CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

| | |
|---|---|
| *Rodzaj dokumentu:* | **Zasady oceniania rozwiązań zadań** |
| *Egzamin:* | **Egzamin maturalny**<br>**Arkusz pokazowy** |
| *Przedmiot:* | **Fizyka** |
| *Poziom:* | **Poziom rozszerzony** |
| *Formy arkusza:* | MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-700 |
| *Data publikacji dokumentu:* | 4 marca 2022 r. |

*Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.*

## Zadanie 1.1. (0–1)

| **Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024[1]** | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].<br>II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu;<br>II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

## Zadanie 1.2. (0–3)

| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
|---|---|
| V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu;<br>II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego. |

[1] Komunikat o wymaganiach egzaminacyjnych obowiązujących w roku 2023 i 2024, https://www.gov.pl/web/edukacja-i-nauka/wymagania-egzaminacyjne-obowiazujace-na-egzaminie-maturalnym-w-roku-2023-i-2024

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości początkowej, tzn. poprawne wyprowadzenie równania toru ruchu: $y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$, przyrównanie współczynników równań toru ruchu: $\frac{g}{2v_0^2} = \frac{1}{18}$ oraz zapisanie prawidłowego wyniku wraz jednostką: $v_0 \approx 9{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (np. jak w krokach 1.–3.).

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu na symbolach wielkości fizycznych, z wykorzystaniem prawidłowych równań rzutu poziomego oraz otrzymanie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$ (np. jak w krokach 1.–2.).

1 pkt – zapisanie poprawnych równań rzutu poziomego (jako ruchu złożonego w kierunku poziomym i pionowym): $x(t) = v_0 t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$ (np. jak w kroku 1.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 2. lub 3.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości początkowej oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości $h$ i zasięgu $z$ rzutu poziomego oraz zastosowanie związku (z wyeliminowanym czasem) między prędkością a zasięgiem i wysokością

*LUB*

– wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości $h$ i zasięgu $z$ rzutu poziomego oraz obliczenie czasu trwania ruchu (ze wzoru dla spadku swobodnego) i wykorzystanie obliczonego czasu do wzoru na prędkość poziomej składowej ruchu.

1 pkt – wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości $h$ i zasięgu $z$ rzutu poziomego

*LUB*

– wykorzystanie zależności między wysokością i czasem dla pionowej składowej ruchu (spadku swobodnego) oraz wykorzystanie zależności między zasięgiem a prędkością i czasem dla poziomej składowej ruchu (ruchu jednostajnego prostoliniowego).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Sposób 1. (wyprowadzenie równania toru ruchu)

Wyprowadzimy równanie toru ruchu kulki na symbolach wielkości fizycznych. Rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym.

*Krok 1.* Zapiszemy zależność położenia od czasu $y(t)$ dla składowej pionowej ruchu:

$$y(t) = h - s_y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$$

gdzie $h$ jest wysokością, z jakiej rozpoczyna się rzut, a $s_y(t)$ jest drogą przebytą w kierunku pionowym od chwili $t = 0$. Zapiszemy zależność położenia od czasu $x(t)$ dla składowej poziomej ruchu:

$$x(t) = v_0 t$$

gdzie $v_0$ jest wartością składowej prędkości w kierunku poziomym.

*Krok 2.* Z powyższych równań wyznaczymy zależność $y(x)$:

$$t = \frac{v_0}{x} \quad \rightarrow \quad y(x) = h - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = h - \frac{g}{2v_0^2}\cdot x^2$$

*Krok 3.* Przyrównamy współczynniki otrzymanego równania oraz równania podanego w zadaniu (z uwzględnieniem jednostki współczynnika przy $x^2$):

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2}\cdot x^2 \quad \text{oraz} \quad y = 2 - \frac{1}{18}x^2 \quad \rightarrow \quad \frac{g}{2v_0^2} = \frac{1}{18}\ \frac{1}{\text{m}}$$

Rozwiążemy otrzymane równanie:

$$\frac{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2v_0^2} = \frac{1}{18}\ \frac{1}{\text{m}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_0^2}{9}\ \frac{1}{\text{m}} = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \rightarrow \quad v_0 \approx 9{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 2. (wykorzystanie związku między wysokością, zasięgiem a prędkością początkową)

Z równania toru ruchu wyznaczymy wysokość $h$ oraz zasięg $z$ rzutu. Wysokość rzutu to wartość wyrażenia $y(x)$ w położeniu początkowym $x = 0$. Zasięg to dodatnie miejsce zerowe wyrażenia $y(x)$:

$$h = y(0) \quad \rightarrow \quad h = 2 - \frac{1}{18}0^2 = 2\ \text{m}$$

$$y(z) = 0 \quad \rightarrow \quad 2 - \frac{1}{18}z^2 = 0 \quad \rightarrow \quad z^2 = 36\ \text{m}^2 \quad \rightarrow \quad z = 6\ \text{m}$$

Wyprowadzimy związek między wysokością, zasięgiem a prędkością początkową. Skorzystamy ze wzorów na wysokość w spadku swobodnym oraz drogę w ruchu jednostajnym prostoliniowym:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{oraz} \quad z = v_0 t \quad \rightarrow \quad v_0 = z\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

$$v_0 = 6\ \text{m}\cdot\sqrt{\frac{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2\cdot 2\ \text{m}}} \approx 9{,}4\ \text{m/s}$$

Sposób 3. (wykorzystanie wzoru na zasięg z czasem)

Z równania toru ruchu wyznaczymy wysokość $h$ oraz zasięg $z$ rzutu. Wysokość rzutu to wartość wyrażenia $y(x)$ w położeniu początkowym $x = 0$. Zasięg to dodatnie miejsce zerowe wyrażenia $y(x)$:

$$h = y(0) \quad \rightarrow \quad h = 2 - \frac{1}{18}0^2 = 2\ \text{m}$$

$$y(z) = 0 \quad \rightarrow \quad 2 - \frac{1}{18}z^2 = 0 \quad \rightarrow \quad z^2 = 36\ \text{m}^2 \quad \rightarrow \quad z = 6\ \text{m}$$

Obliczymy czas trwania ruchu kulki – czas trwania rzutu poziomego z wysokości $h$ jest równy czasowi spadku swobodnego z tej wysokości:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\cdot 2}{9{,}81}}\ \text{s} \approx 0{,}64\ \text{s}$$

Prędkość początkowa kulki jest równa poziomej składowej prędkości kulki, która jest stała, zatem:

$$v_0 = \frac{z}{t} \quad \rightarrow \quad v_0 \approx \frac{6\ \text{m}}{0{,}64\ \text{s}} \approx 9.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

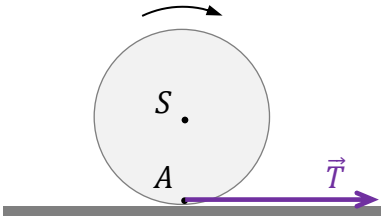
## Zadanie 2.1. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.6) tworzy […] diagramy […], rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […].<br>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał;<br>II.17) opisuje opory ruchu (opory ośrodka, tarcie statyczne, tarcie kinetyczne) […]; omawia rolę tarcia na wybranych przykładach. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – poprawne narysowanie wektora siły tarcia zaczepionego w punkcie $A$.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe rozwiązanie**




## Zadanie 2.2. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu;<br>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.<br>III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi;<br>III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

B3

## Zadanie 2.3. (0–4)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.<br><br>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu;<br>II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał;<br>III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego oraz momentu bezwładności […]. |

**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu prędkości kątowych kątowymi $\omega_1$ a $\omega_0$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

3 pkt – wyprowadzenie z dynamicznych równań ruchu zależności między przyśpieszeniem kątowym oraz liniowym walca (zależności równoważnej do $\frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$ ) oraz wyprowadzenie z kinematycznych równań ruchu (z użyciem związku $v_1 = \omega_1 R$) zależności między prędkościami kątowymi $\omega_1$ a $\omega_0$ z wyeliminowanym czasem.

