

Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły

dysleksja

☐

MMA-R1A1P-061

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

Arkusz II

**POZIOM ROZSZERZONY**

**Czas pracy 150 minut**

**ARKUSZ II**

**STYCZEŃ  
ROK 2006**

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊙ i zaznacz właściwe.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

*Życzymy powodzenia!*

Wypełnia zdający przed  
rozpoczęciem pracy

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

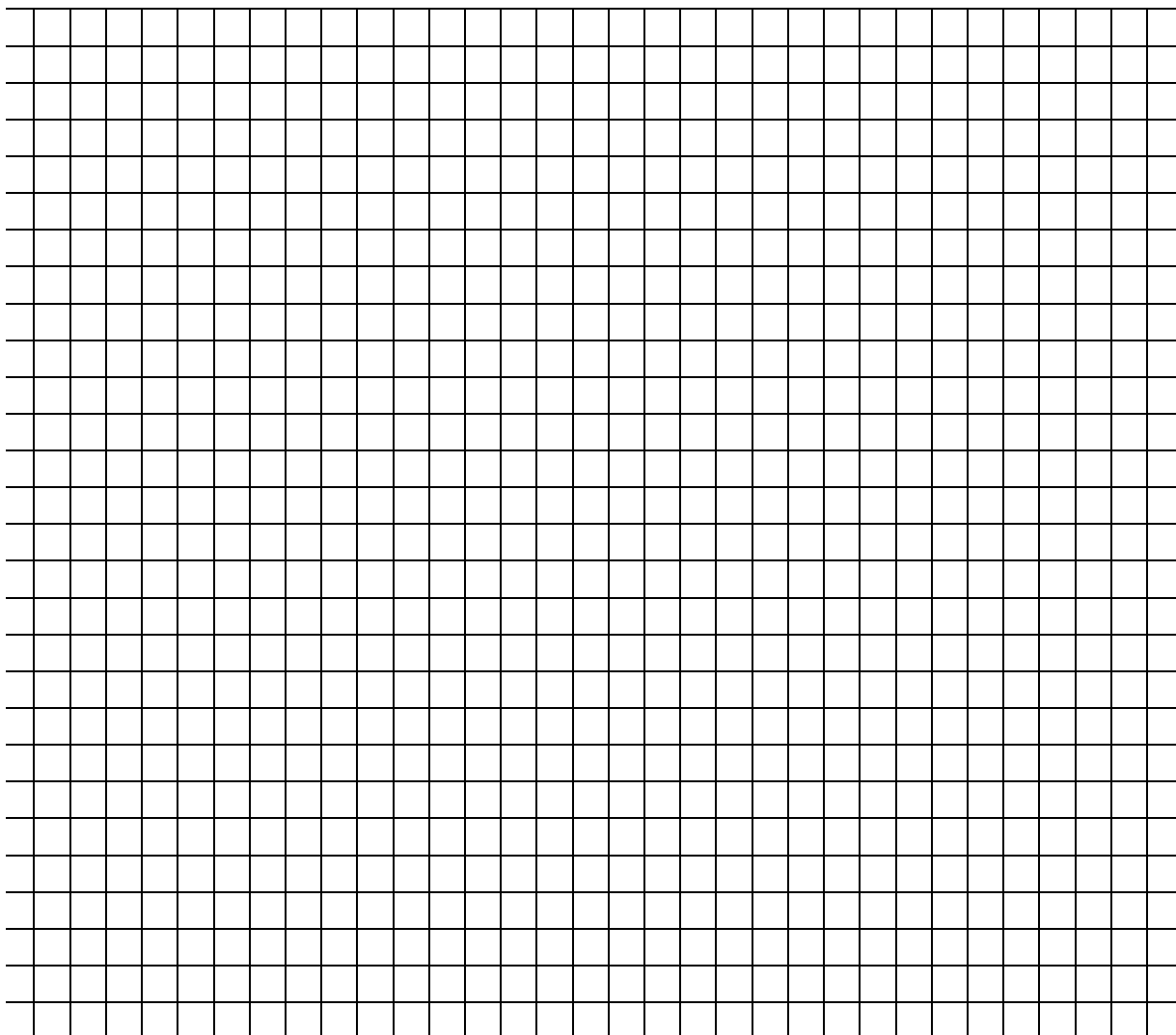
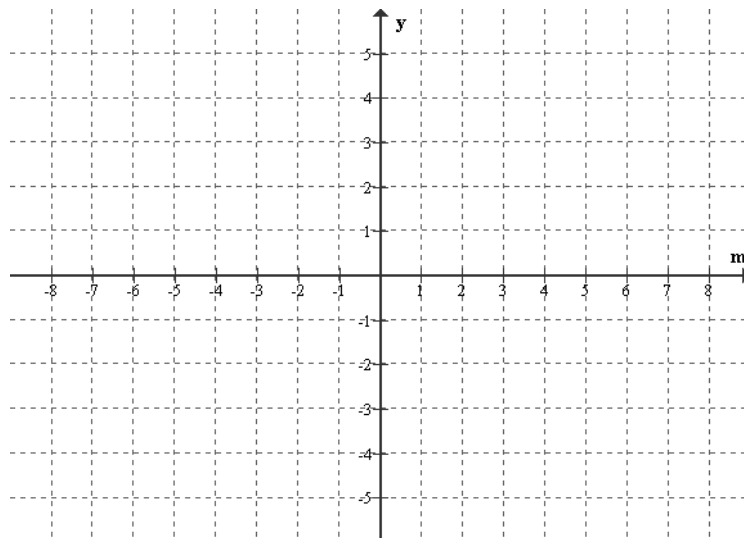
**PESEL ZDAJĄCEGO**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

