

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin maturalny
<i>Przedmiot:</i>	Fizyka
<i>Poziom:</i>	Poziom rozszerzony
<i>Formy arkusza:</i>	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-700
<i>Termin egzaminu:</i>	19 maja 2023 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	28 czerwca 2023 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).

Zadanie 1. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024 ¹	
Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu.

Zasady oceniania²

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunku za 3 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:
 $d_{\max} = 58,75 \text{ m}$.

3 pkt – poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu $t_{\max}$, w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym) **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako różnicy położenia samochodów w chwili $t_{\max}$, **oraz** zapisanie wyrażeń (na symbolach lub z podstawionymi danymi) poprawnie określających położenia samochodów (tzn. skorzystanie z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego i ruchu jednostajnego prostoliniowego), np. zapisy równoważne poniższym:

$$20 + 6t_{\max} = 35 \quad \text{oraz} \quad d_{\max} = (40 + 35t_{\max}) - (20t_{\max} + 3t_{\max}^2)$$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu $t_{\max}$, w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym) **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako różnicy położenia samochodów w chwili $t_{\max}$ (lub sumy położenia początkowego d_0 i różnicy Δs dróg, jakie przebyły oba samochody do wyrównania prędkości) np. zapisy równoważne poniższym:

$$20 + 6t_{\max} = 35 \quad \text{oraz} \quad \{d_{\max} = x_{\mathcal{F}}(t_{\max}) - x_{\mathcal{P}}(t_{\max}) \quad \text{lub} \quad d_{\max} = d_0 + \Delta s\}$$

LUB

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. z 2022 r. poz. 1246).

² Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

- poprawna metoda obliczenia (lub wyznaczenia na symbolach) czasu t_{max} , w którym odległość między samochodami jest maksymalna (tzn. przyrównanie wartości prędkości i skorzystanie ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym) **oraz** zapisanie wyrażenia (na symbolach lub z podstawionymi danymi) poprawnie określającego położenie jednego z samochodów dla dowolnego t bądź wyznaczonego t_{max} (tzn. skorzystanie z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego lub ruchu jednostajnego prostoliniowego), np. zapisy równoważne poniższym:

$$20 + 6t_{max} = 35 \quad \text{oraz} \quad \{x_F(t) = 40 + 35t \quad \text{lub} \quad x_P(t) = 20t + 3t^2\}$$
- 1 pkt – opisanie strategii rozwiązania (bez wykonania dalszych obliczeń): stwierdzenie, że maksymalna odległość pomiędzy samochodami jest w chwili, w której wartości prędkości samochodów są sobie równe, a odległość między nimi jest równa różnicy położeń
LUB
 - przyrównanie wartości prędkości obu samochodów **oraz** zastosowanie wzoru na prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym dla samochodu $\mathcal{P}$ (na symbolach wielkości lub z podstawionymi danymi), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\{v_P = v_F \quad \text{oraz} \quad v_P = v_{0P} + at\}$$
 albo

$$20 + 6t_{max} = 35$$
 albo

$$a = \frac{v_F - v_{0P}}{t_{max}} \quad (\text{w jednym zapisie})$$
 LUB
 - przyrównanie wartości prędkości obu samochodów **oraz** zapisanie odległości maksymalnej między samochodami jako różnicy położeń samochodów w chwili t_{max} (bądź sumy położenia początkowego i różnicy dróg, jakie przebyły oba samochody do wyrównania prędkości), np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_P = v_F \quad \text{oraz} \quad d_{max} = x_F(t_{max}) - x_P(t_{max})$$
 albo

$$v_P = v_F \quad \text{oraz} \quad d_{max} = d_0 + \Delta s$$
 LUB
 - poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów z wykorzystaniem równania ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego dla samochodu $\mathcal{P}$ i równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla samochodu $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_P = 20t + 3t^2 \quad \text{oraz} \quad x_F = 40 + 35t$$
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

- 4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunkach za 3 pkt i 2 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $d_{max} = 58,75 \text{ m}$.

- 3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia zależności $d(t)$ (funkcji $d(t)$) jako różnicy położenia samochodów od czasu **oraz** zapisanie prawidłowej postaci tej funkcji, **oraz** prawidłowa metoda obliczenia wartości maksymalnej funkcji $d(t)$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$d(t) = (40 + 35t) - (20t + 3t^2) = -3t^2 + 15t + 40 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = -\frac{\Delta}{4A}$$

- 2 pkt – zapisanie odległości pomiędzy samochodami jako różnicy położenia **oraz** poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów, np. zapisy równoważne poniższym:

$$d = x_{\mathcal{F}} - x_{\mathcal{P}} \quad \text{oraz} \quad x_{\mathcal{P}} = 20t + 3t^2 \quad \text{i} \quad x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$$

- 1 pkt – opisanie strategii rozwiązania: zapisanie odległości pomiędzy samochodami jako różnicy położenia **oraz** stwierdzenie, że maksymalna odległość będzie największą wartością funkcji opisującej zależność różnicy położenia od czasu
LUB

- poprawne zapisanie zależności położenia od czasu dla każdego z samochodów z wykorzystaniem równania ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego dla samochodu $\mathcal{P}$ i równania ruchu jednostajnego prostoliniowego dla samochodu $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x_{\mathcal{P}} = 20t + 3t^2 \quad \text{oraz} \quad x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 3.)

- 4 pkt – poprawna metoda (opisana w warunku za 3 pkt) obliczenia maksymalnej odległości pomiędzy samochodami **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:
 $d_{max} = 58,75 \text{ m}$.

- 3 pkt – zapisanie wzoru na prędkość $\tilde{v}_{\mathcal{P}}$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$ **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, **oraz** poprawny sposób obliczenia drogi, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = 6t - 15 \quad \text{oraz} \quad \tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = d_0 + \frac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2}{2a}$$

- 2 pkt – zapisanie wzoru na prędkość $\tilde{v}_{\mathcal{P}}$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$ **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi $\tilde{s}$, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = 6t - 15 \quad \text{oraz} \quad \tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = d_0 + \tilde{s}$$

LUB

- zapisanie wzoru na prędkość $\tilde{v}_P$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$ **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, **oraz** poprawny sposób obliczenia drogi, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_P(t) = 6t - 15 \quad \text{oraz} \quad \tilde{v}_P(t_{max}) = 0 \quad \text{oraz} \quad \tilde{s} = \frac{\tilde{v}_P(0)^2}{2a}$$

- 1 pkt – zapisanie wzoru na prędkość $\tilde{v}_P$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$ **oraz** zapisanie warunku na tę prędkość, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_P(t) = 6t - 15 \quad \text{oraz} \quad \tilde{v}_P(t_{max}) = 0$$

LUB

- zapisanie warunku na prędkość $\tilde{v}_P$ samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia związanym z samochodem $\mathcal{F}$, gdy odległość pomiędzy samochodami jest największa **oraz** zapisanie odległości maksymalnej jako sumy odległości początkowej i drogi $\tilde{s}$, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\tilde{v}_P(t_{max}) = 0 \quad \text{oraz} \quad d_{max} = d_0 + \tilde{s}$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa do zasad oceniania sposobem 3.

Sposób 3. rozwiązania może pomijać etap obliczenia t_{max} .

Przykładowe pełne rozwiązania³

Sposób 1. (z przyrównaniem wartości prędkości samochodów)

Odległość d pomiędzy samochodami zwiększa się (licząc od chwili $t_0 = 0$) w takim czasie, w jakim samochód $\mathcal{F}$ ma większą prędkość od samochodu $\mathcal{P}$. W chwili t_{max} , gdy wartości prędkości obu samochodów zrównają się, ta odległość będzie największa. Wynika to z faktu, że licząc od chwili t_{max} , wartość prędkości samochodu $\mathcal{P}$ staje się większa od wartości prędkości samochodu $\mathcal{F}$, a zatem odległość pomiędzy samochodami będzie malała – do momentu, gdy $\mathcal{P}$ dogoni $\mathcal{F}$.

Samochód $\mathcal{P}$ od chwili $t_0 = 0$ poruszał się ruchem jednostajnie przyspieszonym, zatem zależność prędkości tego samochodu od czasu dana jest wzorem:

$$v_P = v_{0P} + at \quad \rightarrow \quad v_P = 20 + 6t$$

Współczynniki liczbowe w równaniach ruchu wyrażamy w jednostkach podstawowych układu SI. Przyrównamy wartości prędkości obu samochodów i obliczymy t_{max} – czas, po jakim odległość pomiędzy samochodami będzie największa:

$$v_P = v_F$$

$$20 + 6t_{max} = 35 \quad \rightarrow \quad t_{max} = 2,5 \text{ s.}$$

³ Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania.

Obliczymy odległość d_{max} pomiędzy samochodami w chwili t_{max} . Przyjmiemy, że w chwili $t_0 = 0$ samochód policyjny $\mathcal{P}$ znajdował się w położeniu $x_{0\mathcal{P}} = 0$, a samochód osobowy $\mathcal{F}$ znajdował się w położeniu $x_{0\mathcal{F}} = 40$ m. Określimy położenia $x_{\mathcal{P}}$, $x_{\mathcal{F}}$ obu samochodów w chwili t_{max} (licząc od chwili $t_0 = 0$).

Skorzystamy z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego (dla $\mathcal{P}$) i ruchu jednostajnego prostoliniowego (dla $\mathcal{F}$):

$$x_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \rightarrow \quad x_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 20 \cdot 2,5 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (2,5)^2 = 68,75 \text{ m}$$

$$x_{\mathcal{F}} = d_0 + v_{\mathcal{F}}t \quad \rightarrow \quad x_{\mathcal{F}}(t_{max}) = 40 + 35 \cdot 2,5 = 127,5 \text{ m}$$

Odległość maksymalna d_{max} między samochodami jest równa różnicy położzeń obu samochodów w chwili t_{max} .

$$d_{max} = 127,5 \text{ m} - 68,75 \text{ m} = 58,75 \text{ m}$$

Sposób 2. (z obliczeniem maksimum funkcji)

Wyznamy odległość $d(t)$ między samochodami w funkcji czasu i znajdziemy maksimum tej funkcji. Funkcję $d(t)$ określamy w przedziale czasu od chwili $t_0 = 0$ do momentu, gdy $\mathcal{P}$ dogoni $\mathcal{F}$.