2 pkt – poprawne zapisanie kinematycznych oraz dynamicznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca
*LUB*
– wyprowadzenie z kinematycznych równań ruchu (z użyciem związku $v_1 = \omega_1 R$) zależności między prędkościami kątowymi $\omega_1$ a $\omega_0$ z wyeliminowanym czasem (np. jak w równaniu 5) lub równoważnie)
*LUB*
– wyprowadzenie z dynamicznych równań ruchu zależności między przyśpieszeniem kątowym oraz liniowym walca: $\frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$ lub zależności równoważnej.

1 pkt – poprawne zapisanie kinematycznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca (np. takich jak równania 1) i 2) lub równoważnych)
*LUB*
– poprawne zapisanie dynamicznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca (np. takich jak równania 7) i 8) lub równoważnych).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Do momentu ustania poślizgu walec przyśpiesza w ruchu postępowym i coraz wolniej się obraca. Zapiszemy kinematyczne równania ruchu walca: jednostajnie przyśpieszonego postępowego oraz jednostajnie opóźnionego obrotowego:

$$1)\ v_1 = at$$

$$2)\ \omega_1 = \omega_0 - \epsilon t$$

gdzie $a$ oraz $\epsilon$ są przyśpieszeniem liniowym i kątowym walca. Gdy poślizg walca trwa, to $a \neq \epsilon R$ oraz $v \neq \omega R$. W momencie, gdy poślizg walca ustał to prędkość liniowa i prędkość kątowa związane są zależnością:

$$3)\ v_1 = \omega_1 R$$

Z równań 1) i 2) wyeliminujemy czas, następnie w otrzymanej zależności wykorzystamy równanie 3):

$$4)\ \omega_1 = \omega_0 - \frac{\epsilon v_1}{a} \qquad \rightarrow \qquad 5)\ \omega_1 = \omega_0 - \frac{\epsilon}{a} \cdot \omega_1 R$$

Obie strony otrzymanego równania 5) podzielimy przez $\omega_0$:

$$6)\ \frac{\omega_1}{\omega_0} = 1 - \frac{\epsilon}{a} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_0} \cdot R$$

Stosunek $\frac{\epsilon}{a}$ wyznaczymy z dynamicznych równań ruchu walca: postępowego oraz obrotowego. Na walec w kierunku poziomym działa tylko siła tarcia. Wypadkowy moment siły działający na walec to moment siły tarcia, zatem:

$$7)\ ma = T$$

$$8)\ I\epsilon = TR \qquad \rightarrow \qquad 9)\ \frac{1}{2} mR^2 \epsilon = TR$$

Z równań 7) i 9), po wyeliminowaniu siły tarcia, otrzymujemy, że:

$$10)\ \frac{1}{2} mR^2 \epsilon = maR \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{2} R\epsilon = a \qquad \rightarrow \qquad 11)\ \frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$$

Iloraz prędkości kątowych obliczymy po podstawieniu równania 11) do równania 5) lub 6):

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{2}{R} \cdot \omega_1 R \qquad \rightarrow \qquad \omega_1 = \omega_0 - 2\omega_1 \qquad \rightarrow \qquad \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{3}$$

**Zadanie 3.1. (0–3)**

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.<br><br>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.5) […] wykonuje graficznie działania na wektorach ([…] rozkładanie na składowe);<br>I.6) tworzy […] diagramy […], rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […];<br>I.7) wyodrębnia z […] diagramów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […].<br>III.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego […];<br>III.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda konstrukcji oraz poprawny opis i uzasadnienie konstrukcji wektora prędkości w punkcie *B*.

2 pkt – zapisanie zasady zachowania momentu pędu: przyrównanie momentu pędu w punkcie *P* do momentu pędu w punkcie *B* oraz użycie wzorów na moment pędu oraz narysowanie wektora w punkcie *B* prostopadłego do promienia wodzącego o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$. Oznaczenia na rysunku i we wzorach musza być ze sobą zgodne oraz zgodne z treścią zadania.

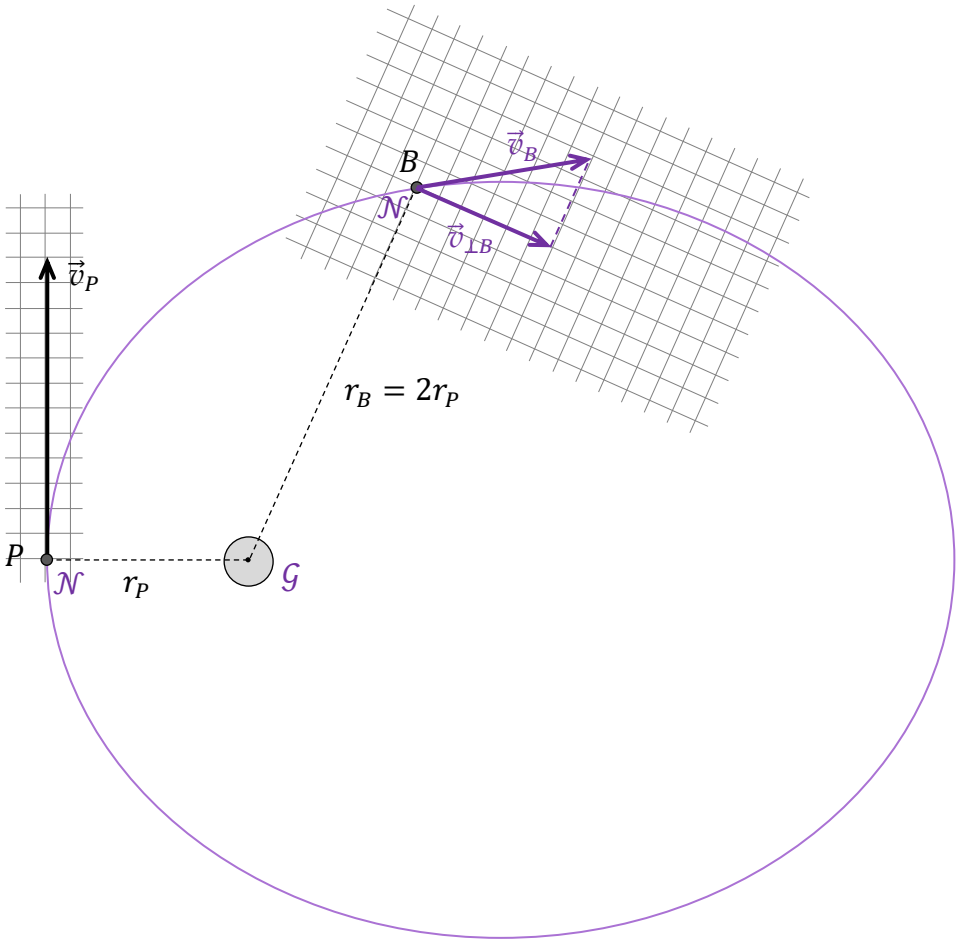
1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania momentu pędu: przyrównanie momentu pędu w punkcie *P* do momentu pędu w punkcie *B* oraz użycie wzorów na moment pędu (oznaczenie we wzorze wartości składowej prędkości w punkcie *B* musi być różne od $v_B$)

*LUB*

– narysowanie wektora w punkcie *B* prostopadłego do promienia wodzącego o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$ (bez uzasadnienia i opisu).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**




*Opis etapu 1. konstrukcji*

W punkcie *B* rysujemy wektor $\vec{v}_{\perp B}$, prostopadły do promienia $r_B$ o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$.