**Zadanie 11. (6 pkt)**

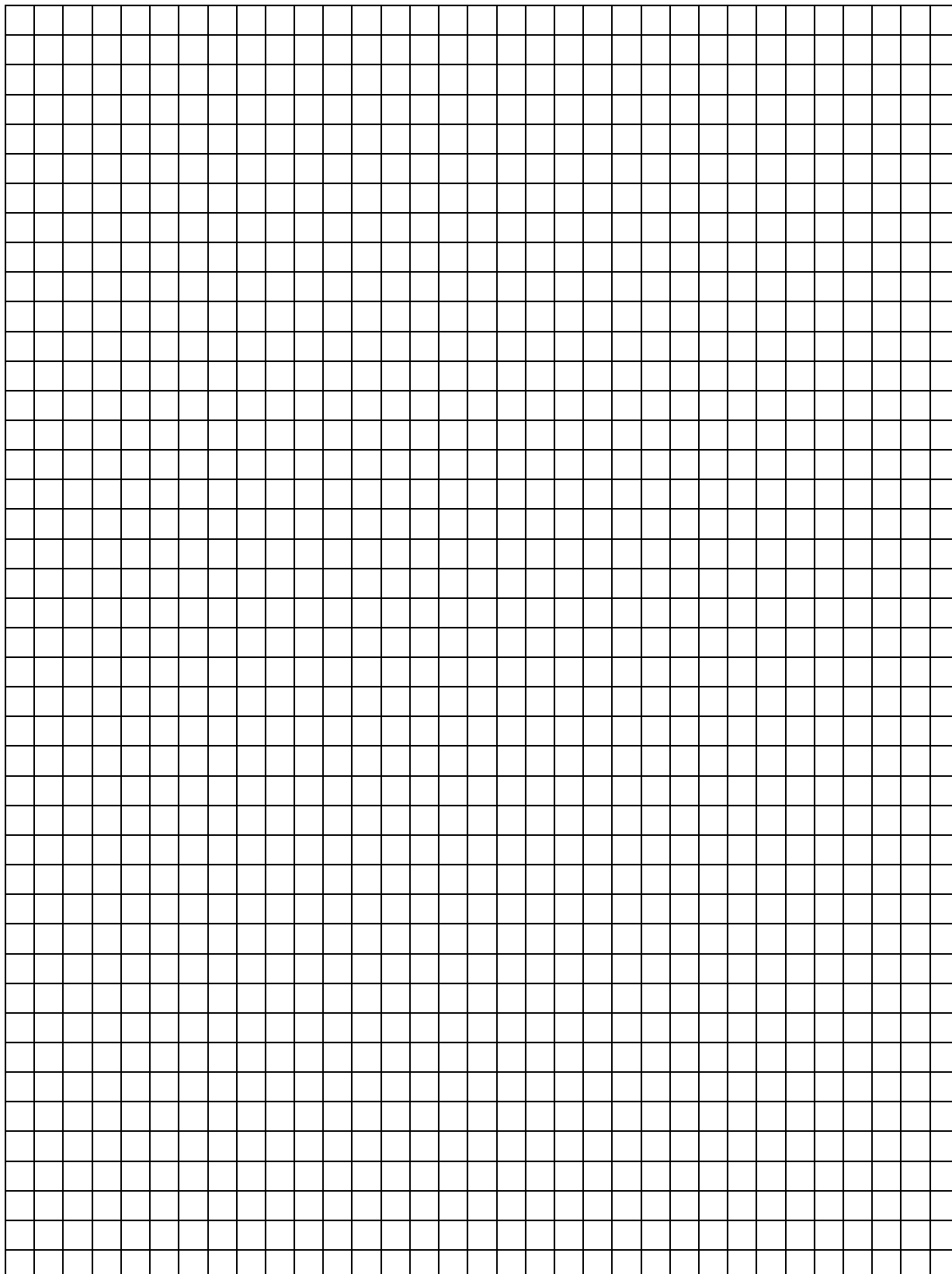
Wyznacz dziedzinę i naszkicuj wykres funkcji  $f$  danej wzorem  $f(m) = x_1 \cdot x_2$ , gdzie  $x_1, x_2$  są różnymi pierwiastkami równania  $(m+2)x^2 - (m+2)^2x + 3m+2 = 0$ , w którym  $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .



**Zadanie 12. (4 pkt)**

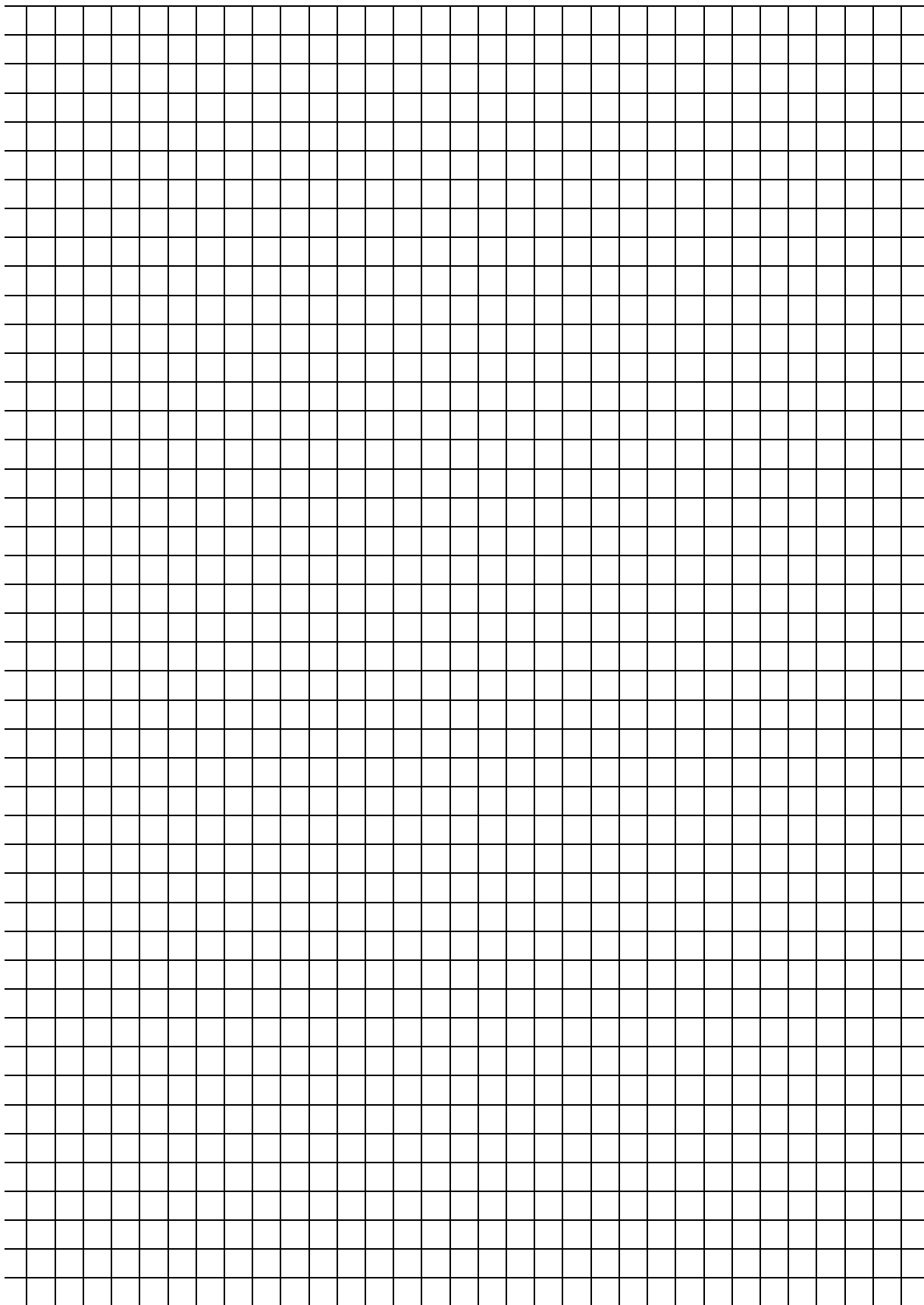
Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} |x| - y = 1 \\ x^2 + (y+1)^2 = 8 \end{cases}$$