Przyjmiemy, że w chwili $t_0 = 0$ samochód policyjny $\mathcal{P}$ znajdował się w położeniu $x_{0\mathcal{P}} = 0$, a samochód osobowy $\mathcal{F}$ znajdował się w położeniu $x_{0\mathcal{F}} = d_0$. Określimy położenia $x_{\mathcal{P}}$, $x_{\mathcal{F}}$ obu samochodów w dowolnej chwili t , licząc od $t_0 = 0$ do momentu, gdy $\mathcal{P}$ dogoni $\mathcal{F}$. Skorzystamy z równań ruchu.

Samochód $\mathcal{P}$ od chwili $t_0 = 0$ poruszał się ruchem jednostajnie przyspieszonym, zatem:

$$x_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \rightarrow \quad x_{\mathcal{P}} = 20t + \frac{1}{2} \cdot 6t^2 = 20t + 3t^2$$

Samochód $\mathcal{F}$ poruszał się ruchem jednostajnym prostoliniowym, zatem:

$$x_{\mathcal{F}} = d_0 + v_{\mathcal{F}}t \quad \rightarrow \quad x_{\mathcal{F}} = 40 + 35t$$

Współczynniki liczbowe w równaniach ruchu są wyrażone w jednostkach podstawowych układu SI.

Wyznamy odległość między samochodami w funkcji czasu t . Odległość d między samochodami jest równa różnicy położzeń obu samochodów w chwili t :

$$d(t) = x_{\mathcal{F}} - x_{\mathcal{P}} \quad \rightarrow \quad d(t) = 40 + 35t - (20t + 3t^2)$$

$$d(t) = -3t^2 + 15t + 40$$

Uwaga!

Funkcja $d(t)$ jest określona w przedziale czasu od $t_0 = 0$ do czasu, po jakim $\mathcal{P}$ dogoni $\mathcal{F}$. Będzie to czas, po którym odległość pomiędzy samochodami jest równa zero:

$$d(t) = 0 \quad \rightarrow \quad -3t^2 + 15t + 40 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{705} \approx 26,6 \text{ s} \quad \rightarrow \quad t_1 \approx -1,9 \text{ s} \quad t_2 \approx 6,9 \text{ s}$$

Funkcję kwadratową $d(t) = -3t^2 + 15t + 40$ rozpatrujemy dla $t \in [0, t_2]$.

Znajdziemy maksimum funkcji kwadratowej $d(t) = -3t^2 + 15t + 40$. W tym celu obliczymy współrzędne (t_{max}, d_{max}) wierzchołka paraboli będącej wykresem $d = d(t)$:

$$t_{max} = -\frac{B}{2A} = -\frac{15}{2 \cdot (-3)} = 2,5 \text{ s} \quad d_{max} = -\frac{\Delta}{4A} = -\frac{15^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 40}{4 \cdot (-3)} = 58,75 \text{ m}$$

Największa odległość pomiędzy samochodami jest równa 58,75 m.

Sposób 3. (z wykorzystaniem prędkości względnej)

Rozważamy ruch samochodu $\mathcal{P}$ w poruszającym się układzie odniesienia związanym na sztywno z samochodem $\mathcal{F}$. Początek tego układu odniesienia określimy w miejscu, gdzie znajdował się samochód $\mathcal{P}$ w chwili $t_0 = 0$. Równanie ruchu (na prędkość) samochodu $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$ ma postać:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t) = v_{\mathcal{P}} - v_{\mathcal{F}} = 6t - 15$$

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0) = -15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Do chwili t_{max} (czyli do momentu zrównania się prędkości względem ziemi), samochód $\mathcal{P}$ – w układzie odniesienia samochodu $\mathcal{F}$ – oddala się od niego ($\mathcal{F}$ jest nieruchomy w swoim układzie odniesienia). Równość prędkości (względem ziemi) oznacza, że w chwili t_{max} , prędkość samochodu $\mathcal{P}$ w układzie $\mathcal{F}$ wynosi zero:

$$\tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max}) = 0$$

Od chwili t_{max} , samochód $\mathcal{P}$ będzie się zbliżał do $\mathcal{F}$. Zatem w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, odległość między samochodami była największa w chwili t_{max} i wynosiła:

$$d_{max} = d_0 + \tilde{s}$$

gdzie $\tilde{s}$ jest drogą, jaką przebył samochód $\mathcal{P}$ w układzie odniesienia $\mathcal{F}$, od chwili $t_0 = 0$ do chwili t_{max} :

$$\begin{aligned} \tilde{s} &= \frac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2 - \tilde{v}_{\mathcal{P}}(t_{max})^2}{2a} = \frac{\tilde{v}_{\mathcal{P}}(0)^2}{2a} \\ \tilde{s} &= \frac{15^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 18,75 \text{ m} \end{aligned}$$

Zatem ostatecznie otrzymujemy:

$$d_{max} = d_0 + \tilde{s} = 40 \text{ m} + 18,75 \text{ m} = 58,75 \text{ m}$$

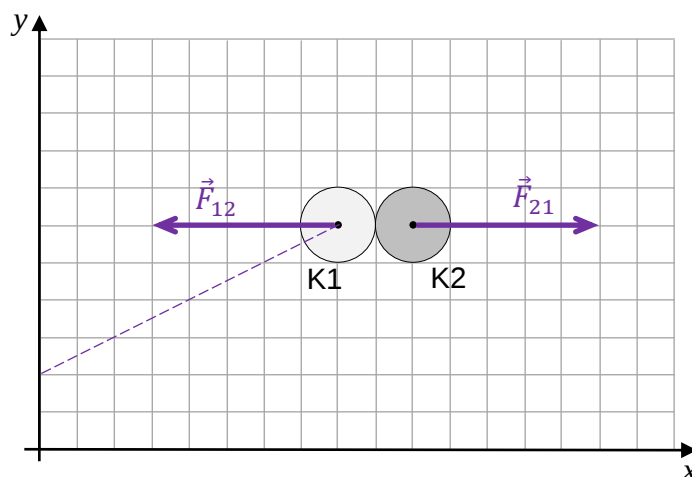
Zadanie 2.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.6) tworzy [...] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste.

Zasady oceniania

- 1 pkt – narysowanie poprawnych (co do kierunku, zwrotu i o równych wartościach) wektorów sił reakcji kul K1 i K2 (przyłożonych osobno do każdej kuli).
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie



Zadanie 2.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał; II.16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 3.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. II.20) posługuje się pojęciami [...] energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej [...]. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPF

Zadanie 3.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.9) stosuje do obliczeń związku między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową [...]; II.11) opisuje ruch niejednostajny po okręgu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kąowego oraz momentu bezwładności [...].

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasad dynamiki) wyznaczenia przyspieszenia liniowego a ciężarka poprzez g **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru końcowego.

3 pkt – poprawne zapisanie kompletu równań pozwalających wyznaczyć wartość przyspieszenia liniowego a , tzn. spełnienie warunku za 2 pkt **oraz** uwzględnienie równości wartości sił, z jakimi linka działa na ciężarek i wałek, **oraz** uwzględnienie związku między przyspieszeniem liniowym a przyspieszeniem kątowym, **oraz** zastosowanie wzorów na moment bezwładności walca i siłę grawitacji, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}mR^2 \frac{a}{R} = RT \quad \text{oraz} \quad ma = F - T \quad \text{oraz} \quad ma = mg - F$$

2 pkt – poprawne zapisanie równań ruchu wyrażających drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca **oraz** ruchu postępowego walca, **oraz** ruchu postępowego ciężarka, **oraz** uwzględnienie równości przyspieszeń walca i ciężarka:

$$I\epsilon = RT \quad \text{oraz} \quad ma = F_1 - T \quad \text{oraz} \quad ma = F_g - F_2$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca albo ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

$$I\epsilon = RT \quad \text{oraz} \quad \{ma_w = F_1 - T \quad \text{albo} \quad ma_c = F_g - F_2\}$$

LUB

– poprawne zapisanie równań ruchu wyrażających drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

$$ma_w = F_1 - T \quad \text{oraz} \quad ma_c = F_g - F_2$$

Uwaga! W obu warunkach za 1 pkt nie musi być uwzględniona równość przyspieszeń walca i ciężarka oraz równość sił, z jakimi linka działa na ciężarek oraz walec.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda (zastosowanie zasady zachowania energii mechanicznej) wyznaczenia przyspieszenia liniowego a ciężarka poprzez g **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru końcowego.

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia przyspieszenia liniowego ciężarka, tzn. spełnienie warunków za 2 pkt **oraz** zastosowanie wzoru na moment bezwładności walca, **oraz** zastosowanie związku między prędkością a przyspieszeniem i drogą w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{oraz} \quad v^2 = 2ah$$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** poprawne zastosowanie wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i ciężarka, energię kinetyczną ruchu obrotowego walca i energię potencjalną ciężarka, **oraz** zastosowanie związku między prędkością kątową walca a prędkością liniową walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R$$

1 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** wyodrębnienie w tym równaniu energii kinetycznych ruchu postępowego walca, ruchu postępowego ciężarka, ruchu obrotowego walca i energii potencjalnej ciężarka, np. zapisy równoważne poniższym:

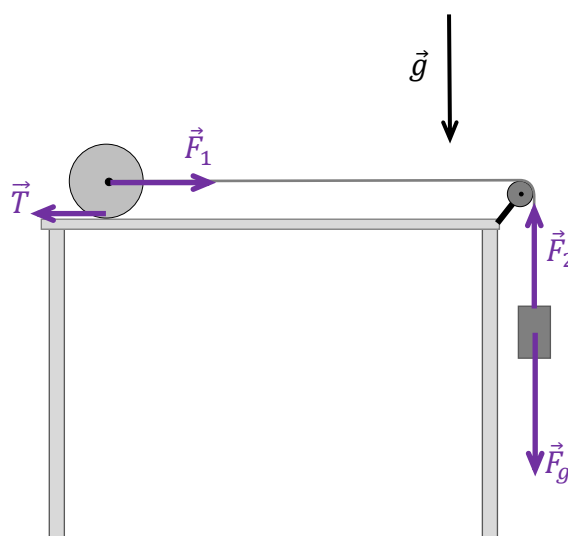
$$E_{\text{pot cież}} = E_{\text{kin wal post}} + E_{\text{kin wal obr}} + E_{\text{kin cież}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1. (z zastosowaniem równań dynamiki)