*Uzasadnienie etapu 1. konstrukcji*

Zastosujemy zasadę zachowania momentu pędu poruszającego się punktu względem centrum siły:

$$L_P = L_B \quad \rightarrow \quad r_P m v_P = r_B m v_{\perp B}$$

$$r_P v_P = 2 r_P v_{\perp B} \quad \rightarrow \quad v_{\perp B} = \frac{v_P}{2}$$

gdzie $v_{\perp B}$ to wartość składowej $\vec{v}_{\perp B}$ (prostopadłej do promienia wodzącego) wektora prędkości $\vec{v}_B$ w punkcie *B*.

*Opis etapu 2. konstrukcji*

Rysujemy wektor $\vec{v}_B$ styczny do toru ruchu, którego składową prostopadłą do promienia wodzącego jest $\vec{v}_{\perp B}$.

*Uzasadnienie etapu 2. konstrukcji*

Prędkość ciała $\mathcal{N}$ w punkcie *B* jest styczna do toru ruchu, a prędkość $\vec{v}_{\perp B}$ jest jej składową prostopadłą do promienia.

## Zadanie 3.2. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego […];<br>IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych i siły grawitacji planet na ruch ich księżyców […]. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

## Zadanie 3.3. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.<br><br>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych.<br>IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych […];<br>IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu […];<br>IV.5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciążenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu ciała $\mathcal{N}$ dookoła gwiazdy $\mathcal{G}$ (np. jak w krokach 1.–3. przykładowych rozwiązań) oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – wyprowadzenie lub zapisanie jednego poprawnego wyrażenia (do którego zdający bezpośrednio podstawia wartości liczbowe albo na którym kończy rozwiązanie), z którego można bezpośrednio obliczyć okres obiegu pewnego ciała $\mathcal{C}$ dookoła gwiazdy $\mathcal{G}$ (po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) jedynie na podstawie odpowiednich stałych, masy gwiazdy $\mathcal{G}$ oraz promienia orbity (np. zapisanie wyrażenia na $T_{\mathcal{C}}$ jak w kroku 2. w sposobach 1.–3.)

*LUB*

– wyprowadzenie wyrażenia pozwalającego bezpośrednio obliczyć stosunek okresów $T_{\mathcal{C}}$ (pewnego ciała $\mathcal{C}$ obiegającego gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) i $T_{\mathcal{Z}}$ za pomocą tylko $a$, $a_{\mathcal{Z}}$, $M_{\mathcal{G}}$ oraz $M_{\mathcal{S}}$ (np. zapisanie wyrażenia na $\frac{T_{\mathcal{C}}}{T_{\mathcal{Z}}}$ jak w ostatnim etapie kroku 2. w sposobie 1.).

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na pewne ciało $\mathcal{C}$ (obiegające gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne) oraz uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyśpieszenia) (np. jak w kroku 1. w sposobie 1. lub w sposobie 2.)

*LUB*

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną (pewnego ciała $\mathcal{C}$ obiegającego gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$), łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity (np. jak w kroku 1. w sposobie 3.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Wykorzystamy wskazówkę (1): okres obiegu ciała po orbicie eliptycznej o półosi wielkiej równej $a$ jest równy okresowi obiegu ciała po orbicie kołowej o promieniu $r = a$. Rozważmy więc hipotetyczne ciało $\mathcal{C}$ poruszające się po orbicie kołowej o promieniu $r = a$. Wtedy:

$$T_{\mathcal{C}} = T_{\mathcal{N}}$$

Sposób 1. (z wykorzystaniem parametrów ruchu orbitalnego Ziemi)

*Krok 1.* Wyznaczymy związek między okresem $T_{\mathcal{C}}$ obiegu ciała $\mathcal{C}$ po orbicie kołowej a masą $M_{\mathcal{G}}$ gwiazdy $\mathcal{G}$. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_{\mathcal{C}}\frac{v_{\mathcal{C}}^2}{a} = \frac{Gm_{\mathcal{C}}M_{\mathcal{G}}}{a^2}$$

*Krok 2.* Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_{\mathcal{C}} = \frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez $m_{\mathcal{C}}$. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy okres $T_{\mathcal{C}}$:

$$\frac{\left(\frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}\right)^2}{a} = \frac{GM_{\mathcal{G}}}{a^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 a}{{T_{\mathcal{C}}}^2} = \frac{GM_{\mathcal{G}}}{a^2} \quad \rightarrow \quad T_{\mathcal{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_{\mathcal{G}}}}$$

Podobnie można wyznaczyć okres obiegu Ziemi dookoła Słońca:

$$T_{\mathcal{Z}} = 2\pi\sqrt{\frac{a_{\mathcal{Z}}^3}{GM_{\mathcal{S}}}}$$

Obliczenia ułatwi wskazówka (2) zamieszczona do zadania 3.3. Obliczymy stosunek okresów $T_{\mathcal{C}}$ i $T_{\mathcal{Z}}$ z wykorzystaniem parametrów ruchu orbitalnego Ziemi:

$$\frac{T_{\mathcal{C}}}{T_{\mathcal{Z}}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_{\mathcal{G}}}}}{2\pi\sqrt{\frac{a_{\mathcal{Z}}^3}{GM_{\mathcal{S}}}}} = \frac{\sqrt{\frac{a^3}{M_{\mathcal{G}}}}}{\sqrt{\frac{a_{\mathcal{Z}}^3}{M_{\mathcal{S}}}}} = \sqrt{\frac{a^3}{M_{\mathcal{G}}}\cdot\frac{M_{\mathcal{S}}}{a_{\mathcal{Z}}^3}} = \sqrt{\left(\frac{a}{a_{\mathcal{Z}}}\right)^3\cdot\frac{M_{\mathcal{S}}}{M_{\mathcal{G}}}}$$

*Krok 3.* Podstawimy dane do otrzymanego ilorazu okresów i obliczymy $T_{\mathcal{C}}$:

$$\frac{T_{\mathcal{C}}}{1\text{ rok}} = \sqrt{6^3\cdot\frac{1}{2}} \approx 10{,}4 \quad \rightarrow \quad T_{\mathcal{C}} \approx 10{,}4\text{ lat}$$

Ponieważ $T_{\mathcal{C}} = T_{\mathcal{N}}$, zatem

$$T_{\mathcal{N}} \approx 10{,}4\text{ lat}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem masy Słońca i jednostki astronomicznej podanych w tablicach)

*Krok 1.* Wyznaczymy związek między okresem $T_{\mathcal{C}}$ obiegu ciała $\mathcal{C}$ po orbicie kołowej a masą $M_{\mathcal{G}}$ gwiazdy $\mathcal{G}$. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_{\mathcal{C}}\frac{v_{\mathcal{C}}^2}{a}=\frac{Gm_{\mathcal{C}}M_{\mathcal{G}}}{a^2}$$

*Krok 2.* Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_{\mathcal{C}}=\frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez $m_{\mathcal{C}}$. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy okres $T_{\mathcal{C}}$:

$$\frac{\left(\frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}\right)^2}{a}=\frac{GM_{\mathcal{G}}}{a^2}\qquad\rightarrow\qquad\frac{4\pi^2 a}{{T_{\mathcal{C}}}^2}=\frac{GM_{\mathcal{G}}}{a^2}\qquad\rightarrow\qquad T_{\mathcal{C}}=2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_{\mathcal{G}}}}$$

*Krok 3.* Do otrzymanego wyrażenia podstawiamy dane z treści zadania oraz z *Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki:*

$$T_{\mathcal{C}}=2\cdot 3{,}142\sqrt{\frac{(6\cdot 1{,}50\cdot 10^{11}\ \mathrm{m})^3}{6{,}67\cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\cdot 2\cdot 1{,}99\cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}}}$$

Wykonujemy obliczenia:

$$T_{\mathcal{C}}=6{,}284\sqrt{27{,}46\cdot 10^{14}}\ \mathrm{s}\approx 32{,}9\cdot 10^7\ \mathrm{s}$$

$$T_{\mathcal{C}}\approx\frac{32{,}9\cdot 10^7\ \mathrm{s}}{3{,}6\cdot 10^3\cdot 2{,}4\cdot 10^1\cdot 3{,}65\cdot 10^2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{rok}}}\approx 1{,}04\cdot 10^1\ \text{lat}\approx 10{,}4\ \text{lat}$$