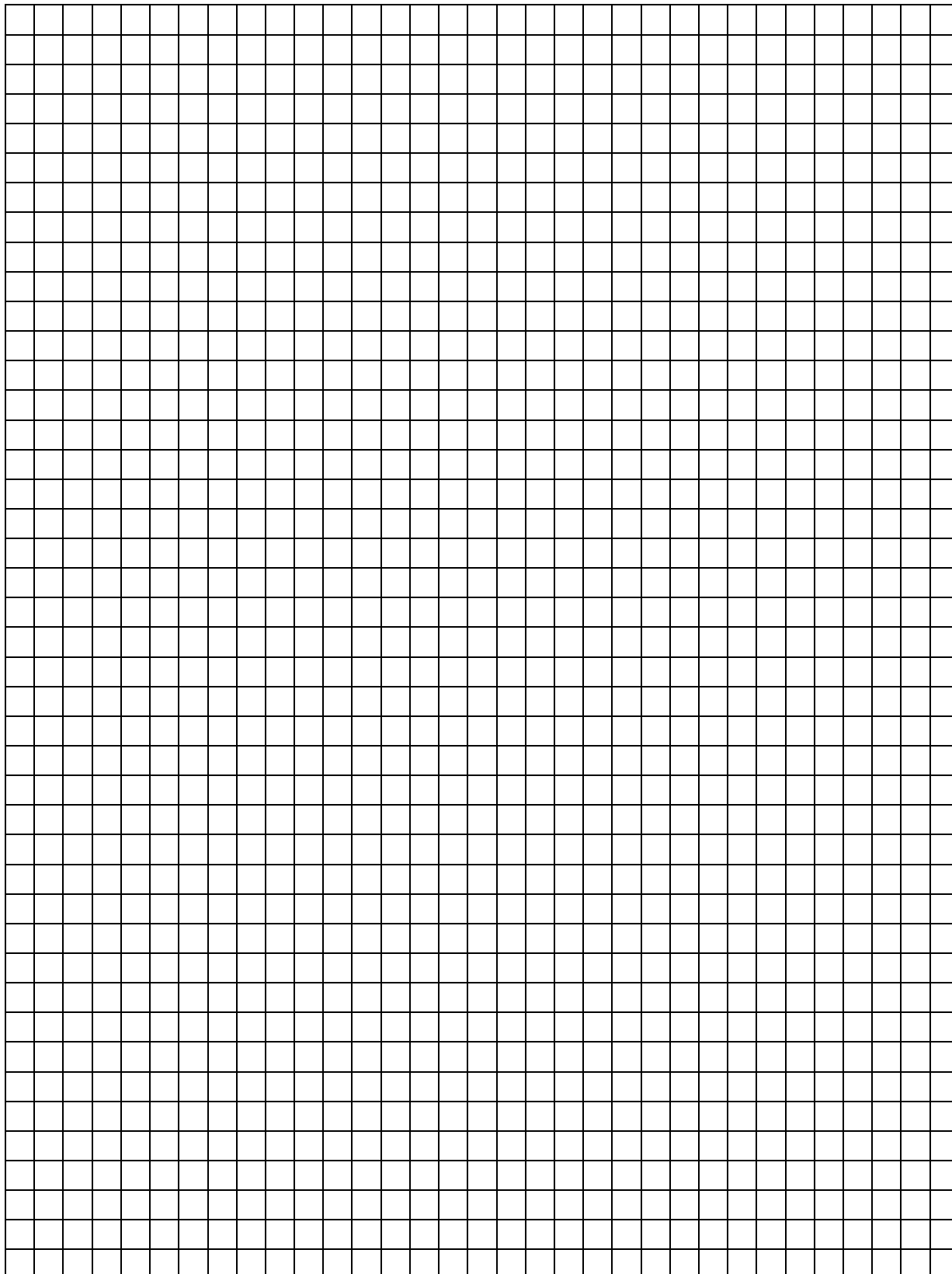
**Zadanie 13. (5 pkt)**

Wyznacz dziedzinę funkcji  $f(x) = \log_x(4^x - 12 \cdot 2^x + 32)$ .



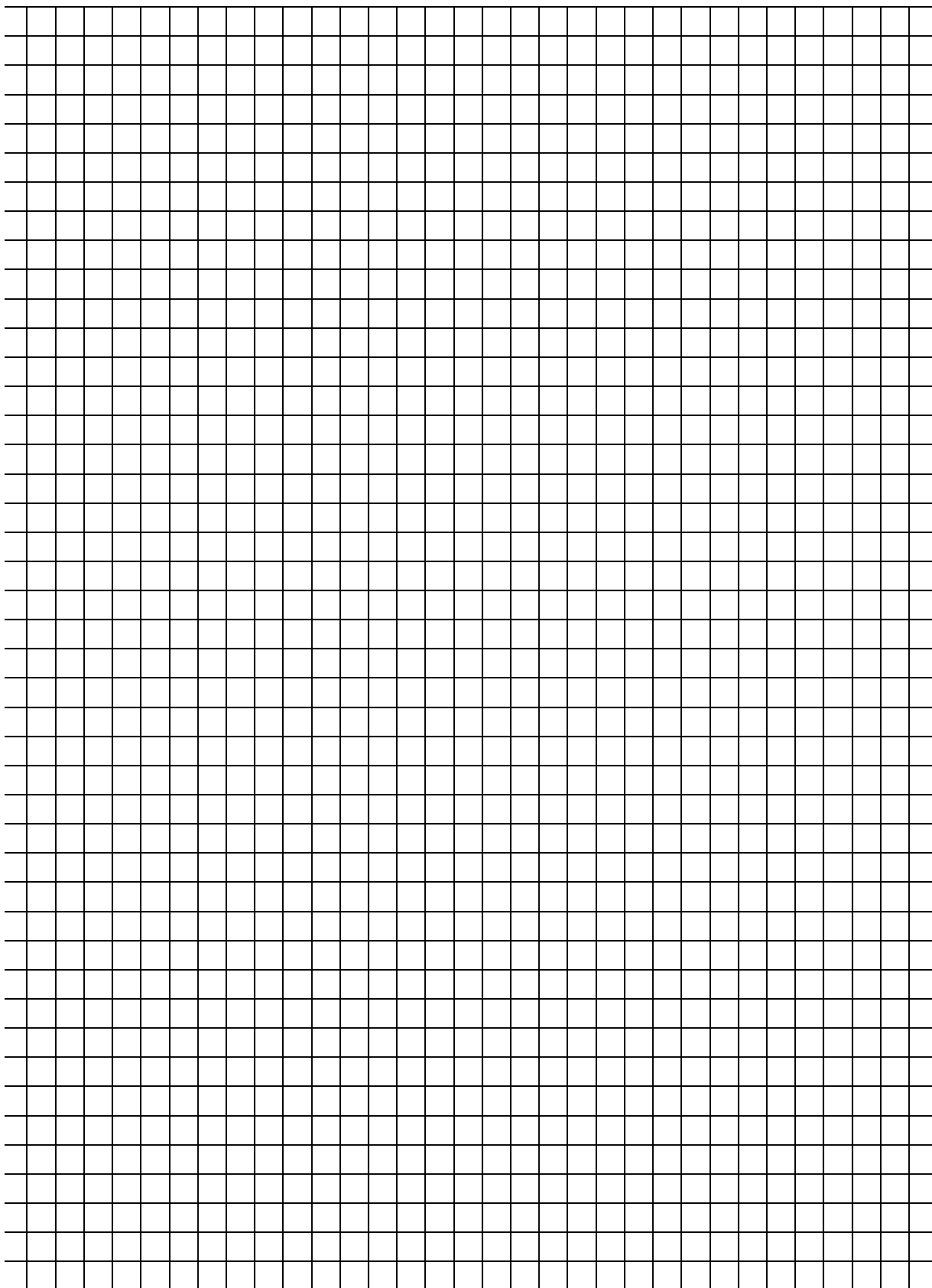
**Zadanie 14. (4 pkt)**

Dany jest ciąg trójkątów równobocznych takich, że bok następnego trójkąta jest wysokością poprzedniego. Oblicz sumę pól wszystkich tak utworzonych trójkątów, przyjmując, że bok pierwszego trójkąta ma długość  $a$  ( $a > 0$ ).