Oznaczmy i opiszemy siły działające na walec i ciężarek. Na walec działa siła reakcji linki $\vec{F}_1$ oraz siła tarcia statycznego $\vec{T}$. Na ciężarek działa siła grawitacji $\vec{F}_g$ oraz siła reakcji linki $\vec{F}_2$. Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska zapiszemy równania ruchu wyrażające drugą zasadę dynamiki dla ruchu postępowego ciężarka oraz ruchu postępowego i obrotowego walca. Uwzględnimy fakt, że wartości przyspieszeń liniowych ciężarka i walca są sobie równe (linka jest nierozciągliwa), wartości sił reakcji linki działających na walec i ciężarek są sobie równe (III zasada dynamiki, masę bloczka i linki pomijamy), masy ciężarka i bloczka są sobie równe:



$$\begin{cases} I\epsilon = RT \\ m_w a_w = F_1 - T \\ m_c a_c = F_g - F_2 \end{cases} \quad \text{oraz} \quad \begin{cases} F_1 = F_2 = F \\ a_w = a_c = a \\ m_w = m_c = m \end{cases} \quad \text{zatem} \quad \begin{cases} I\epsilon = RT \\ ma = F - T \\ ma = F_g - F \end{cases}$$

Uwzględnimy związek $a = \epsilon R$ (wynikający z toczenia się bez poślizgu) między przyspieszeniem kątowym walca a przyspieszeniem liniowym walca (i ciężarka), a ponadto wstawimy wyrażenia na moment bezwładności I walca oraz siłę grawitacji:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m R^2 \frac{a}{R} = RT \\ ma = F - T \\ ma = mg - F \end{cases}$$

Z powyższego układu równań wyznaczmy a :

$$\begin{cases} \frac{ma}{2} = T \\ ma = F - T \\ ma = mg - F \end{cases} \xrightarrow{1)+2)} \begin{cases} ma = F - \frac{ma}{2} \\ ma = mg - F \end{cases} \xrightarrow{2)+3)} 2ma = mg - \frac{ma}{2} \rightarrow$$

$$a = \frac{2}{5} g$$

Sposób 2. (z zastosowaniem zasady zachowania energii mechanicznej)

Zgodnie z przyjętym modelem zjawiska energia mechaniczna pozostaje stała podczas ruchu ciężarka i walca. W chwili początkowej energia mechaniczna układu jest równa energii potencjalnej ciężarka oraz walca. Gdy ciężarek obniży się o wysokość h , to energia mechaniczna układu będzie równa sumie energii kinetycznych walca i ciężarka i energii potencjalnej walca (przyjmujemy, że ciężarek po obniżeniu się o h będzie miał energię potencjalną równą zero):

$$E_{pot\ wal} + E_{pot\ ciez} = E_{kin\ wal} + E_{kin\ ciez} + E_{pot\ wal}$$

Energia potencjalna walca nie zmienia się, a energia kinetyczna walca jest równa sumie energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego względem środka masy, zatem:

$$E_{pot\ ciez} = E_{kin\ wal\ post} + E_{kin\ wal\ obr} + E_{kin\ ciez}$$

Zastosujemy wzory na wymienione powyżej energie kinetyczne:

$$mgh = \frac{1}{2} m_w v_w^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m_c v_c^2$$

Wykorzystamy związek kinematyczny między przyspieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej, związek między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu), wyrażenie na moment bezwładności walca oraz fakt, że wartości prędkości ciężarka i walca oraz ich masy są sobie równe:

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$gh = \frac{5}{4} v^2 \quad \xrightarrow{v^2 = 2as, \ s=h} \quad gh = \frac{5}{4} \cdot 2ah \quad \rightarrow \quad a = \frac{2}{5} g$$

Zadanie 4.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. XII.1) wskazuje niezależność prędkości światła w próżni od prędkości źródła i prędkości obserwatora.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

B1

Zadanie 4.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska [...]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 4.3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: VIII.5) [SP] posługuje się pojęciami [...] częstotliwości i długości fali do opisu fal oraz stosuje do obliczeń związki między tymi wielkościami wraz z ich jednostkami. I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PP

Zadanie 4.4. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu [...]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości sondy **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

1 pkt – poprawne zastosowanie przybliżonego wzoru na efekt Dopplera w przypadku oddalającego się źródła fali **oraz** prawidłowa identyfikacja wielkości występujących w tym wzorze (tzn. podstawienie danych do wzoru albo zapisanie obok wartości wielkości występujących we wzorze)

LUB

– poprawne zastosowanie ścisłego wzoru na efekt Dopplera w przypadku oddalającego się źródła fali **oraz** prawidłowa identyfikacja wielkości występujących w tym wzorze (tzn. podstawienie danych do wzoru albo zapisanie obok wartości wielkości występujących we wzorze)

LUB

– poprawne zastosowanie przybliżonego lub ścisłego wzoru na efekt Dopplera w przypadku oddalającego się źródła fali **oraz** prawidłowe przekształcenie tego wzoru i wyprowadzenie wzoru pozwalającego obliczyć prędkość sondy.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa 1.

Gdy zdający zastosuje przybliżony wzór na efekt Dopplera w wersji z wartością bezwzględną:

$$\frac{|\Delta f|}{f_{\text{źr}}} \approx \frac{v}{c}$$

to w rozwiązaniu nie wymaga się obliczenia/określenia częstotliwości odbieranej przez obserwatora (zobacz sposób 1. rozwiązania).

Uwaga dodatkowa 2.

Przybliżony wzór na efekt Dopplera, gdy źródło się oddala, zdający może zapisać w równoważnych (równoważnie przekształconych) postaciach. Poniżej kilka z nich:

$$f_{ob} \approx f_{\text{źr}} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad \text{albo} \quad \frac{f_{\text{źr}} - f_{ob}}{f_{\text{źr}}} \approx \frac{v}{c} \quad \text{albo}$$

$$f_{\text{źr}} - |\Delta f| \approx f_{\text{źr}} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad \text{albo} \quad \frac{|\Delta f|}{f_{\text{źr}}} \approx \frac{v}{c} \quad \text{albo}$$

$$f_{ob} \approx f_{\text{źr}} \left(\frac{c - v}{c}\right) \quad \text{albo} \quad v \approx \left(1 - \frac{f_{ob}}{f_{\text{źr}}}\right) c \quad \text{albo}$$

$$f_{ob} c \approx f_{\text{źr}} (c - v) \quad \text{albo} \quad v \approx c - c \frac{f_{ob}}{f_{\text{źr}}}$$

Ponadto zdający może wykorzystać fakt, że $c = \lambda_{\text{źr}} f_{\text{źr}}$. W takiej sytuacji wzór na efekt Dopplera może być zapisany w postaci „mieszanej” (z częstotliwością i długością fali):

$$c - v \approx \lambda_{\text{źr}} f_{ob}$$

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z zastosowaniem przybliżonego wzoru Dopplera)

Sonda kosmiczna porusza się względem Ziemi z prędkością o wartości v dużo mniejszej od prędkości światła: $v \ll c$, a zatem możemy zastosować przybliżony wzór na efekt Dopplera dla fali świetlnej:

$$\frac{|\Delta f|}{f_{\text{źr}}} \approx \frac{v}{c} \quad \rightarrow \quad v \approx \frac{|\Delta f|}{f_{\text{źr}}} \cdot c$$

Zatem:

$$v \approx \frac{750 \cdot 10^3 \text{ Hz}}{3 \cdot 10^9 \text{ Hz}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \rightarrow \quad v \approx 750 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 75\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 75 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Uwaga!

Wzór $\frac{|\Delta f|}{f_{\text{źr}}} \approx \frac{v}{c}$ jest słuszny zarówno w przypadku, gdy źródło oddala się od obserwatora (wtedy: $\frac{f_{\text{źr}} - f_{\text{ob}}}{f_{\text{źr}}} \approx \frac{v}{c}$) jak i w przypadku, gdy źródło zbliża się do obserwatora (wtedy: $\frac{f_{\text{ob}} - f_{\text{źr}}}{f_{\text{źr}}} \approx \frac{v}{c}$).

Sposób 2. (z zastosowaniem ścisłego wzoru Dopplera)

Sonda kosmiczna oddala się od Ziemi, zatem zastosujemy wzór na efekt Dopplera dla fali elektromagnetycznej w przypadku, gdy źródło fali oddala się (częstotliwość fali odbieranej przez obserwatora jest mniejsza od częstotliwości źródła fali):

$$f_{\text{ob}} = f_{\text{źr}} \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$$

Powyższy wzór przekształcimy i wyznaczmy v :

$$\frac{f_{\text{ob}}^2}{f_{\text{źr}}^2} = \frac{c - v}{c + v}$$

$$f_{\text{ob}}^2 c + f_{\text{ob}}^2 v = f_{\text{źr}}^2 c - f_{\text{źr}}^2 v$$

$$f_{\text{ob}}^2 v + f_{\text{źr}}^2 v = f_{\text{źr}}^2 c - f_{\text{ob}}^2 c$$

$$v = \frac{f_{\text{źr}}^2 - f_{\text{ob}}^2}{f_{\text{ob}}^2 + f_{\text{źr}}^2} \cdot c$$

oraz

$$f_{\text{ob}} = f_{\text{źr}} - |\Delta f| = 3\,000\,000 \text{ kHz} - 750 \text{ kHz} = 2\,999\,250 \text{ Hz}$$

$$v = \frac{3^2 - 2,99925^2}{3^2 + 2,99925^2} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,00025 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 75\,000 \text{ m/s}$$

Sposób 3. (z zastosowaniem przybliżonego wzoru Dopplera i wzoru na długość fali)

Przybliżony wzór na efekt Dopplera, gdy źródło się oddala, możemy zapisać w postaci:

$$v \approx c - c \frac{f_{ob}}{f_{\dot{z}r}} = c - \lambda_{\dot{z}r} f_{ob} \quad \text{gdzie} \quad \lambda_{\dot{z}r} = \frac{c}{f_{\dot{z}r}}$$