Ponieważ $T_{\mathcal{C}}=T_{\mathcal{N}}$, zatem

$$T_{\mathcal{N}}\approx 10{,}4\ \text{lat}$$

Sposób 3. (z wykorzystaniem wzoru na prędkość orbitalną)

*Krok 1.* Wyznaczymy związek między okresem $T_{\mathcal{C}}$ obiegu ciała $\mathcal{C}$ po orbicie kołowej a masą $M_{\mathcal{G}}$ gwiazdy $\mathcal{G}$. Skorzystamy z gotowego wzoru na prędkość ciała $\mathcal{C}$ w ruchu po orbicie kołowej o promieniu $r=a$ oraz zastosujemy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu.

$$v_{\mathcal{C}}=\sqrt{\frac{GM_{\mathcal{G}}}{a}}\qquad\text{oraz}\qquad v_{\mathcal{C}}=\frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}$$

*Krok 2.* Z powyższych równań wyznaczymy $T_{\mathcal{C}}$:

$$\frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}=\sqrt{\frac{GM_{\mathcal{G}}}{a}}\qquad\rightarrow\qquad\frac{4\pi^2 a^2}{{T_{\mathcal{C}}}^2}=\frac{GM_{\mathcal{G}}}{a}\qquad\rightarrow\qquad T_{\mathcal{C}}=2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_{\mathcal{G}}}}$$

*Krok 3.* Okres obliczamy podobnie jak w sposobie 1. lub sposobie 2.

## Zadanie 4.1. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z […] diagramów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […].<br>X.1) analizuje rozchodzenie się […] dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych;<br>X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

A1

## Zadanie 4.2. (0–4)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.<br><br>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych;<br>I.7) wyodrębnia z […] diagramów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […].<br>X.1) analizuje rozchodzenie się […] dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych;<br>X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska. |

**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości głośnika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką $v \approx 68\ \mathrm{m/s}$.

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia oraz zapisanie związku $1{,}5 \approx \frac{v_d+v}{v_d-v}$ (lub w postaci równoważnej z prawidłowo zidentyfikowanymi prędkościami), tzn.: wykorzystanie wzorów Dopplera (albo metody jak w sposobie 3. rozwiązania) z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami oraz zastosowanie związku falowego oraz obliczenie ilorazu częstotliwości odbieranych przez mikrofony na podstawie obrazu powierzchni fazowych.

2 pkt – obliczenie ilorazu częstotliwości odbieranych przez mikrofony na podstawie obrazu powierzchni fazowych i związku falowego: $\frac{f_1}{f_2} \approx 1{,}5$

*LUB*

– poprawne wyprowadzenie wzoru $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_d+v}{v_d-v}$ (lub równoważnego), tzn.: wykorzystanie wzorów Dopplera z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami oraz zastosowanie związku falowego albo zastosowanie metody jak w sposobie 3. rozwiązania.

1 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem $f_1$ oraz $f_2$

*LUB*

– wyprowadzenie lub zapisanie związku $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ (lub równoważnego)

*LUB*

– obliczenie ilorazu długości fal na podstawie obrazu powierzchni fazowych: $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 1{,}5$

*LUB*

– zapisanie wzorów na długości fali dźwiękowej w kierunku mikrofonów M1 i M2, np.: $\lambda_1 = \lambda_0 - vT$ , $\lambda_2 = \lambda_0 + vT$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Sposób 1. (z wykorzystaniem dokładnych wzorów Dopplera)

Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz wyznaczonego ze wzorów Dopplera i związku falowego.

Zapiszemy wzory Dopplera na częstotliwość $f_1$, jaką rejestruje mikrofon M1, gdy głośnik zbliża się do niego oraz na częstotliwość $f_2$, jaką rejestruje mikrofon M2, gdy głośnik oddala się od niego. Ze wzorów tych wyznaczymy iloraz częstotliwości:

$$1)\quad \begin{cases} f_1 = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d - v} \\ f_2 = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad 2)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

gdzie $v$ jest wartością prędkości, z jaką głośnik zbliża się do M1 i jednocześnie oddala się od M2. Ze związków falowych wyprowadzimy wzór na iloraz długości fal:

$$3)\quad \begin{cases} v_d = f_1\lambda_1 \\ v_d = f_2\lambda_2 \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

gdzie $\lambda_1$ i $\lambda_2$ są odpowiednio długościami fali dźwiękowej docierającej do M1 i fali dźwiękowej docierającej do M2. Zmierzymy długości fal na rysunku i obliczymy ich iloraz (równy ilorazowi długości fal w rzeczywistości). Długości fal mierzymy wzdłuż prostej $l$ między powierzchniami fazowymi (można zmierzyć dokładniej – np. na 4 długościach):

$$5)\quad \lambda_{1\,Rys} \approx \frac{3{,}2\ \text{cm}}{4} \approx 0{,}8\ \text{cm} \qquad \lambda_{2\,Rys} \approx \frac{4{,}75\ \text{cm}}{4} \approx 1{,}2\ \text{cm}$$

$$6)\quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_{2\,Rys}}{\lambda_{1\,Rys}} \approx \frac{1{,}2\ \text{cm}}{0{,}8\ \text{cm}} \approx \frac{1{,}2}{0{,}8} \approx 1{,}5$$

Wartość ilorazu 6) (długości fal) podstawiamy w miejsce prawej strony równania 4):

$$7)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 1{,}5$$

Wartość ilorazu 7) (długości częstotliwości) podstawiamy w miejsce lewej strony równania 2). Otrzymane w ten sposób równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy prędkość głośnika:

$$8)\quad 1{,}5 \approx \frac{v_d + v}{v_d - v} \quad \rightarrow \quad 1{,}5v_d - 1{,}5v \approx v_d + v \quad \rightarrow \quad 0{,}5v_d \approx 2{,}5v$$

$$9)\quad v \approx \frac{v_d}{5} \quad \rightarrow \quad 10)\quad v \approx \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5} \approx 68\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem przybliżonych wzorów Dopplera)

Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz wyznaczonego ze wzorów Dopplera i związku falowego.

Z obrazu powierzchni falowych wnioskujemy, że prędkość głośnika jest znacznie mniejsza od prędkości dźwięku. Dlatego użyjemy przybliżonych wzorów Dopplera. Zapiszemy przybliżone wzory Dopplera na częstotliwość $f_1$, jaką rejestruje mikrofon M1, gdy głośnik zbliża się do niego oraz na częstotliwość $f_2$, jaką rejestruje mikrofon M2, gdy głośnik oddala się od niego. Ze wzorów tych wyznaczymy iloraz częstotliwości:

$$1)\quad \begin{cases} f_1 \approx f_0 \cdot \left(1 + \dfrac{v}{v_d}\right) \\ f_2 \approx f_0 \cdot \left(1 - \dfrac{v}{v_d}\right) \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

Ciąg dalszy rozwiązania jest taki sam, jak w sposobie 1.

Sposób 3. (bez użycia wzorów Dopplera)

Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz związku falowego.