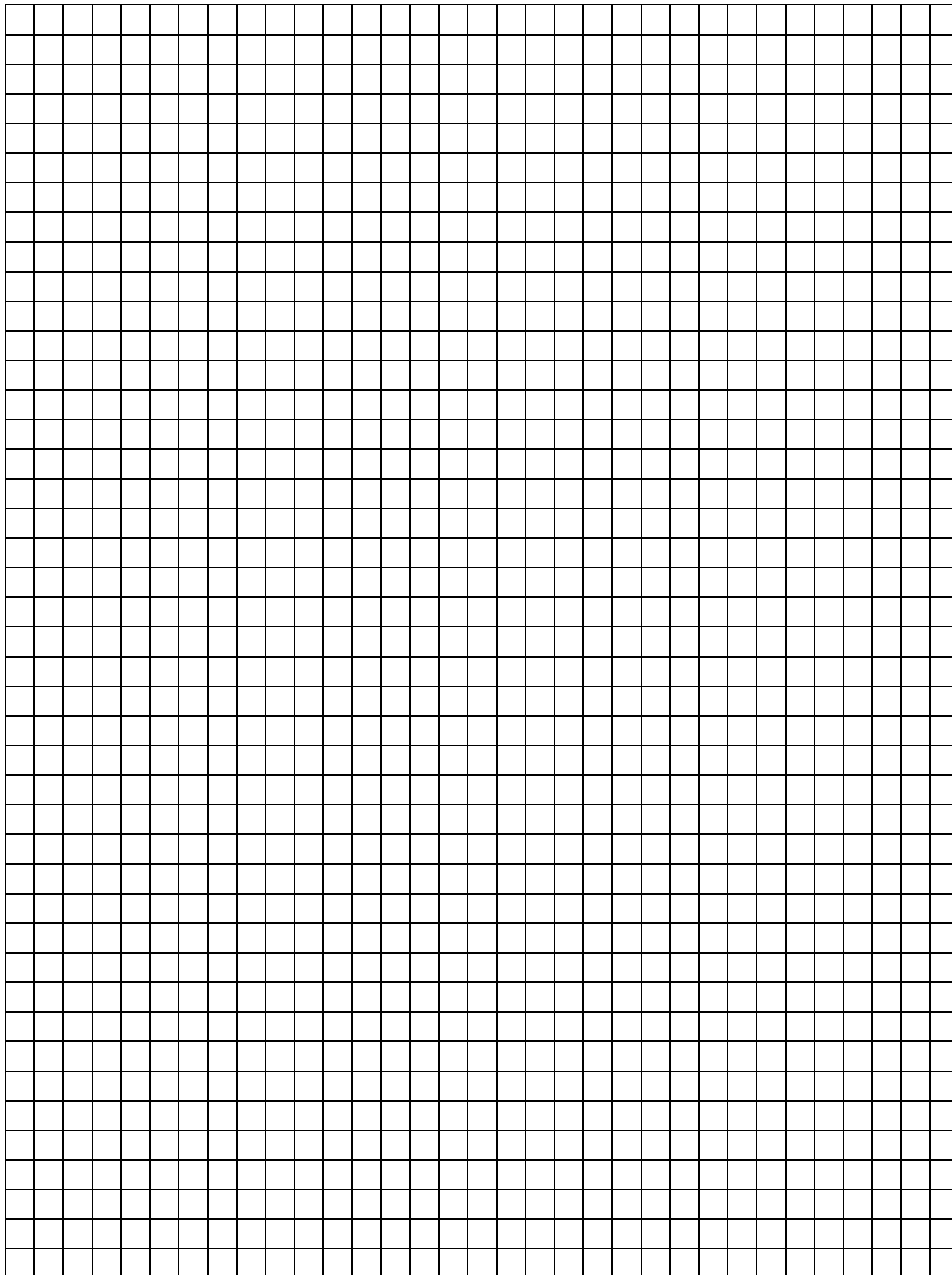
**Zadanie 15. (4 pkt)**

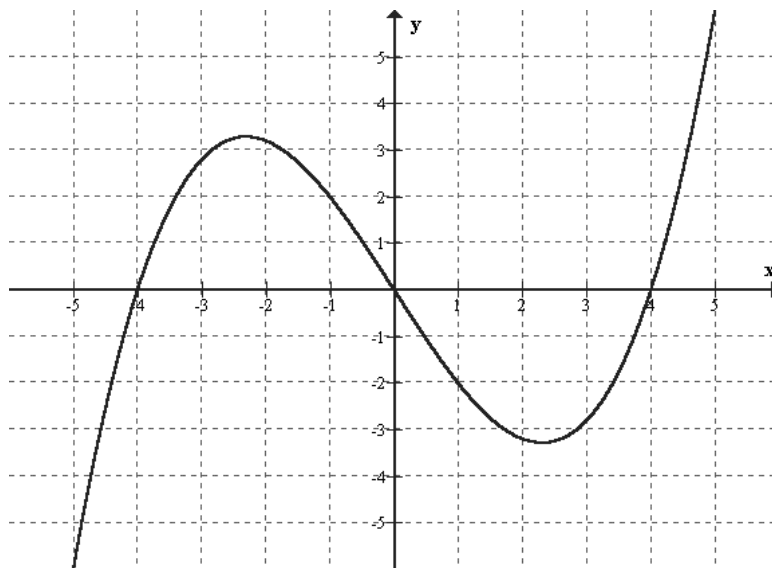
Rozwiąż równanie:  $\frac{1}{\sin x} + \operatorname{ctg} x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ .



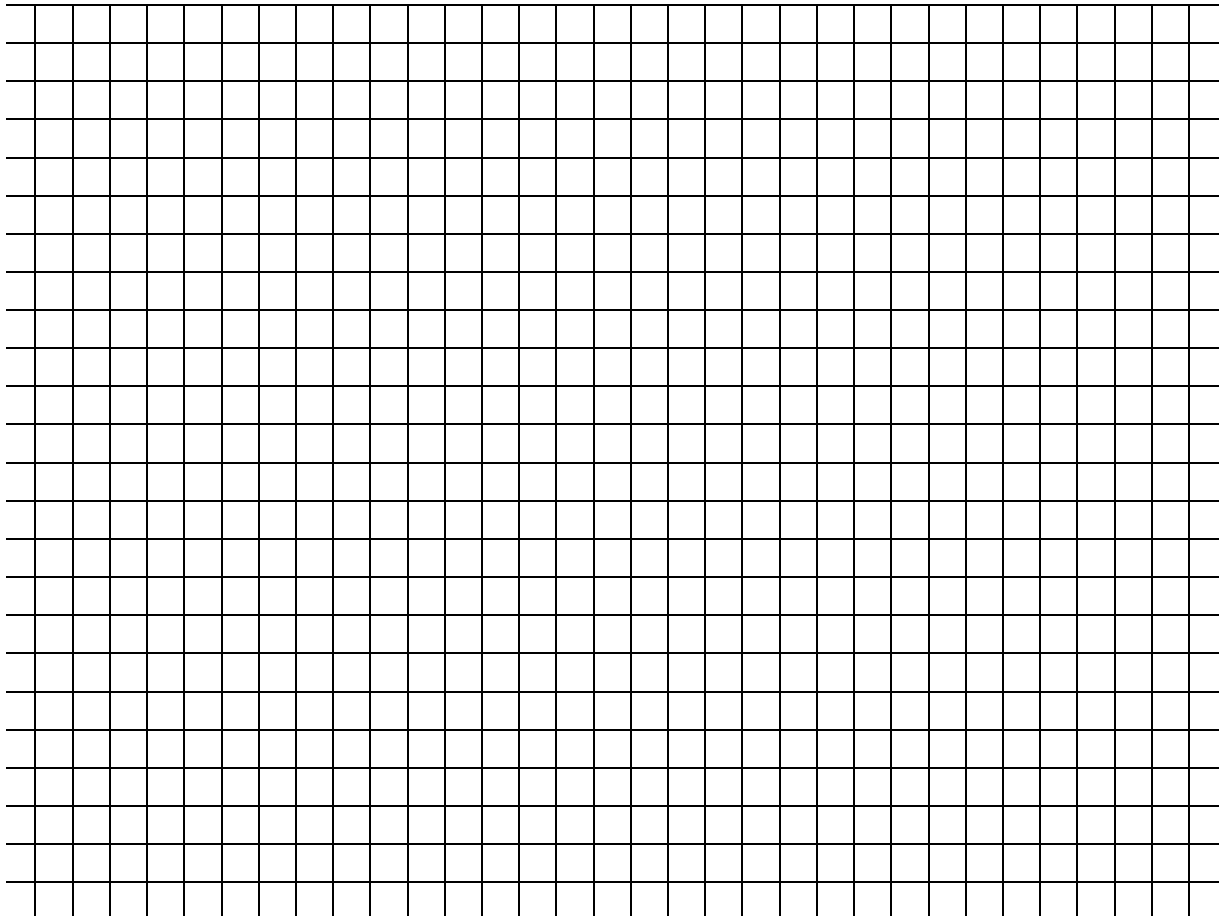
**Zadanie 16. (4 pkt)**

Para  $(\Omega, P)$  jest przestrzenią probabilistyczną, a  $A \subset \Omega$  i  $B \subset \Omega$  są zdarzeniami niezależnymi. Wykaż, że jeżeli  $P(A \cup B) = 1$ , to jedno z tych zdarzeń jest zdarzeniem pewnym tj.  $P(A) = 1$  lub  $P(B) = 1$ .