Wykonamy obliczenia pośrednie:

$$\lambda_{\dot{z}r} = \frac{c}{f_{\dot{z}r}} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}}} = 0,1 \text{ m}$$

$$f_{ob} = f_{\dot{z}r} - |\Delta f| = 3,000000 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}} - 0,000750 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}} = 2,999250 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}}$$

Otrzymane wartości podstawimy do pierwszego wzoru:

$$v \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,1 \text{ m} \cdot 2,999250 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}} = 0,00075 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 75\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 5.1. (0–1)

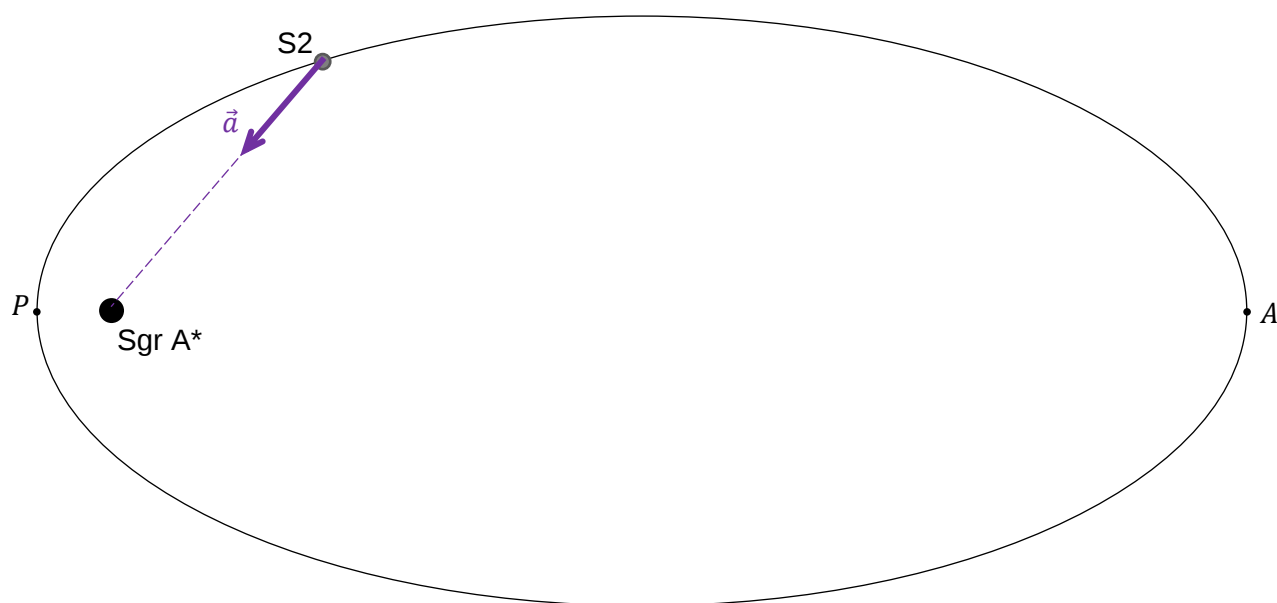
Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: II.3) opisuje ruchy postępowe, posługując się wielkościami wektorowymi: [...]; przyspieszeniem [...]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego [...]; IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych [...].

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora przyspieszenia $\vec{a}$ środka gwiazdy S2 w oznaczonym położeniu (wektor ma być zaczepiony w S2 i skierowany wzdłuż odcinka łączącego S2 z Sgr A* w stronę Sgr A*).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązanie



Zadanie 5.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: II.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego [...]; II.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu. IV.6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 5.3. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych.
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych [...].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{M_{SA}}{M_S}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

1 pkt – zastosowanie wzoru podanego w informacji do zadań 5.3–5.4. dla przypadku ruchu S2 po orbicie eliptycznej dookoła Sgr A* i ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca **oraz** poprawne obliczenie długości półosi wielkiej orbity S2, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T}\right)^2 \quad \text{oraz} \quad a = \frac{1}{2}(r_P + r_A) = 970 \text{ au}$$

albo (z wykorzystaniem wartości dla ruchu orbitalnego Ziemi)

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{(1 \text{ rok})^2}{(1 \text{ au})^3} \quad \text{oraz} \quad a = 970 \text{ au}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy wzór podany w informacji do zadań 5.3.–5.4. dla przypadku ruchu S2 po orbicie eliptycznej dookoła Sgr A* i ruchu Ziemi po orbicie kołowej dookoła Słońca:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{a}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T}\right)^2$$

Zgodnie z oznaczeniami na rysunku 1. obliczymy a jako:

$$a = \frac{1}{2}|PA| = \frac{1}{2}(r_P + r_A) \rightarrow a = \frac{1}{2} \cdot (1820 + 120) \text{ au} = 970 \text{ au}$$

Zatem:

$$\frac{M_{SA}}{M_S} = \left(\frac{970 \text{ au}}{1 \text{ au}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1 \text{ rok}}{16 \text{ lat}}\right)^2 \approx 3,6 \cdot 10^6$$

Masa obiektu Sgr A* jest około $3,6 \cdot 10^6$ razy większa od masy Słońca.

Zadanie 5.4. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu [...]; IV.5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciążenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

- 3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na iloraz mas centrów grawitacyjnych, poprawne przekształcenia **oraz** poprawna postać ilorazu – zgodna z podaną w treści zadania.
- 2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia lub bezpośrednio zapisanie (np. na mocy III prawa Keplera z wyrażeniem zawierającym stałe) jednego poprawnego wyrażenia, z którego można bezpośrednio obliczyć masę centrum grawitacyjnego jedynie na podstawie odpowiednich stałych, promienia a orbity kołowej i okresu T obiegu ciała dookoła tego centrum, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(m_i \frac{v_i^2}{a_i} = \frac{Gm_i M_i}{a_i^2} \quad \text{oraz} \quad v_i = \frac{2\pi a_i}{T_i} \right) \rightarrow [\text{przekształcenia}] \rightarrow M_i = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a_i^3}{T_i^2}$$

LUB

- zapisanie lub stwierdzenie, z powołaniem się na III prawo Keplera, że zachodzą następujące proporcje o tym samym współczynniku proporcjonalności:

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} \propto \text{const} \cdot M_1 \quad \text{oraz} \quad \frac{a_2^3}{T_2^2} \propto \text{const} \cdot M_2$$

- 1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na ciało C_1 (lub C_2) jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyspieszenie dośrodkowe jako przyspieszenie grawitacyjne) **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyspieszenia), np. zapisy równoważne poniższym

$$m_1 \frac{v_1^2}{a_1} = \frac{Gm_1 M_1}{a_1^2} \quad \text{albo} \quad m_1 \omega_1^2 a_1 = \frac{Gm_1 M_1}{a_1^2} \quad \text{albo} \quad \omega_1^2 a_1 = \frac{G M_1}{a_1^2}$$

LUB

- skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną ciała C_1 (lub C_2) **oraz** zastosowanie wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity, np. zapisy równoważne poniższym

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{a_1}} \quad \text{oraz} \quad v_1 = \frac{2\pi a_1}{T_1}$$

LUB

- zapisanie lub stwierdzenie, z powołaniem się na III prawo Keplera, że zachodzi proporcja:

$$\frac{a^3}{T^2} \propto M$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Wyznamy związek między masą M_1 centrum grawitacyjnego a okresem T_1 obiegu (dookoła tego centrum) ciała C_1 po orbicie kołowej i promieniem a_1 tej orbity. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_1 \frac{v_1^2}{a_1} = \frac{G m_1 M_1}{a_1^2}$$

Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość ciała C_1 w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_1 = \frac{2\pi a_1}{T_1}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez masę ciała m_1 .

Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy masę M_1 centrum grawitacyjnego:

$$\frac{\left(\frac{2\pi a_1}{T_1}\right)^2}{a_1} = \frac{G M_1}{a_1^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 a_1}{T_1^2} = \frac{G M_1}{a_1^2}$$

$$M_1 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a_1^3}{T_1^2}$$

Analogicznie wyznaczymy masę M_2 drugiego centrum grawitacyjnego:

$$M_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a_2^3}{T_2^2}$$

Wyznamy iloraz mas obu centrów grawitacyjnych:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{4\pi^2}{G} \frac{a_1^3}{T_1^2}}{\frac{4\pi^2}{G} \frac{a_2^3}{T_2^2}} = \frac{\frac{a_1^3}{T_1^2}}{\frac{a_2^3}{T_2^2}} = \frac{a_1^3}{T_1^2} \cdot \frac{T_2^2}{a_2^3} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

Sposób 2.

Wyznamy związek między masą M_1 centrum grawitacyjnego a okresem T_1 obiegu (dookoła tego centrum) ciała C_1 po orbicie kołowej i promieniem a_1 tej orbity. Zapiszemy równanie identyfikujące przyspieszenie dośrodkowe ciała C_1 na orbicie, jako przyspieszenie grawitacyjne:

$$\omega_1^2 a_1 = \frac{G M_1}{a_1^2}$$

Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość kątową ciała C_1 w ruchu jednostajnym po orbicie kołowej: $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczmy masę M_1 centrum grawitacyjnego:

$$\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 a_1 = \frac{GM_1}{a_1^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2}{T_1^2} = \frac{GM_1}{a_1^3} \quad \rightarrow \quad M_1 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a_1^3}{T_1^2}$$

Iloraz mas obu centrów grawitacyjnych obliczamy podobnie jak w sposobie 1.

Zadanie 6.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: V.3) (SP) posługuje się pojęciem parcia (nacisku) oraz pojęciem ciśnienia w cieczech i gazach wraz z jego jednostką; stosuje do obliczeń związek między parciem a ciśnieniem. VI.9) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a średnią energią ruchu cząsteczek [...]; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PP

Zadanie 6.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów; VI.9.) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a [...] energią wewnętrzną gazu doskonałego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

A2

Zadanie 6.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów; VI.9.) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a [...] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.12) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 1.)