Niech $\lambda_1$ i $\lambda_2$ będą długościami fali dźwiękowej docierającej odpowiednio do mikrofonów M1 i M2. Oznaczymy też jako $\lambda_0$ długość fali, jaka byłaby emitowana z nieruchomego głośnika. Ponieważ głośnik porusza się w kierunku mikrofonu M1, to porusza się także w kierunku powierzchni falowej wysłanej do tego mikrofonu (głośnik „goni” wysyłane przez siebie fale w kierunku M1). Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle głośnik po czasie jednego

okresu (swoich drgań) w kierunku M1, będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s = vT$. Z drugiej strony głośnik oddala się od powierzchni falowej wysłanej w kierunku mikrofonu M2. Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle głośnik po czasie jednego okresu w kierunku M2, będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s = vT$. Stąd otrzymujemy:

$$1)\quad \begin{cases}\lambda_1 = \lambda_0 - vT \\ \lambda_2 = \lambda_0 + vT\end{cases} \qquad \rightarrow \qquad 2)\quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_0 - vT}{\lambda_0 + vT} = \frac{1 - \frac{vT}{\lambda_0}}{1 + \frac{vT}{\lambda_0}}$$

Ze związku falowego otrzymamy:

$$3)\quad v_d = \frac{\lambda_0}{T} \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad \frac{1}{v_d} = \frac{T}{\lambda_0}$$

Na podstawie równań 2) i 4) otrzymujemy:

$$5)\quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1 - \frac{v}{v_d}}{1 + \frac{v}{v_d}} \qquad \rightarrow \qquad 6)\quad v = \frac{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} + 1} v_d$$

Zmierzymy na rysunku długości fal. Iloraz długości fal w rzeczywistości i na rysunku jest taki sam, zatem:

$$7)\quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_{2\,Rys}}{\lambda_{1\,Rys}} \approx \frac{1{,}2\ \text{cm}}{0{,}8\ \text{cm}} \approx \frac{1{,}2}{0{,}8} \approx 1{,}5$$

Zależność 7) podstawimy do równania 6) i obliczymy prędkość głośnika:

$$v = \frac{1{,}5 - 1}{1{,}5 + 1} \cdot 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 68\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## Zadanie 4.3. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>X.3) opisuje zależność natężenia […] fali kulistej od odległości od punktowego źródła. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

D

## Zadanie 5.1. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.17) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.<br>IX.6) [szkoła podstawowa] opisuje jakościowo zjawisko załamania światła na granicy dwóch ośrodków różniących się prędkością rozchodzenia się światła; wskazuje kierunek załamania;<br>IX.10) [szkoła podstawowa] opisuje światło białe jako mieszaninę barw i ilustruje to rozszczepieniem światła w pryzmacie. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

## Zadanie 5.2. (0–4)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.<br><br>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem.<br>X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny. |

**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu oraz kąta $\alpha_3$, prawidłowe wyniki liczbowe, porównanie obu kątów oraz zapisanie poprawnego wniosku: *Promień światła nie wyjdzie przez powierzchnię BC*.

3 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $\alpha_g \approx 36{,}8°$ oraz zapisanie związku pozwalającego obliczyć $\alpha_3$: $60° + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180°$.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia współczynnika załamania światła dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $n \approx 1{,}67$
*LUB*
– poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $\alpha_g \approx 36{,}8°$

*LUB*

– zapisanie związku $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć $\alpha_g$: $\sin\alpha_g = \frac{1}{n}$ (zapis może być w postaci jednego równania: $\sin\alpha_g = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$) oraz zapisanie związku pozwalającego obliczyć $\alpha_3$: $60° + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180°$.

1 pkt – zapisanie strategii rozwiązania polegającej na porównaniu kąta $\alpha_3$ z kątem granicznym $\alpha_g$ dla materiału pryzmatu

*LUB*

– zapisanie związku $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n$ oraz poprawne obliczenie co najmniej jednego kąta lub wartości jednego z sinusów

*LUB*

– zapisanie związku $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć $\alpha_3$: $60° + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180°$

*LUB*

– zapisanie związku $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć $\alpha_g$: $\sin\alpha_g = \frac{1}{n}$ (zapis może być w postaci jednego równania: $\sin\alpha_g = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Żeby rozstrzygnąć, czy promień wyjdzie na zewnątrz pryzmatu przez powierzchnię $BC$, należy ustalić, czy kąt $\alpha_3$ jest większy, czy mniejszy od kąta granicznego $\alpha_g$ dla materiału pryzmatu. Jeśli okaże się, że $\alpha_3 > \alpha_g$, to nastąpi całkowite wewnętrzne odbicie od powierzchni $BC$, a jeśli $\alpha_3 < \alpha_g$, to promień przejdzie na zewnątrz pryzmatu. Żeby ustalić tę relację, należy obliczyć $\alpha_3$.

1. Obliczymy kąty $\alpha_1$ oraz $\alpha_2$. W tym celu na podstawie rysunku obliczymy tangensy tych kątów i następnie użyjemy kalkulatora naukowego:

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{15}{19} \approx 0{,}790 \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \alpha_1 \approx 38{,}3°$$

$$\mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{10}{25} = 0{,}4 \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \alpha_2 \approx 21{,}8°$$

2. Obliczymy współczynnik załamania światła ($n$) dla materiału pryzmatu i następnie kąt graniczny ($\alpha_g$):

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n \quad \rightarrow \quad n \approx \frac{\sin 38{,}3°}{\sin 21{,}8°} \approx 1{,}67$$

$$\sin\alpha_g = \frac{1}{n} \approx 0{,}599 \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \alpha_g \approx 36{,}8°$$

3. Obliczymy kąt $\alpha_3$. W tym celu wykorzystamy podstawowe związki geometryczne:

$$\measuredangle ACB + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180°$$

$$60° + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180° \quad \rightarrow \quad 60° - 21{,}8° - \alpha_3 = 0$$

$$\alpha_3 = 38{,}2°$$

4. Porównujemy kąty i formułujemy wniosek:

$$\alpha_3 > \alpha_g$$

Promień światła nie wyjdzie przez powierzchnię BC, tylko ulegnie całkowitemu wewnętrznemu odbiciu.

## Zadanie 5.3. (0–2)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>II.14) […] interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu i popędem siły.<br>XI.1) opisuje dualizm korpuskularno-falowy światła; stosuje pojęcie fotonu […];<br>XI.4) posługuje się pojęciem pędu fotonu; stosuje zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy; opisuje odrzut atomu emitującego kwant światła. |

### Zasady oceniania

2 pkt – poprawna konstrukcja kierunku i zwrotu siły $\vec{F}_{św}$, z jaką impuls światła działa na ośrodek w punkcie $G$: tzn. prawidłowe wyznaczenie kierunku i zwrotu wektora różnicy pędów oraz narysowanie i podpisanie wektora przeciwnego (do wektora różnicy pędów).

1 pkt – poprawna konstrukcja kierunku i zwrotu siły, z jaką ośrodek działa na impuls światła w punkcie $G$: (tzn. wystarczy prawidłowe wyznaczenie kierunku i zwrotu wektora różnicy pędów).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązanie

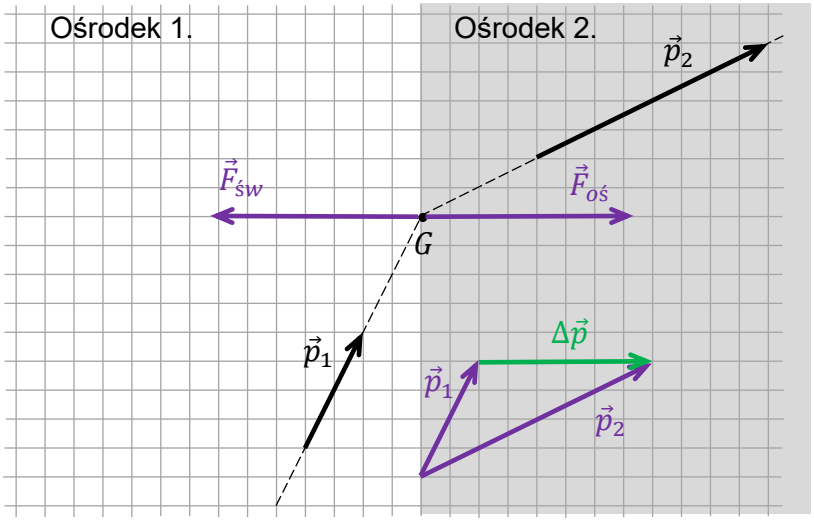
Najpierw wyznaczymy kierunek i zwrot siły $\vec{F}_{oś}$, z jaką materia ośrodka działa na impuls światła w punkcie $G$. Wykorzystamy korpuskularną naturę światła oraz fakt, o którym mówi II zasada dynamiki, że zmiana wektora pędu podzielona przez czas jest równa sile. Zatem wektor różnicy pędów impulsu światła ma kierunek i zwrot taki sam jak wektor siły (oddziaływania materii ośrodka na impuls światła):

