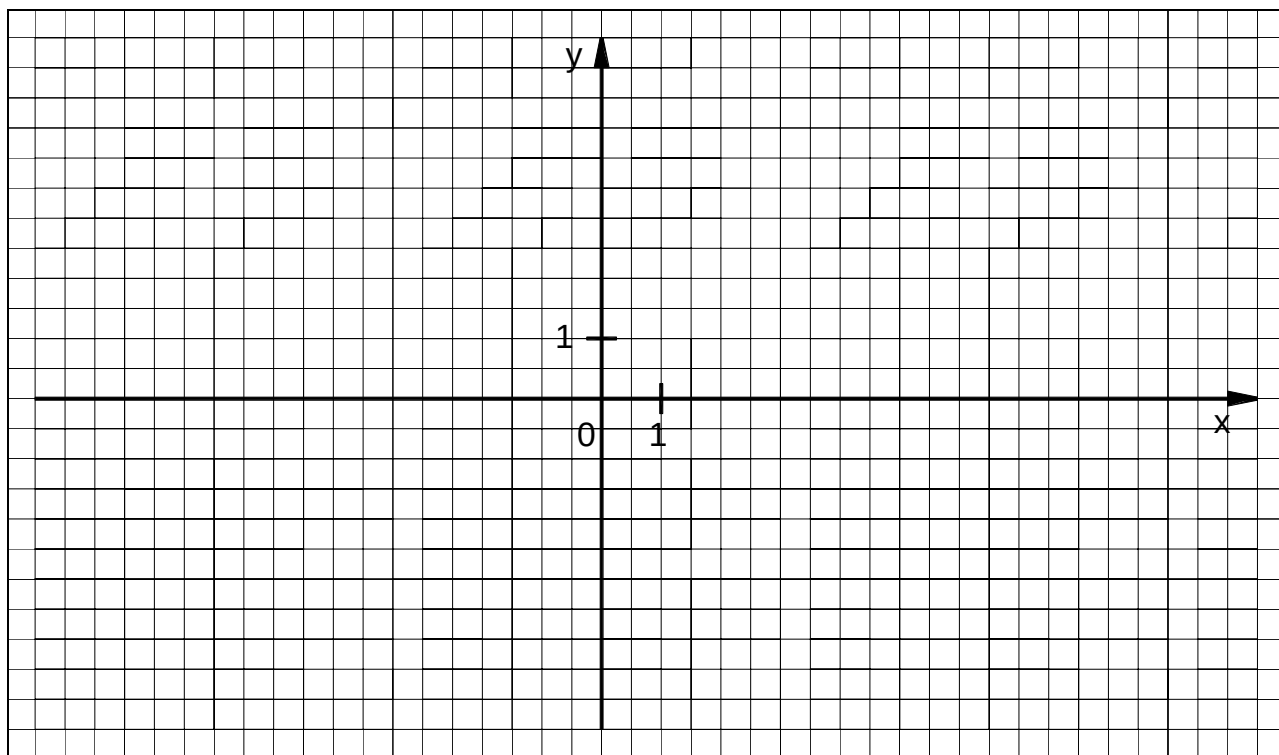
$$f(-8) = 0,$$

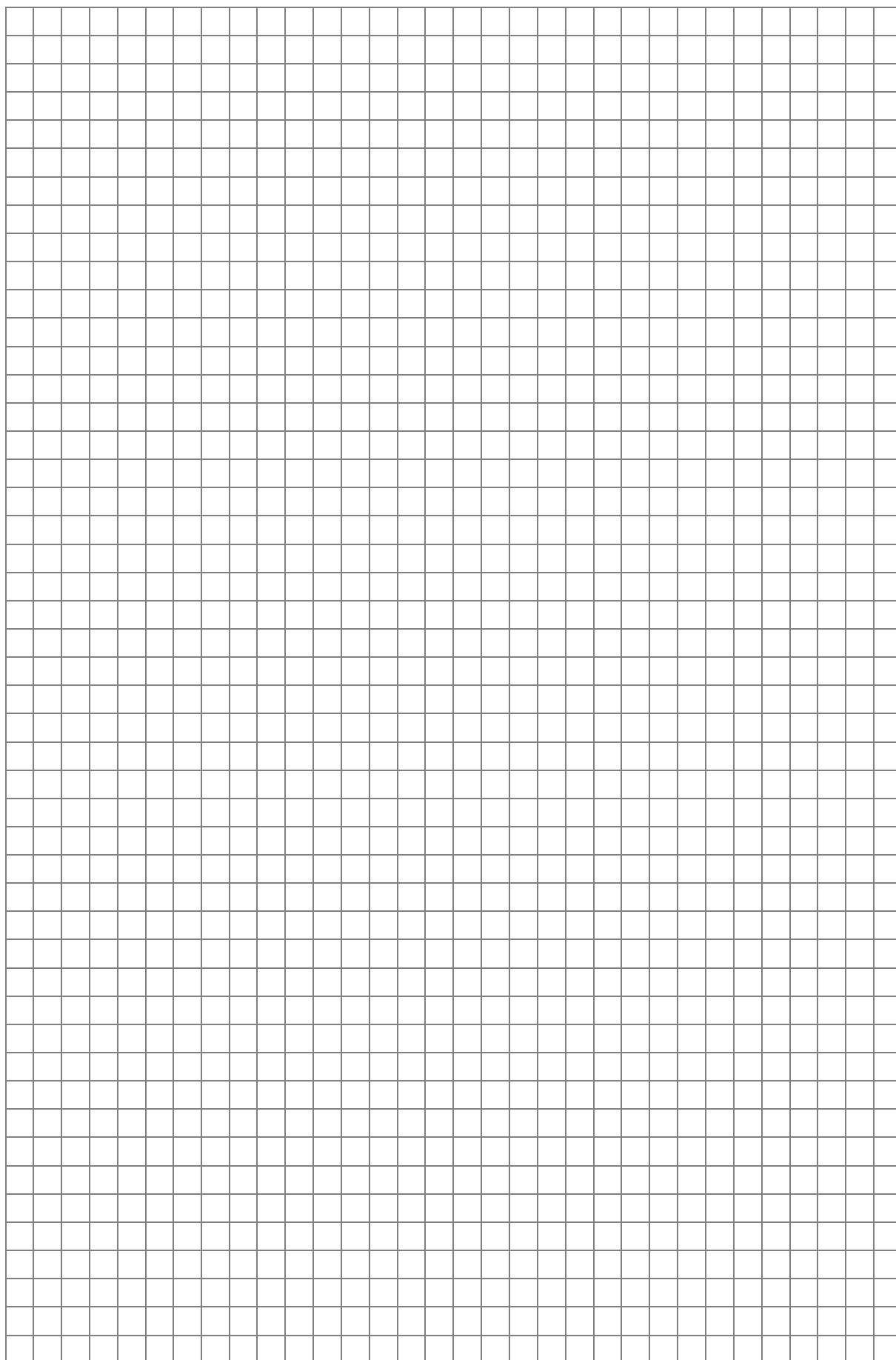
$$f(-3) = -2,$$

$$f(-2) = 0,$$

$$f(-1) = 1.$$

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie naszkicuj wykres funkcji f w przedziale $\langle -8, 8 \rangle$, wykorzystując podane powyżej informacje o jej własnościach.





Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	21.1.	21.2.	21.3.
	Maks. liczba pkt	1	2	2
	Uzyskana liczba pkt			

BRUDNOPIS