**Zadanie 17. (5 pkt)**Rysunek przedstawia wykres pochodnej funkcji  $f$ .

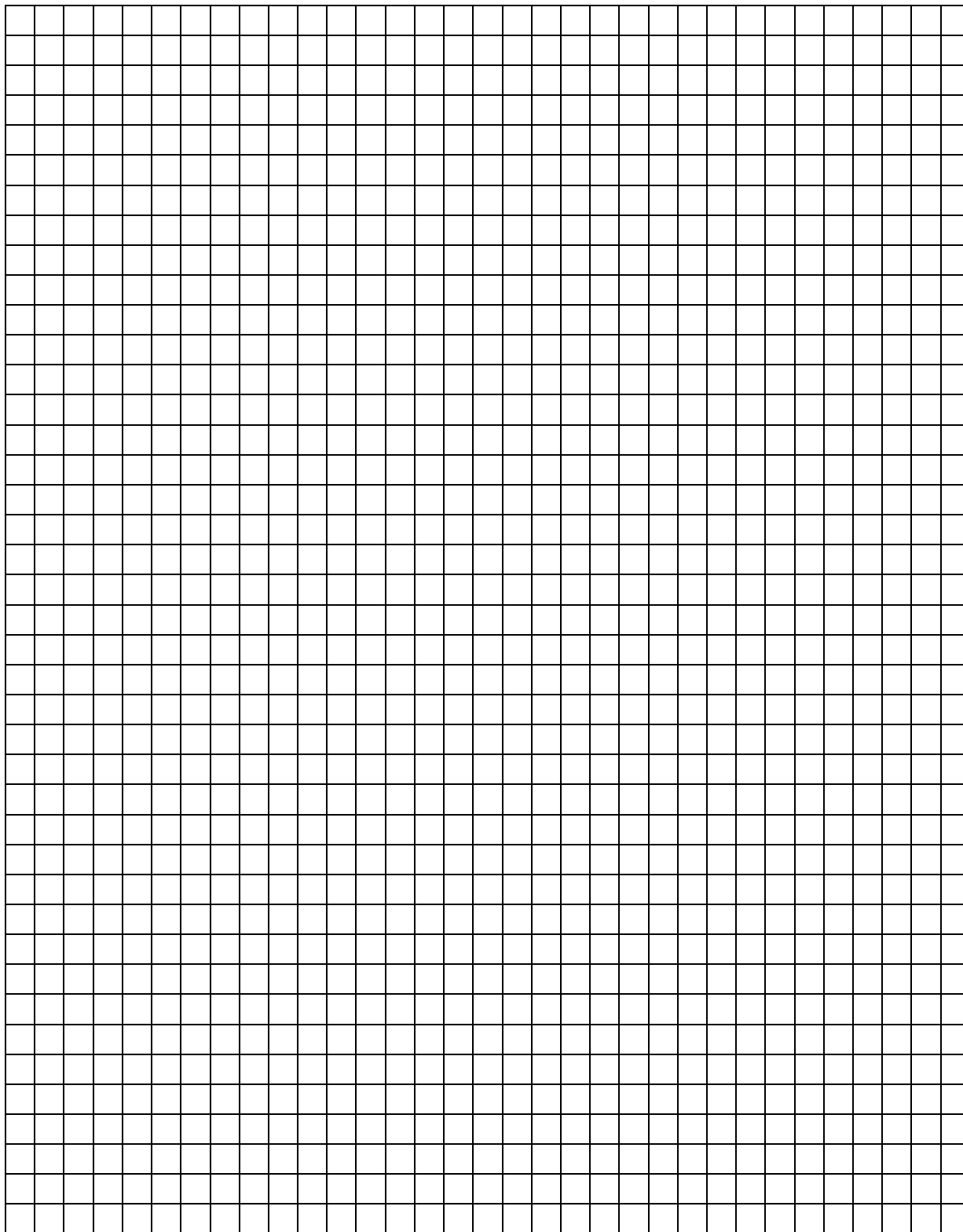
- a) Podaj maksymalne przedziały, w których funkcja  $f$  jest malejąca.
- b) Wyznacz wartość  $x$ , dla której funkcja  $f$  osiąga maksimum lokalne. Odpowiedź uzasadnij.
- c) Wiedząc, że punkt  $A = (1, 2)$  należy do wykresu funkcji  $f$ , napisz równanie stycznej do krzywej  $f$  w punkcie  $A$ .



**Zadanie 18. (8 pkt)**

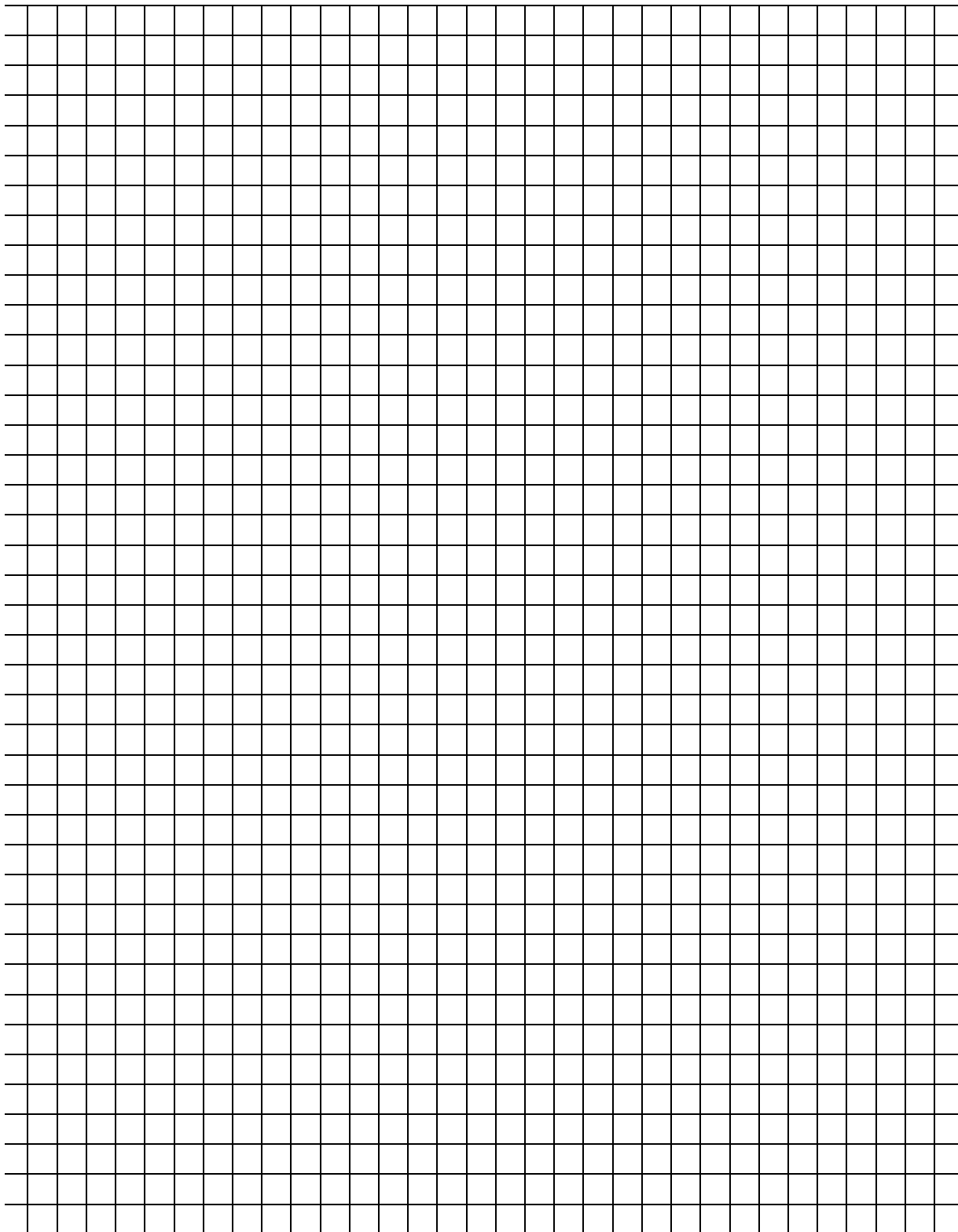
Punkty  $A = (7, 8)$  i  $B = (-1, 2)$  są wierzchołkami trójkąta  $ABC$ , w którym  $|\sphericalangle BCA| = 90^\circ$ .