Skoro $\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_{oś}$ to $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 \propto \vec{F}_{oś}$

Następnie skorzystamy z III zasady dynamiki: siła, z jaką impuls światła działa na punkt materii ośrodka, ma kierunek i zwrot przeciwny do siły, z jaką punkt materii ośrodka działa na impuls światła:

$$\vec{F}_{św} = -\vec{F}_{oś}$$

*[Konstrukcję na rysunku oznaczono kolorem fioletowym i kolorem zielonym.]*




**Zadanie 6.1. (0–2)**

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].<br>VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów;<br>VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

FFP

## Zadanie 6.2. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].<br>VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego;<br>VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

C2

## Zadanie 6.3. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.<br><br>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].<br>VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów;<br>VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego. |

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \to C$ ciepło jest pobierane (oparta na porównaniu przemian $A \to C$ oraz $A \to D$): poprawne porównanie ubytków energii wewnętrznych (lub energii wewnętrznych końcowych) oraz prac w obu przemianach, powołanie się na fakt, że w przemianie $A \to D$ nie ma wymiany ciepła oraz poprawne wnioskowanie o tym, że ciepło musi być pobrane.

2 pkt – zauważenie i zapisanie, że końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \to C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$ (albo równoważnie, że ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \to C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$) oraz zauważenie i zapisanie, że praca siły parcia w przemianie $A \to C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \to D$.

1 pkt – zauważenie i zapisanie, że końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \to C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$
*LUB*
– zauważenie i zapisanie, że ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \to C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$
*LUB*
– zauważenie i zapisanie, że praca siły parcia w przemianie $A \to C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \to D$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**
(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \to C$ ciepło jest pobierane (oparta na porównaniu przemian $A \to C$ oraz $A \to D$): zapisanie I zasady termodynamiki dla obu przemian, poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych oraz prac w obu przemianach, poprawne wykonanie odpowiednich przekształceń i wykazanie, że $Q_{AC} > 0$.

2 pkt – poprawne zapisanie I zasady termodynamiki dla przemian $A \to C$ oraz $A \to D$ (np. jak w równaniach 1) i 2)) – z uwzględnieniem konwencji znaków dla ciepła i pracy – oraz poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych i prac w przemianach $A \to C$ oraz $A \to D$ (np. jak w nierównościach 3) i 4)).

1 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla przemian $A \to C$ oraz $A \to D$ (np. jak w równaniach 1) i 2))
*LUB*
– poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych i prac w przemianach $A \to C$ oraz $A \to D$ (np. jak w nierównościach 3) i 4))
*LUB*
– poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla jednej z przemian $A \to C$ albo $A \to D$ oraz poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych albo prac w przemianach $A \to C$ oraz $A \to D$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**
(dla rozwiązania sposobem 3.)

3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \to C$ ciepło jest pobierane (oparta na analizie cyklu $A \to C \to D \to A$): zapisanie I zasady termodynamiki dla cyklu $A \to C \to D \to A$, poprawne porównanie prac w obu przemianach $A \to C$ i $D \to A$, poprawne wykonanie odpowiednich przekształceń i wykazanie, że $Q_{AC} > 0$.

2 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla cyklu $A \to C \to D \to A$ z uwzględnieniem konwencji znaków dla ciepła i pracy oraz z uwzględnieniem, że $W_{CD} = 0$ (np. jak w równaniu 1) albo 2)) oraz poprawne porównanie prac w przemianach $A \to C$ i $D \to A$ (np. jak w nierówności 3)).

1 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla cyklu $A \to C \to D \to A$ z uwzględnieniem, że $W_{CD} = 0$
*LUB*

– poprawne porównanie prac w przemianach $A \to C$ i $D \to A$ (np. jak w nierówności 3)) oraz zapisanie, że $W_{CD} = 0$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Sposób 1. (wyjaśnienie słowne – porównanie przemiany $A \to C$ z przemianą $A \to D$)

*Spostrzeżenie 1.*

Zauważmy, że gaz w stanie C ma większą temperaturę niż gaz w stanie D (na mocy równania stanu). To oznacza, że gaz w stanie C ma większą energię wewnętrzną niż gaz w stanie D (na mocy wzoru na energię wewnętrzną).

*Wniosek 1.*

Zatem końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \to C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$.

Równoważnie powyższemu powiemy, że ubytek (utrata) energii wewnętrznej w przemianie $A \to C$ jest mniejszy od ubytku (utraty) energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$.

*Spostrzeżenie 2.*

Zauważmy, że praca siły parcia w przemianie $A \to C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \to D$ (na mocy porównania pól pod wykresami).

*Spostrzeżenie 3.*

W przemianie adiabatycznej $A \to D$ zmiana energii wewnętrznej następuje tylko w formie pracy wykonanej przez siłę parcia (ciepło nie jest wymieniane z otoczeniem)

*Wniosek 2.*

Utrata energii wewnętrznej w formie pracy w przemianie $A \to C$ jest większa od utraty energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$.

*Wniosek końcowy*

Skoro ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \to C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$ (wniosek 1.), ale z drugiej strony ubytek energii wewnętrznej w formie pracy w przemianie $A \to C$ jest większy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$ (wniosek 2.) to oznacza, że w przemianie $A \to C$ musi być dodatkowo pobrana energia w postaci ciepła.

Sposób 2. (dowód algebraiczny – porównanie przemiany $A \to C$ z przemianą $A \to D$)

*Krok 1.* Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla przemiany $A \to C$. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona przez gaz (w jakiejkolwiek formie) ma znak ujemny. W przemianie $A \to C$ gaz się rozpręża, zatem praca jest ujemna. Ponadto temperatura gazu maleje, ponieważ $p_A v_A > p_C V_C$. Zatem energia wewnętrzna maleje także. Zgodnie z konwencją mamy:

$$1) \quad -|\Delta U_{AC}| = Q_{AC} - |W_{AC}|$$

*Krok 2.* Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla przemiany $A \to D$. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona przez gaz (w jakiejkolwiek formie) ma znak ujemny. W przemianie $A \to D$ gaz się rozpręża, zatem praca jest ujemna. Ponadto temperatura gazu maleje, ponieważ $p_A v_A > p_D V_D$. Zatem energia wewnętrzna maleje także. Jest to przemiana adiabatyczna, zatem ciepło wymienione w tej przemianie z otoczeniem wynosi zero. Zgodnie z konwencją mamy:

$$2) \quad -|\Delta U_{AD}| = 0 - |W_{AD}|$$

*Krok 3.* Porównajmy pracę i zmianę energii wewnętrznej w obu przemianach. Zauważmy, że temperatura w przemianie $A \to D$ maleje bardziej (spada o większą wartość) niż w przemianie $A \to C$ ($p_D V_D < p_C V_C$), zatem :

$$3) \quad |\Delta U_{AD}| > |\Delta U_{AC}|$$

Wartość bezwzględna pracy wykonanej przez gaz w przemianie $A \to C$ jest większa niż w przemianie $A \to D$ (pole pod wykresem $A \to C$ jest większe od pola pod $A \to D$):

$$4) \quad |W_{AC}| > |W_{AD}|$$

Określimy znak $Q_{AB}$. W tym celu odejmiemy stronami równania 1) i 2). Dla ustalenia uwagi weźmiemy w nawiasy wyrażenia zwierające prace i energie wewnętrze:

$$5) \quad -|\Delta U_{AC}| + |\Delta U_{AD}| = Q_{AC} - |W_{AC}| + |W_{AD}|$$

$$(|\Delta U_{AD}| - |\Delta U_{AC}|) = Q_{AC} + (|W_{AD}| - |W_{AC}|)$$

Na mocy nierówności 3) wyrażenie w pierwszym nawiasie (po lewej) jest dodatnie. Na mocy nierówności 4) wyrażenie w nawiasie po prawej jest ujemne, co symbolicznie zapiszemy:

$$+|X| = Q_{AC} - |Y| \qquad \text{zatem} \qquad Q_{AC} = |X| + |Y| > 0$$

Ponieważ $Q_{AC} > 0$, to zgodnie z konwencją ciepło w tej przemianie jest pobierane.