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły parcia gazu w drugiej przemianie **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (znak może być dowolny).
- 2 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury, **oraz** wykorzystanie związku między C_V a C_p , np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$n \frac{3}{2} R \Delta T_2 = |Q_2| - |W_2| \quad \text{oraz} \quad Q_2 = n \frac{5}{2} R \Delta T_2$$

- 1 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_2 = |Q_2| - |W_2| \quad \text{oraz} \quad Q_2 = n C_p \Delta T_2$$

LUB

- zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z konsekwentnym uwzględnieniem konwencji znaków **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_2 = |Q_2| - |W_2| \quad \text{oraz} \quad \Delta U_2 = n C_V \Delta T_2$$

- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

- 3 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy siły parcia gazu w drugiej przemianie **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (znak może być dowolny).
- 2 pkt – zapisanie (wykorzystanie) wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, **oraz** wykorzystanie związku między C_V a C_p , np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$|W_2| = n R |\Delta T_2| \quad \text{oraz} \quad Q_2 = n \frac{5}{2} R \Delta T_2$$

LUB

- zapisanie (wykorzystanie) wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie (wykorzystanie) związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, **oraz** zapisanie I zasady termodynamiki dla drugiej przemiany z poprawnym (konsekwentnym) uwzględnieniem konwencji znaków, **oraz** zapisanie związku między przyrostem energii wewnętrznej a przyrostem temperatury:

$$|W_2| = n R |\Delta T_2| \quad \text{oraz} \quad n \frac{3}{2} R \Delta T_2 = |Q_2| - |W_2|$$

1 pkt – zapisanie wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$|W_2| = p_2|\Delta V_2| \quad \text{oraz} \quad p_2\Delta V_2 = nR\Delta T_2$$

albo

$$|W_2| = nR|\Delta T_2|$$

LUB

– zapisanie wzoru na pracę siły parcia **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$|W_2| = p_2|\Delta V_2| \quad \text{oraz} \quad Q_2 = nC_p\Delta T_2$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z zastosowaniem I zasady termodynamiki)

Zapiszemy I zasadę dynamiki dla drugiej przemiany. Przyjmijemy konwencję, zgodnie z którą stratę energii przez układ w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem minus, a wzrost energii w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem plus. W drugiej przemianie gaz pobiera ciepło, siła parcia wykonuje pracę, przyrost energii wewnętrznej jest dodatni (temperatura rośnie proporcjonalnie do objętości), zatem (indeks dolny 2 oznacza wielkości w drugiej przemianie):

$$1) \quad |\Delta U_2| = |Q_2| - |W_2|$$

Wykorzystamy związek między temperaturą (w tym przypadku przyrostem temperatury) a energią wewnętrzną (w tym przypadku przyrostem energii wewnętrznej) gazu doskonałego

$$2) \quad \frac{3}{2}nR|\Delta T_2| = |Q_2| - |W_2|$$

Wykorzystamy związek między ciepłem Q_2 pobranym w przemianie przy stałym ciśnieniu (w drugiej przemianie) a przyrostem ΔT_2 temperatury w tej przemianie:

$$3) \quad Q_2 = \frac{5}{2}nR\Delta T_2 \quad \rightarrow \quad 4) \quad \Delta T_2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{nR} \cdot Q_2$$

Przyrost temperatury określony wzorem 4) podstawimy do wzoru 2):

$$5) \quad \frac{3}{2}nR \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{nR} \cdot |Q_2| = |Q_2| - |W_2|$$

$$6) \quad \frac{3}{5}|Q_2| = |Q_2| - |W_2| \quad \rightarrow \quad |W_2| = \frac{2}{5}|Q_2| = \frac{2}{5} \cdot 100 \text{ J} = 40 \text{ J}$$

Sposób 2. (z zastosowaniem wzoru na pracę siły parcia)

Zapiszemy wzór na pracę w przemianie izobarycznej (indeks dolny 2 oznacza wielkości w drugiej przemianie):

$$1) \quad |W_2| = p_2|\Delta V_2|$$

Przyrost objętości wyznaczmy z równania stanu gazu doskonałego, przy stałym ciśnieniu

$$2) \quad p_2 \Delta V_2 = nR \Delta T_2$$

Zależność otrzymaną w 2) podstawimy do równania 1):

$$3) \quad |W_2| = nR |\Delta T_2|$$

Wykorzystamy związek między ciepłem Q_2 pobranym w przemianie przy stałym ciśnieniu (w drugiej przemianie) a przyrostem ΔT_2 temperatury w tej przemianie:

$$4) \quad Q_2 = \frac{5}{2} nR \Delta T_2 \quad \rightarrow \quad 5) \quad \Delta T_2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{nR} \cdot Q_2$$

Przyrost temperatury określony wzorem 5) podstawimy do wzoru 3):

$$6) \quad |W_2| = nR \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{nR} \cdot |Q_2| \quad \rightarrow \quad |W_2| = \frac{2}{5} |Q_2| = \frac{2}{5} \cdot 100 \text{ J} = 40 \text{ J}$$

Zadanie 7.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.9) stosuje do obliczeń związki między promieniem okręgu, prędkością kątową, prędkością liniową oraz przyspieszeniem dośrodkowym. IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, analizuje oddziaływanie pola magnetycznego na [...] poruszającą się cząstkę naładowaną (siła elektrodynamiczna, siła Lorentza); IX.3) analizuje tor cząstki naładowanej w jednorodnym polu magnetycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PFF

Zadanie 7.2. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, [...] energii kinetycznej, [...] stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, analizuje oddziaływanie pola magnetycznego na [...] poruszającą się cząstkę naładowaną (siła elektrodynamiczna, siła Lorentza).

Zasady oceniania

2 pkt – powołanie się na własność siły działającej na proton **oraz** powołanie się na zasady dynamiki, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

- (1) *Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.*
- (2) *Zgodnie z II zasadą dynamiki, siła, która jest prostopadła do prędkości nie zmienia wartości tej prędkości.*

albo

- (1) *Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.*
- (2) *Zgodnie z II zasadą dynamiki wartość prędkości się nie zmienia, ponieważ składowa siły w kierunku prędkości jest równa zero.*

LUB

– powołanie się na własność siły działającej na proton **oraz** powołanie się na twierdzenie o pracy i zmianie energii kinetycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

- (1) *Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.*
- (2) *Praca siły prostopadłej do prędkości jest równa zero, zatem zmiana energii kinetycznej jest równa zero.*

LUB

– poprawne wyprowadzenie wzoru na wartość prędkości protonu na jednym z półokręgów **oraz** powołanie się na warunki zadania, że wartość indukcji pola magnetycznego na danym półokręgu jest stała, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{mv_{AF}^2}{r_{AF}} = qv_{AF}B_{AF} \quad \rightarrow \quad v = \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m}$$

Ponieważ B_{AF} jest stałe na półokręgu AF, to v_{AF} też jest stała, co wynika ze wzoru. Podobnie na każdym innym półokręgu.

1 pkt – powołanie się na własność siły działającej na proton: zapisanie, że siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki

LUB

– zapisanie, że siła Lorentza działająca na proton pełni rolę siły dośrodkowej (słownie lub za pomocą wzoru, i brak wnioskowania o tym, co z tego wynika)

LUB

– stwierdzenie, że siła Lorentza / pole magnetyczne nie wykonuje pracy (i brak powołania się na związek pomiędzy pracą i zmianą energii kinetycznej).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Jeżeli zdający nie powoła się na warunki zadania, tylko stałą wartość pola będzie wykazywał na podstawie błędnego w tym przypadku wzoru (np. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$), to może otrzymać co najwyżej 1 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.

(2) Zgodnie z II zasadą dynamiki siła, która jest prostopadła do prędkości, nie zmienia tej prędkości w kierunku stycznym do toru (rzut siły na kierunek styczny do toru w danym punkcie jest równy zero – siła prostopadła do prędkości nie ma składowej w kierunku prędkości).

Sposób 2.

(1) Siła Lorentza działająca na cząstkę naładowaną, poruszającą się w polu magnetycznym, jest zawsze prostopadła do prędkości tej cząstki.

(2) Zgodnie z definicją pracy praca siły prostopadłej do prędkości jest równa zero. Z drugiej strony, praca siły wypadkowej działającej na ciało jest równa zmianie energii kinetycznej tego ciała. Zatem, skoro praca siły Lorentza działającej na cząstkę jest równa zero, to i zmiana energii kinetycznej cząstki jest równa zero. To oznacza, że wartość prędkości cząstki jest stała.

Sposób 3.

$$W_{FL} = 0 \quad \text{oraz} \quad W_{F_{wyp}} = \Delta E_{kin} \quad \rightarrow \quad \Delta E_{kin} = 0 \quad \text{czyli} \quad E_{kin} = \text{const}$$

Sposób 4.

Siła Lorentza pełni rolę siły dośrodkowej na każdym i -tym półokręgu:

$$\frac{mv_i^2}{r_i} = qv_i B_i \quad \rightarrow \quad v = \frac{qB_i r_i}{m}$$

Ponieważ na każdym z półokręgów wartość indukcji pola magnetycznego jest stała i promień danego półokręgu jest stały, to iloczyn $B_i r_i$ na i -tym półokręgu też jest stały. Zatem

$$v_i = \frac{qB_i r_i}{m} = \text{const}$$

Zadanie 7.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: IX.2) posługuje się pojęciem wektora indukcji magnetycznej wraz z jego jednostką, analizuje oddziaływanie pola magnetycznego na [...] poruszającą się cząstkę naładowaną (siła elektrodynamiczna, siła Lorentza); IX.3) analizuje tor cząstki naładowanej w jednorodnym polu magnetycznym.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości wektora indukcji magnetycznej podczas ruchu protonu po półokręgu CD **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia prędkości w funkcji B i r **oraz** zapisanie równości wynikającej z przyrównania wartości prędkości protonu podczas ruchu po półokręgach AF i CD , np. zapisy (lub zapisy równoważne)

$$\frac{mv^2}{r_{AF}} = qvB_{AF} \quad \rightarrow \quad v = \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m} = \frac{qB_{CD}r_{CD}}{m}$$

albo

$$\frac{mv^2}{r_{AF}} = qvB_{AF} \quad \rightarrow \quad B_{AF}r_{AF} = B_{CD}r_{CD}$$