- Wyznacz współrzędne wierzchołka  $C$ , wiedząc, że leży on na osi  $OX$ .
- Napisz równanie obrazu okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$  w jednokładności o środku w punkcie  $P = (1, 0)$  i skali  $k = -2$ .



**Zadanie 19. (6 pkt)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa  $a$ . Kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ma miarę  $45^\circ$ . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej jej krawędzi bocznej. Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz otrzymany przekrój. Oblicz pole tego przekroju.

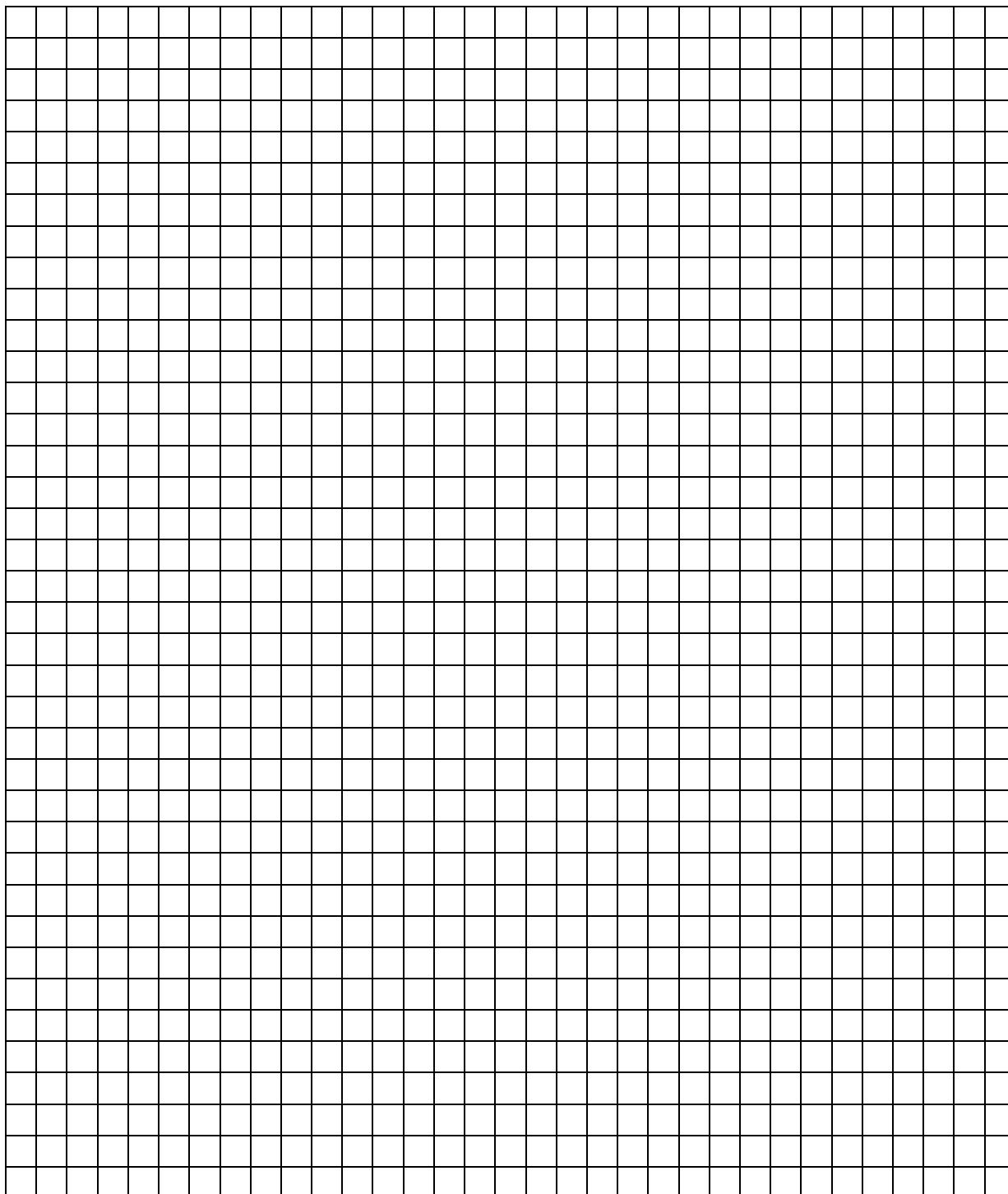


**Zadanie 20. (4 pkt)**

Ciąg  $(a_n)$  określony jest rekurencyjnie w następujący sposób:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1} \quad \text{dla dowolnego } n \geq 1. \end{cases}$$

Wykaż, korzystając z zasady indukcji matematycznej, że ciąg  $(a_n)$  można określić za pomocą wzoru ogólnego  $a_n = \frac{2}{2n-1}$ , gdzie  $n \geq 1$ .



**BRUDNOPIS**