Sposób 3. (analiza cyklu $A \to C \to D \to A$)

Przeanalizujemy cykl kołowy $A \to C \to D \to A$, w którym $C \to D$ jest przemianą izochoryczną ($W_{CD} = 0$), $D \to A$ jest przemianą adiabatyczną ($Q_{DA} = 0$). Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla tego cyklu, po uwzględnieniu, że ($\Delta U_{ACDA} = 0$):

$$0 = W_{calk} + Q_{calk}$$

Pracę i ciepło wymienione z otoczeniem w całym cyklu rozpiszemy na poszczególne przemiany. Użyjemy konwencji, zgodnie z którą energia tracona przez gaz (w jakiejkolwiek formie) jest ujemna, a zyskiwana – dodatnia: w przemianie $A \to C$ gaz się rozpręża (traci energię w formie pracy), zatem praca jest ujemna, w przemianie $D \to A$ gaz jest sprężany (zyskuje energię w formie pracy), zatem praca jest dodatnia. W przemianie $C \to D$ ciśnienie gazu maleje, zatem maleje temperatura i gaz oddaje ciepło (traci energię w postaci ciepła):

$$1) \quad 0 = -|W_{AC}| + |W_{DA}| + Q_{AC} - |Q_{CD}|$$

Z powyższego równania wyznaczymy ciepło w przemianie $A \to C$ i określimy jego znak:

$$2) \quad Q_{AC} = |W_{AC}| - |W_{DA}| + |Q_{CD}|$$

Z twierdzenia o pracy jako polu pod wykresem $p(V)$ wynika, że:

3) $|W_{AC}| > |W_{DA}|$

zatem

4) $Q_{AC} = |W_{AC}| - |W_{DA}| + |Q_{CD}| > 0$

Ponieważ $Q_{AC} > 0$, to zgodnie z przyjętą konwencją ciepło w przemianie $A \to C$ jest pobrane.

**Zadanie 6.4. (0–2)**

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.<br><br>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […].<br>VI.7) […] rozróżnia przemiany: izotermiczną […];<br>VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawna metoda obliczenia $p_Y$ oraz zapisanie prawidłowego wyniku: $p_Y \approx 3{,}2 \cdot p_1$.

1 pkt – zapisanie równania, zawierającego $p_Y$, wynikającego z własności przemiany izotermicznej $A \to B$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Przemiana $A \to B$ jest izotermiczna. W przemianie izotermicznej $pV = \text{const}$, zatem:

1) $p_A V_A = p_Y V_Y$

Współrzędne punktu $Y$ (leżącego na wierzchołku hiperboli) można zapisać:

2) $Y = (V_Y, p_Y) = (kV_1, kp_1)$

dla pewnej liczby $k$. Podstawimy współrzędne punktów $A$ oraz $Y$ do równania 1):

3) $5p_1 \cdot 2V_1 = kV_1 \cdot kp_1$

Z równania 3) wyznaczymy $k$:

$10 = k^2 \quad \to \quad k = \sqrt{10} \approx 3{,}2$

Zatem ciśnienie gazu w stanie $Y$ wynosi:

$p_Y \approx 3{,}2 \cdot p_1$

## Zadanie 7.1. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. | Zdający:<br>IV.9) [szkoła podstawowa] rozróżnia i nazywa zmiany stanów skupienia; analizuje zjawiska topnienia […] jako procesy, w których dostarczenie energii w postaci ciepła nie powoduje zmiany temperatury;<br>IV.5) [szkoła podstawowa] analizuje jakościowo związek między temperaturą a średnią energią kinetyczną (ruchu chaotycznego) cząsteczek;<br>VI.6) opisuje skokową zmianę energii wewnętrznej w przemianach fazowych. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Pełne rozwiązanie**

A3

## Zadanie 7.2. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.<br><br>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>VI.2) rozróżnia przekaz energii w postaci ciepła między układami o różnych temperaturach i przekaz energii w formie pracy;<br>VI.3) posługuje się pojęciem energii wewnętrznej; analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii;<br>VI.5) wykorzystuje pojęcie ciepła właściwego oraz ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda obliczenia temperatury początkowej wody oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – spełnienie warunków za 1 pkt, zapisanie wszystkich ciepeł ze znakami zgodnie z przyjętą konwencją oraz zastosowanie wzorów na ciepła i prawidłowe podstawienie wszystkich danych.

1 pkt – zapisanie bilansu cieplnego z uwzględnieniem: ciepła pobranego przy ogrzewaniu lodu, ciepła pobranego przy stopieniu lodu, ciepła pobranego przy ogrzewaniu wody z lodu, ciepła oddanego przez wodę i ciepła oddanego przez cały układ.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Wprowadzimy oznaczenia dla danych i szukanych:

$T_l = -5\ ℃$ – temperatura początkowa bloku lodu.

$T_w = 55\ ℃$ – temperatura początkowa wody.

$T = ?$ – temperatura końcowa wody

$m_l = 0{,}43\ \mathrm{kg}$ – masa bloku lodu oraz masa wody powstałej ze stopionego lodu.

$m_w = 1{,}5\ \mathrm{kg}$ – masa początkowa wody.

$Q_{odd} = 60\ \mathrm{kJ}$ – ciepło oddane do otoczenia przez układ.

Układ woda – lód oddaje ciepło do otoczenia, nie jest wykonana praca nad tym układem, układ nie wykonuje pracy – zatem zmiana energii wewnętrznej całego układu jest równa ciepłu oddanemu. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona w formie ciepła przez układ lub podukład ma znak ujemny:

$$\Delta U_{układu} = -|Q_{odd}|$$

Z drugiej strony, zmiana energii wewnętrznej układu jest równa sumie zmian energii wewnętrznej jego części (lodu oraz wody powstałej z lodu, wody), zatem:

$$\Delta U_{lodu\ i\ wody\ z\ lodu} + \Delta U_{wody} = -|Q_{odd}|$$

Zmiana energii wewnętrznej lodu i wody powstałej z lodu następuje wskutek pobrania ciepła (lód się ogrzewa, topi, woda z lodu się ogrzewa), natomiast zmiana energii wewnętrznej wody następuje wskutek oddania ciepła (woda się chłodzi). Zgodnie z konwencją mamy:

$$|Q_{ogrzanie\ lodu}| + |Q_{stopienie\ lodu}| + |Q_{ogrzanie\ wody\ z\ lodu}| - |Q_{chłodzenie\ wody}| = -|Q_{odd}|$$

Wykorzystamy pojęcie ciepła właściwego oraz pojęcie ciepła przemiany fazowej w powyższym bilansie cieplnym:

$$m_l c_l |0\ ℃ - (-5\ ℃)| + m_l L + m_l c_w |T - 0\ ℃| - m_w c_w |T - 55\ ℃| = -|Q_{odd}|$$