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę Lorentza jako siłę dośrodkową **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy równanie wynikające z faktu, że siła Lorentza pełni rolę siły dośrodkowej, następnie wyznaczmy prędkość ruchu protonu:

$$1) \quad \frac{mv^2}{r} = qvB \quad \rightarrow \quad 2) \quad v = \frac{qBr}{m}$$

Wykorzystamy fakt, że wartość prędkości protonu się nie zmienia. To oznacza, że wartość prędkości protonu podczas ruchu po półokręgu AF jest równa wartości prędkości protonu podczas ruchu po półokręgu CD . Zatem na mocy równania 2) mamy:

$$3) \quad \frac{qB_{AF}r_{AF}}{m} = \frac{qB_{CD}r_{CD}}{m}$$

$$4) \quad B_{AF}r_{AF} = B_{CD}r_{CD}$$

Na podstawie danych (z rysunku i treści) obliczamy promienie półokręgów:

$$5) \quad r_{AF} = \frac{3}{4} |AD| = \frac{3}{4} \text{ m} \quad r_{CD} = \frac{1}{4} |AD| = \frac{1}{4} \text{ m}$$

Obliczone w 5) promienie oraz dane z treści zadania podstawimy do równania 4):

$$6) \quad 0,2 \text{ T} \cdot \frac{3}{4} \text{ m} = B_{CD} \cdot \frac{1}{4} \text{ m} \quad \rightarrow \quad B_{CD} = 0,6 \text{ T}$$

Zadanie 8.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów [...] lub wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; I.9) [...] interpretuje nachylenie [...] prostej i punkty przecięcia z osiami. VIII.4) [...] omawia zależność oporu od temperatury dla metali [...].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia temperaturowego współczynnika oporu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (za prawidłowy uznaje się wynik, który da się zaokrąglić do $5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$).

1 pkt – zapisanie współczynnika α jako ilorazu: przyrostu stosunku oporów i przyrostu temperatury (np. jak w sposobie 1.) – w zakresie temperatur do 1000 K – **oraz** poprawne określenie $\frac{R}{R_0}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\alpha = \frac{\frac{R(T)}{R_0} - 1}{T - T_0} \quad \text{oraz np. dla } T = 1000 \text{ K} \quad \frac{R(1000 \text{ K})}{R_0} = 4,5$$

LUB

– zapisanie współczynnika α jako ilorazu: przyrostu oporów i iloczynu przyrostu temperatury i R_0 (np. jak w sposobie 2.) – w zakresie temperatur do 1000 K – **oraz** poprawne określenie $R(T)$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\alpha = \frac{R(T) - R_0}{R_0 \cdot (T - T_0)} \quad \text{oraz np. dla } T = 1000 \text{ K} \quad R(1000 \text{ K}) = 65 \, \Omega \cdot 4,5$$

LUB

- zapisanie współczynnika α jako współczynnika kierunkowego prostej narysowanej przerywaną kreską (np. jak w sposobach 3. i 4.) – w dowolnym zakresie temperatur – **oraz** podstawienie prawidłowych współrzędnych punktów tej prostej do wzoru na współczynnik kierunkowy.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Na podstawie wykresu stwierdzamy, że w zakresie temperatur od 300 K do 1000 K zależność oporu wolframu od temperatury ma w przybliżeniu charakter liniowy, zatem w tym zakresie temperatur możemy stosować wzór do wyznaczania oporu włókna żarówki:

$$1) R = R_0(1 + \alpha\Delta T) \quad \text{gdzie} \quad R_0 = R(T_0), \quad \Delta T = T - T_0, \quad T_0 = 300 \text{ K}$$

oraz α jest temperaturowym współczynnikiem oporu.

Sposób 1. obliczenia α (gdy zdający odczytuje wartości z wykresu $\frac{R}{R_0}(T)$)

Wzór 1) przekształcimy do postaci zależności, której wykres jest podany w zadaniu:

$$2) \frac{R}{R_0} = 1 + \alpha\Delta T \quad \rightarrow \quad 3) \alpha = \frac{\left(\frac{R}{R_0} - 1\right)}{T - T_0}$$

Współczynnik α obliczymy ze wzoru 3). W tym celu odczytamy wartość $\frac{R}{R_0}$ z wykresu dla wybranej temperatury z zakresu przybliżenia liniowego, np.:

$$\text{dla } T = 900 \text{ K} \quad \text{mamy:} \quad \frac{R(900 \text{ K})}{R_0} \approx 4$$

Te wartości podstawimy do wzoru 3):

$$4) \alpha \approx \frac{4 - 1}{900 \text{ K} - 300 \text{ K}} = \frac{3}{600 \text{ K}} = 0,005 \frac{1}{\text{K}}$$

Sposób 2. obliczenia α (gdy zdający odczytuje wartości z wykresu $\frac{R}{R_0}(T)$)

Współczynnik α obliczymy wprost ze wzoru 1), gdzie $R_0 \approx 65 \Omega$, $T_0 = 300 \text{ K}$:

$$2) \alpha \approx \frac{R(T) - R_0}{R_0(T - T_0)}$$

Wzór ten możemy stosować do 1000 K (gdy odczytujemy wartości z wykresu a nie z prostej). Zatem:

$$\text{dla } T = 1000 \text{ K} \quad \text{odczytujemy, że} \quad \frac{R(1000 \text{ K})}{R_0} = 4,5 \quad \text{zatem}$$

$$R(1000 \text{ K}) = 4,5 \cdot 65 \Omega = 292,5 \Omega$$

Powyższe wartości podstawiamy do równania 2):

$$3) \alpha \approx \frac{292,5 \Omega - 65 \Omega}{65 \Omega \cdot (1000 \text{ K} - 300 \text{ K})} = \frac{227,5 \Omega}{45 500 \Omega \cdot \text{K}} = 0,005 \frac{1}{\text{K}}$$

Sposób 3. obliczenia α (gdy zdający odczytuje wartości z prostej)

Współczynnik α jest równy współczynnikowi kierunkowemu a prostej pokrywającej się częściowo z wykresem (w zakresie temperatur od 300 K do 1000 K), zatem z dowolnych punktów tej prostej, np.: (300 K, 1) i (3200 K, 15), mamy:

$$\alpha = a = \frac{\Delta(\text{rzędnych})}{\Delta(\text{odciętych})}$$

$$a = \frac{15 - 1}{3200 \text{ K} - 300 \text{ K}} = \frac{14}{2900 \text{ K}} = 0,00482 \dots \frac{1}{\text{K}} \approx 0,005 \frac{1}{\text{K}}$$

Sposób 4. obliczenia α (gdy zdający odczytuje wartość z prostej i stosuje wzór)

Współczynnik α jest równy współczynnikowi kierunkowemu a prostej pokrywającej się częściowo z wykresem (w zakresie temperatur od 300 K do 1000 K). Zatem można skorzystać ze wzoru 1) z zastrzeżeniem, że poza zakresem przybliżenia liniowego $\frac{R}{R_0}$ nie jest już ilorazem rzeczywistego oporu R i R_0 , tylko jest po prostu rzędną $\frac{R_{\text{prosta}}}{R_0}$ punktu leżącego na prostej:

$$\alpha = a = \frac{\left(\frac{R_{\text{prosta}}}{R_0} - 1\right)}{T - T_0}$$

Dla $T = 3200 \text{ K}$ rzędna punktu na prostej wynosi $\frac{R_{\text{prosta}}}{R_0} = 15$, zatem:

$$\alpha = a = \frac{15 - 1}{3200 \text{ K} - 300 \text{ K}} = \frac{14}{2900 \text{ K}} \approx 0,005 \frac{1}{\text{K}}$$

Zadanie 8.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] lub wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VIII.5) stosuje do obliczeń proporcjonalność natężenia prądu stałego do napięcia dla przewodników (prawo Ohma); VIII.8) stosuje do obliczeń związek mocy wydzielonej na oporniku (ciepła Joule’a-Lenza) z natężeniem prądu i oporem oraz napięciem i oporem. IX.9) wykorzystuje dane znamionowe urządzeń elektrycznych do obliczeń.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia temperatury włókna żarówki **oraz** podanie prawidłowej wartości liczbowej z jednostką, zawartej w przedziale od 2500 K do 2650 K.

2 pkt – poprawne obliczenie oporu włókna żarówki **oraz** podanie prawidłowej wartości ilorazu $\frac{R}{R_0}$ dla włókna żarówki, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$R = \frac{(230 \text{ V})^2}{60 \text{ W}} \approx 882 \, \Omega \quad \text{oraz} \quad \frac{R}{R_0} \approx 13,6$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia oporu włókna żarówki (tzn. zastosowanie związku między mocą znamionową a napięciem znamionowym i oporem) z błędem rachunkowym w obliczeniach **oraz** poprawna metoda wyznaczenia temperatury włókna żarówki (tzn. poprawne odczytanie z wykresu temperatury dla wyznaczonego oporu):

$$R = \frac{U_z^2}{P} \approx [\dots] \, \Omega \quad \text{oraz} \quad T = [\text{poprawnie odczytane do wyznaczonego } \frac{R}{R_0}]$$

1 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu włókna **oraz** doprowadzenie do wyrażenia pozwalającego obliczyć opór włókna np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$P_z = U_z I_z \quad \text{oraz} \quad U_z = I_z R \quad \rightarrow \quad R = \frac{U_z}{\left(\frac{P_z}{U_z}\right)}$$

albo (od razu w jednym zapisie)

$$R = \frac{U_z^2}{P_z}$$

LUB

– strategia rozwiązania (wynikająca z zapisów albo opisana słownie) polegająca na dążeniu do obliczenia $\frac{R}{R_0}$ **oraz** wyznaczenia temperatury poprzez odczytanie z wykresu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy wzór na moc wydzieloną na oporniku oraz związek między oporem opornika a natężeniem prądu przepływającego przez opornik i napięciem na tym oporniku. Zależności te zastosujemy do wyznaczenia oporu włókna żarówki przy zadanych parametrach znamionowych:

$$1) \, P_z = U_z I_z \quad \text{oraz} \quad 2) \, U_z = I_z R \quad \rightarrow \quad 3) \, P_z = \frac{U_z^2}{R}$$

Z równania 3) wyznaczymy opór włókna żarówki:

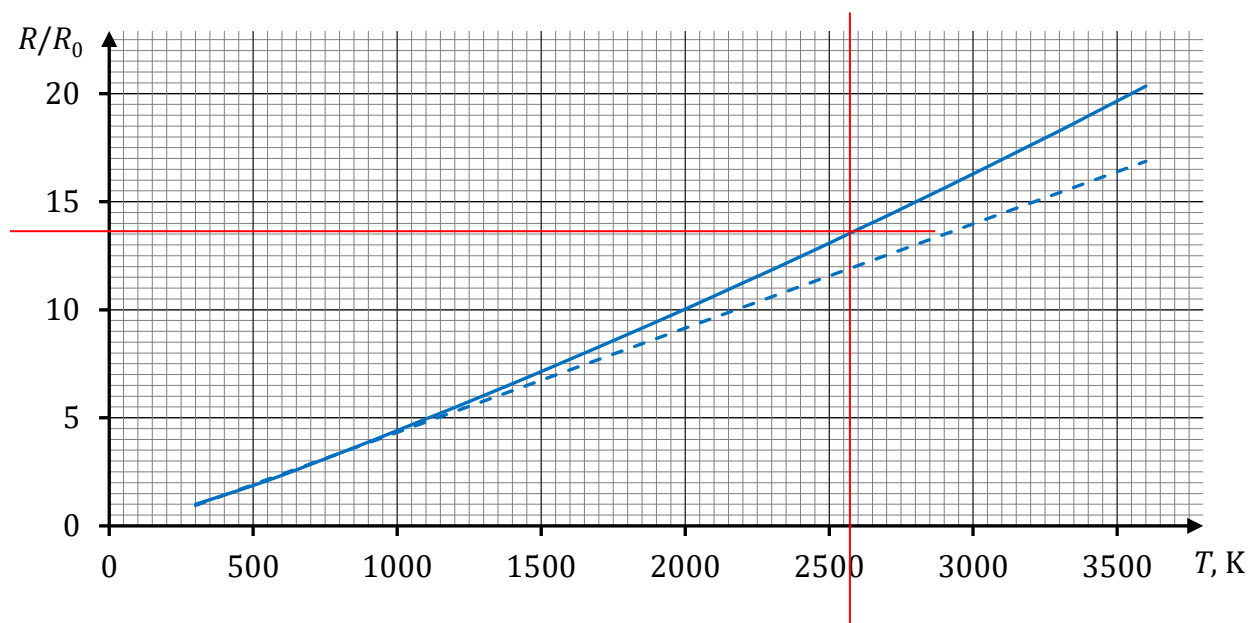
$$4) \, R = \frac{U_z^2}{P_z} \quad \rightarrow \quad 5) \, R = \frac{(230 \text{ V})^2}{60 \text{ W}} \approx 882 \, \Omega$$

Obliczymy iloraz oporu R i R_0 :

$$6) \, \frac{R}{R_0} \approx \frac{882 \, \Omega}{65 \, \Omega} \approx 13,6$$

Odczytamy z wykresu temperaturę, dla której iloraz oporów ma wartość 13,6:

$$7) \frac{R}{R_0} \approx 13,6 \quad \text{dla} \quad T \approx 2\,550 \text{ K (albo } T \approx 2\,570 \text{ K)}$$



Zadanie 8.3. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VIII.3) analizuje zależność oporu od wymiarów przewodnika, posługuje się pojęciem oporu właściwego materiału i jego jednostką.

Zasady oceniania

- 2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości drutu wolframowego **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.
- 1 pkt – zastosowanie zależności między oporem przewodnika a jego wymiarami (z poprawną identyfikacją pola przekroju i długości przewodnika) i oporem właściwym **oraz** poprawna identyfikacja wartości oporu w $T_0 = 300 \text{ K}$.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy zależność między oporem przewodnika a jego wymiarami i oporem właściwym:

$$R_0 = \rho_0 \cdot \frac{l}{S}$$

$$l = \frac{R_0 S}{\rho_0} \approx \frac{65 \, \Omega \cdot 3,14 \cdot 15^2 \cdot 10^{-6,2} \, \text{m}^2}{5,6 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}} \approx 8 \, 200 \cdot 10^{-4} \, \text{m} \approx 0,82 \, \text{m}$$

Zadanie 9.1. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków [...].

Zasady oceniania

3 pkt – wypełnienie warunków **(a) oraz (b), oraz (c)** opisanych w kryterium za 1 pkt.

2 pkt – wypełnienie warunków **(a) oraz (b)** opisanych w kryterium za 1 pkt

LUB

– wypełnienie warunków **(a) oraz (c)** opisanych w kryterium za 1 pkt

LUB

– wypełnienie warunków **(b) oraz (c)** opisanych w kryterium za 1 pkt.

1 pkt – **(a)** poprawne narysowanie promienia odbitego w punkcie *D* **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta odbicia jako γ_{odb} , **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:

$$\gamma_{\text{pad}} = \gamma_{\text{odb}}$$

LUB

– **(b)** poprawne narysowanie promienia załamane w punkcie *D* **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta załamania jako $\gamma_{\text{zał}}$, **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:

$$\gamma_{\text{pad}} < \gamma_{\text{zał}}$$

LUB

– **(c)** poprawne narysowanie promienia załamane w punkcie *D* **oraz** poprawne oznaczenie i podpisanie kąta załamania jako $\gamma_{\text{zał}}$, **oraz** poprawne uzupełnienie relacji:

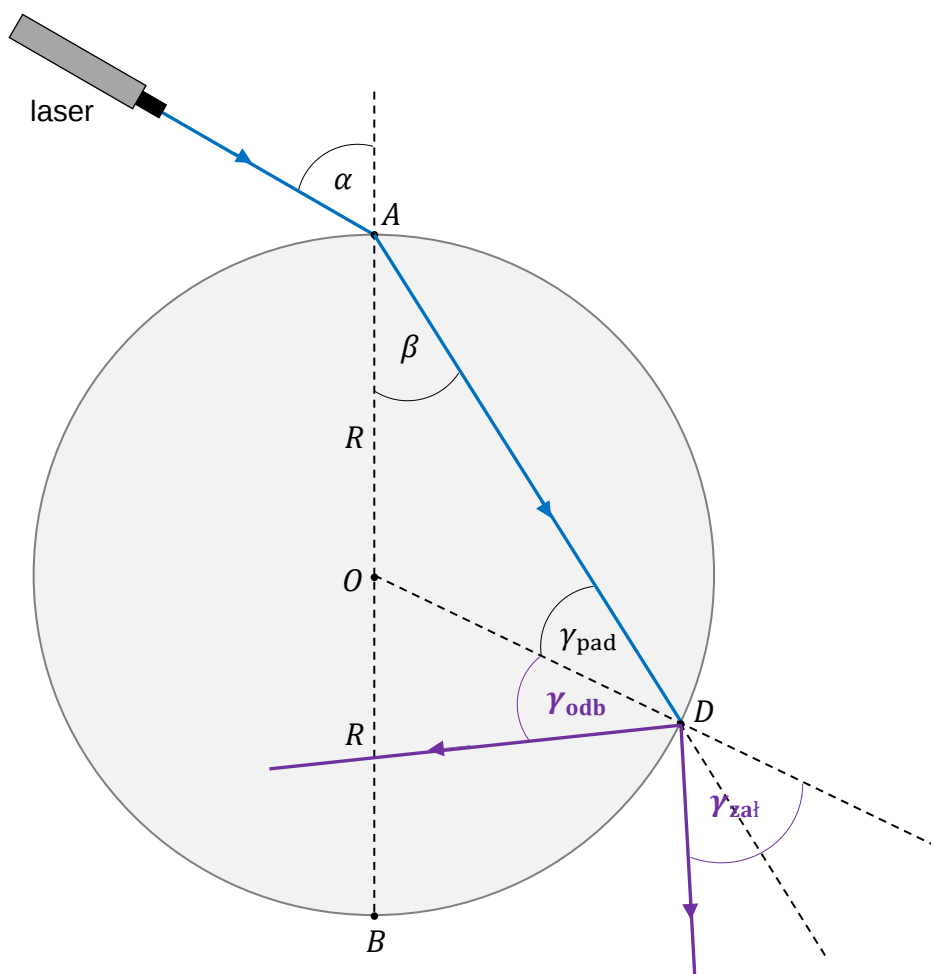
$$\gamma_{\text{zał}} = \alpha$$

LUB

– **(d)** poprawne narysowanie promienia odbitego **oraz** załamane (w tym przypadku nie uwzględnia się braków lub błędów w podpisaniu kątów i uzupełnieniu relacji).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie



$$\gamma_{\text{pad}} = \gamma_{\text{odb}}$$

$$\gamma_{\text{pad}} < \gamma_{\text{zal}}$$

$$\gamma_{\text{zal}} = \alpha$$

Zadanie 9.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, [...] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka [...].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości światła w krążku **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących:

$$1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s} \text{ lub } 1,9 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości światła w krążku, tzn.: zapisanie wzoru (z prędkościami i kątami) wynikającego z prawa załamania światła na granicy ośrodków **oraz** zapisanie sinusów jako ilorazów długości odpowiednich boków albo zapisanie ilorazu sinusów jako ilorazu długości odpowiednich boków albo poprawne obliczenie wartości sinusów kątów α i β (jakkolwiek), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \quad \text{oraz} \quad \sin \alpha = \frac{|CB|}{|AB|} \quad \text{oraz} \quad \sin \beta = \frac{|BD|}{|AB|}$$

albo

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \quad \text{oraz} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{|CB|}{|BD|}$$

albo

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \quad \text{oraz} \quad \sin \alpha \approx 0,87 \quad \text{oraz} \quad \sin \beta \approx 0,53$$

1 pkt – zapisanie wzoru wynikającego z prawa załamania światła na granicy ośrodków (wzoru z prędkościami i kątami), zgodnie z oznaczeniami podanymi w treści zadania, np. zapis:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \quad \text{albo} \quad \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{szk} \quad \text{oraz} \quad n_{szk} = \frac{c}{v} \right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Jeśli zdający utożsamia (bezpodstawnie) miarę kąta $\angle ABD$ z miarą kąta $\angle BAC = \alpha$ albo stosuje bezpodstawnie w tej sytuacji związek $\alpha + \beta = 90^\circ$, a pozostałe elementy rozwiązania są poprawne, to może otrzymać co najwyżej 2 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wzór wynikający z prawa załamania światła na granicy ośrodków, zgodnie z oznaczeniami na rysunku 2.:

$$1) \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}$$

gdzie v jest wartością prędkości światła w krążku. Sinusy obu kątów określimy na podstawie stosunków odpowiednich boków w trójkątach prostokątnych ABC i ABD . Zauważmy, że na mocy twierdzenia o kątach wierzchołkowych mamy $\angle CAB = \alpha$. Zatem:

$$2) \quad \sin \alpha = \frac{|CB|}{|AB|} \quad \text{oraz} \quad \sin \beta = \frac{|BD|}{|AB|}$$

Związki zapisane w 2) podstawimy do 1):

$$3) \frac{\frac{|CB|}{|AB|}}{\frac{|BD|}{|AB|}} = \frac{c}{v} \quad \rightarrow \quad \frac{|CB|}{|BD|} = \frac{c}{v} \quad \rightarrow \quad 4) \quad v = \frac{|BD|}{|CB|} \cdot c$$

Do wzoru 4) podstawimy podane w treści zadania długości odcinków i wartość prędkości światła w próżni:

$$5) \quad v = \frac{4,8 \text{ cm}}{7,8 \text{ cm}} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 10.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024	
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów [...] lub wykresów [...] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 10.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równowagę masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{v}{c}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących.

2 pkt – zapisanie związku między energią całkowitą elektronu, energią spoczynkową i jego prędkością **oraz** zapisanie/uwzględnienie, że energia całkowita jest sumą energii spoczynkowej i kinetycznej, **oraz** wykorzystanie warunku zadania, **oraz** zapisanie równania, z którego można bezpośrednio obliczyć iloraz $\frac{v}{c}$, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$E_{kin} + E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{oraz} \quad E_{kin} = 2E_0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3$$

albo

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{oraz} \quad E = E_0 + 2E_0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3$$

albo

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{oraz} \quad E = 3E_0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3$$

albo (wszystko uwzględnione w jednym równaniu)

$$3E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

1 pkt – zapisanie związku między energią całkowitą elektronu, energią spoczynkową i jego prędkością **oraz** zapisanie energii całkowitej jako sumy energii spoczynkowej i kinetycznej, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$E = E_{kin} + E_0 \quad \text{oraz} \quad E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanieSposób 1.

Zapiszemy związek między energią E całkowitą elektronu a energią spoczynkową E_0 i energią kinetyczną E_{kin} :

$$1) \quad E = E_{kin} + E_0$$

W równaniu 1) wykorzystamy związek między energią całkowitą elektronu, energią spoczynkową i jego prędkością:

$$2) \quad \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = E_{kin} + E_0$$

W równaniu 2) skorzystamy z warunku zadania $E_{kin} = 2E_0$:

$$3) \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2E_0 + E_0 \quad \rightarrow \quad 4) \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3E_0$$

Przekształcimy równanie 4) i obliczymy iloraz $\frac{v}{c}$:

$$5) \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3 \quad \rightarrow \quad \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$6) \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0,942809 \dots \approx 0,94$$

Sposób 2.

Wykorzystamy związek między energią E całkowitą elektronu a energią spoczynkową E_0 i energią kinetyczną E_{kin} oraz wykorzystamy warunek zadania, oraz związek między energią całkowitą elektronu, energią spoczynkową i jego prędkością. To wszystko uwzględnimy w jednym równaniu:

$$3E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Przekształcimy powyższe równanie i obliczymy iloraz $\frac{v}{c}$:

$$3 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \rightarrow \quad 9 = \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0,942809 \dots \approx 0,94$$

Zadanie 10.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi [...]. II.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.6) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym. XII.2) [...] posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne dokończenie zdania: wpisanie prawidłowej wartości napięcia.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

Napięcie U pola elektrycznego, w którym został rozpędzony elektron, wynosi $10,2 \cdot 10^5$ V.

Zadanie 11.1. (0–1)

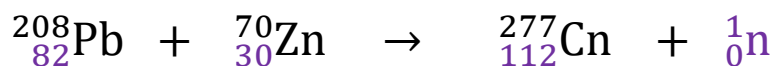
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku.

Zasady oceniania

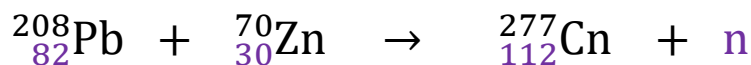
1 pkt – poprawne uzupełnienie równania reakcji: wpisanie właściwych liczb atomowych oraz symbolu lub nazwy powstałej cząstki.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie



albo



albo



Zadanie 11.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) [...] opisuje rozpady alfa [...].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne obliczenie liczby atomowej jądra, które powstaje po sześciu rozpadach alfa
oraz zapisanie prawidłowej nazwy tego jądra.

1 pkt – prawidłowa metoda obliczenia liczby atomowej jądra, które powstaje po sześciu rozpadach alfa

LUB

– zapisanie prawidłowej nazwy powstałego jądra bez zapisania obliczeń liczby atomowej tego jądra.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Zachodzi sześć kolejnych rozpadów α , z których pierwszy jest rozpadem jądra ${}^{277}\text{Cn}$.

W każdym rozpadzie alfa powstaje nowe jądro oraz jądro helu ${}^4_2\text{He}$. Po szóstym rozpadzie powstaje jądro pierwiastka, który oznaczmy ${}^A_Z\text{X}$, gdzie:

$$A = 277 - 6 \cdot 4 = 253 \quad (\text{zapis opcjonalny})$$

$$Z = 112 - 6 \cdot 2 = 100$$

Nazwa lub symbol pierwiastka: **Ferm** albo ${}^{253}_{100}\text{Fm}$ albo **Fm**

Zadanie 11.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się [...] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych; posługuje się pojęciem energii wiązania; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia energii wiązania jądra kopernik ${}^{277}_{112}\text{Cn}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką (w dżulach lub elektronowoltach), zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących. Uznaje się wyniki:

$$(3,20 \pm 0,05) \cdot 10^{-10} \text{ J} \quad \text{lub} \quad (2,00 \pm 0,03) \text{ GeV}$$

2 pkt – poprawne zapisanie związku pomiędzy energią wiązania jądra ${}^{277}_{112}\text{Cn}$ a deficytem masy jądra ${}^{277}_{112}\text{Cn}$ **oraz** zapisanie różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów a masą jądra ${}^{277}_{112}\text{Cn}$, **oraz** poprawne podstawienie danych, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{w \text{ Cn}} = (112 \cdot 1,672\,621\,92 + 165 \cdot 1,674\,927\,49 - 460,138\,852) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2,998^2 \cdot 10^{8 \cdot 2} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Uwaga! Zdający może otrzymać 2 pkt niezależnie od zaokrąglenia, z jakim podstawia dane.

1 pkt – zidentyfikowanie energii potrzebnej do rozbicia jądra ${}^{277}_{112}\text{Cn}$ jako energii wiązania tego jądra **oraz** zapisanie związku pomiędzy energią wiązania jądra ${}^{277}_{112}\text{Cn}$ a deficytem masy tego jądra, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{w \text{ Cn}} = \Delta m_{\text{Cn}} c^2$$

LUB

– zapisanie deficytu masy jądra ${}^{277}_{112}\text{Cn}$ jako różnicy pomiędzy masą wszystkich nukleonów tworzących to jądro a masą jądra ${}^{277}_{112}\text{Cn}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta m_{\text{Cn}} = 112m_p + 165m_n - m_{\text{Cn}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Energia E , jaką należy dostarczyć do jądra kopernik ${}^{277}_{112}\text{Cn}$, aby rozbić je na poszczególne nukleony, jest równa energii wiązania tego jądra. Wykorzystamy związek pomiędzy energią wiązania a deficytem masy jądra kopernik ${}^{277}_{112}\text{Cn}$:

$$E = E_{w \text{ Cn}} = \Delta m_{\text{Cn}} c^2$$

Jądro kopernik ${}_{112}^{277}\text{Cn}$ ma 112 protonów i 165 neutronów, zatem:

$$E_{w\text{ Cn}} = (112m_p + 165m_n - m_{\text{Cn}})c^2$$

Podstawiamy odpowiednie wartości i wykonujemy obliczenia.

Ze względu na to, że nie znamy wyniku różnicy odpowiednich mas (w nawiasie powyżej), i nie wiemy ile cyfr znaczących będzie miał ten wynik, to do kalkulatora wprowadzamy dane z taką dokładnością, jaka jest podana w zadaniu i w *Wybranych wzorach i stałych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki*.

Sposób 1. rachunku zapewniającego poprawne zaokrąglenie

Wynik zaokrąglamy na samym końcu. W ten sposób zachowamy właściwą czwartą cyfrę wyniku, potrzebną do zaokrąglenia do trzech cyfr znaczących:

$$\begin{aligned} E_{w\text{ Cn}} &\approx (112 \cdot 1,672\,621\,92 + 165 \cdot 1,674\,927\,49 - 460,138\,852) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \\ &= (3,557\,838\,89) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 8,988\,004 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 31,977\,870\,174\,7 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 32,0 \cdot 10^{-11} \text{ J} \end{aligned}$$

$$E_{w\text{ Cn}} \approx 3,20 \cdot 10^{-10} \text{ J} \approx 2,00 \text{ GeV}$$

Sposób 2. rachunku zapewniającego poprawne zaokrąglenie

Pośrednie wyniki obliczeń zachowujemy zaokrąglone do czterech cyfr znaczących. Dzięki temu poprawnie zaokrąglimy wynik końcowy do trzech cyfr znaczących:

$$\begin{aligned} E_{w\text{ Cn}} &\approx (112 \cdot 1,672\,621\,92 + 165 \cdot 1,674\,927\,49 - 460,138\,852) \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \\ &\approx 3,558 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 8,988 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \approx 31,98 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 32,0 \cdot 10^{-11} \text{ J} \end{aligned}$$

$$E_{w\text{ Cn}} \approx 3,20 \cdot 10^{-10} \text{ J} \approx 2,00 \text{ GeV}$$