Podstawimy dane liczbowe z treści zadania i wykonamy obliczenia. Jednostką każdego składnika w powyższym wyrażeniu jest dżul, zatem:

$$0{,}43 \cdot 2\,050 \cdot 5\ \mathrm{J} + 0{,}43 \cdot 334\,000\ \mathrm{J} + 0{,}43 \cdot 4\,200 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{℃} - 1{,}5 \cdot 4\,200 \cdot (55\ ℃ - T)\ \frac{\mathrm{J}}{℃} = -60\,000\ \mathrm{J}$$

$$208\,027{,}5\ \mathrm{J} + 1\,806 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{℃} - 6\,300 \cdot (55\ ℃ - T)\ \frac{\mathrm{J}}{℃} = 0$$

$$208\,027{,}5\ \mathrm{J} + 1\,806 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{℃} - 346\,500\ \mathrm{J} + 6\,300 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{℃} = 0$$

$$8\,106 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{℃} = 138\,472{,}5\ \mathrm{J}$$

$$T \approx 17{,}1\ ℃$$

## Zadanie 8.1. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.<br><br>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.5) […] wykonuje graficznie działania na wektorach ([…], rozkładanie na składowe).<br>VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego.<br>IX.6) [zakres podstawowy] […] opisuje światło jako falę elektromagnetyczną; opisuje polaryzację światła wynikającą z poprzecznego charakteru fali;<br>IX.12) opisuje jakościowo […] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzatory w obu przypadkach: tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{B}}$ w doświadczeniu 1. i poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ najpierw na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{C}}$ a następnie na $P_{\mathcal{B}}$ w doświadczeniu 2.

1 pkt – poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzator w doświadczeniu 1. (słownie lub graficznie na rysunku): tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{B}}$ w doświadczeniu 1. oraz stwierdzenie, że rzut ten wynosi zero (lub, że wektor nie ma składowej w kierunku $P_{\mathcal{B}}$)

*LUB*

– poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzatory w doświadczeniu 2. (słownie lub graficznie na rysunku): tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{C}}$, a następnie analiza rzutu tak otrzymanego wektora na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{B}}$ oraz stwierdzenie, że wynik takiego rzutowania jest różny od zera.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Przez polaryzator o określonej płaszczyźnie polaryzacji przechodzą te składowe wektora amplitudy fali elektromagnetycznej, które są w kierunku płaszczyzny polaryzacji.

W doświadczeniu 1. światło po przejściu przez polaryzator $\mathcal{A}$ pada bezpośrednio na polaryzator $\mathcal{B}$. Ponieważ $P_{\mathcal{A}} \perp P_{\mathcal{B}}$ to także $\vec{E}_{\mathcal{A}} \perp P_{\mathcal{B}}$. Zatem wektor amplitudy fali elektromagnetycznej nie ma składowej w kierunku $P_{\mathcal{B}}$ (wektor nie posiada składowej w kierunku prostopadłym).

To oznacza, że światło nie przejdzie przez polaryzator $\mathcal{B}$ ($\vec{E}_{\mathcal{B}} = 0$).

W doświadczeniu 2. światło po przejściu przez polaryzator $\mathcal{A}$ pada najpierw na polaryzator $\mathcal{C}$. Ponieważ płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{A}}$ i $P_{\mathcal{C}}$ nie są prostopadłe, to rzut wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na $P_{\mathcal{C}}$

jest różny od zera i wynosi $\vec{E}_{\mathcal{C}}$. Po przejściu przez $\mathcal{C}$ światło o zmienionej polaryzacji pada na polaryzator $\mathcal{B}$. Ponieważ płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{C}}$ i $P_{\mathcal{B}}$ także nie są prostopadłe, to rzut wektora $\vec{E}_{\mathcal{C}}$ na $P_{\mathcal{B}}$ jest różny od zera i wynosi $\vec{E}_{\mathcal{B}}$. Zatem przez $\mathcal{B}$ przechodzi światło – fala elektromagnetyczna o wektorze amplitudy $\vec{E}_{\mathcal{B}} \neq 0$.

**Zadanie 8.2. (0–3)**

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.5) […] wykonuje graficznie działania na wektorach ([…] rozkładanie na składowe).<br>VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego.<br>IX.6) [zakres podstawowy] […] opisuje światło jako falę elektromagnetyczną; opisuje polaryzację światła wynikającą z poprzecznego charakteru fali;<br>IX.12) opisuje jakościowo […] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych.<br>X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m$^2$) oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{I_{\mathcal{B}}}{I_{\mathcal{A}}}$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

2 pkt – zapisanie związku $\frac{I_{\mathcal{B}}}{I_{\mathcal{A}}} = \frac{E_{\mathcal{B}}^2}{E_{\mathcal{A}}^2}$ (lub zapisy równoważne) oraz poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$ (wyznaczanie rzutu na $P_{\mathcal{B}}$ z rzutu $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na $P_{\mathcal{C}}$)

*LUB*

– poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

1 pkt – wykorzystanie faktu, że natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu jej amplitudy oraz identyfikacja amplitudy fali elektromagnetycznej jako amplitudy zmian wektora pola elektrycznego (np. zapisy: $I_{\mathcal{A}} \propto E_{\mathcal{A}}^2$ $I_{\mathcal{B}} \propto E_{\mathcal{B}}^2$ albo zapisy równoważne)

*LUB*

– poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$ (wyznaczanie rzutu na $P_{\mathcal{B}}$ z rzutu $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na $P_{\mathcal{C}}$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

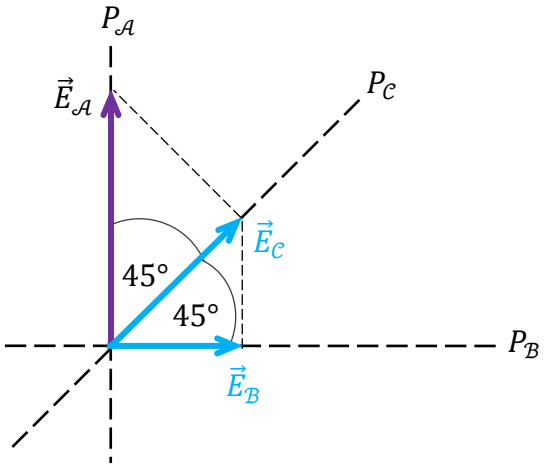
**Przykładowe pełne rozwiązania**

Wykorzystamy fakt, że natężenie $I$ fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy $A$ tej fali oraz fakt, że amplituda fali elektromagnetycznej jest amplitudą zmian rozchodzącego się pola elektromagnetycznego – opisywaną przez wektor $\vec{E}$ amplitudy natężenia zmiennego pola elektrycznego:

$$I \propto A^2 \qquad \text{oraz} \qquad A = E \qquad \text{czyli} \qquad I \propto E^2$$

Zatem:

$$\frac{I_{\mathcal{B}}}{I_{\mathcal{A}}} = \frac{E_{\mathcal{B}}^2}{E_{\mathcal{A}}^2}$$




Wektor $\vec{E}_{\mathcal{B}}$ jest składową wektora $\vec{E}_{\mathcal{C}}$ w kierunku płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{B}}$, a wektor $\vec{E}_{\mathcal{C}}$ jest składową wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ w kierunku płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{C}}$ (zobacz rysunek).

Wyznaczymy stosunek wartości pól elektrycznych:

Sposób 1. (obliczenia $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$)

$$E_{\mathcal{B}} = E_{\mathcal{C}} \cdot \cos 45° \quad \text{oraz} \quad E_{\mathcal{C}} = E_{\mathcal{A}} \cdot \cos 45° \quad \rightarrow \quad E_{\mathcal{B}} = E_{\mathcal{A}} \cdot (\cos 45°)^2 = \frac{E_{\mathcal{A}}}{2}$$

$$\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}} = \frac{1}{2}$$

Sposób 2. (obliczenia $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$)

Zapiszemy związki wynikające z relacji między bokami w trójkątach prostokątnych równoramiennych:

$$E_{\mathcal{A}} = \sqrt{2} \cdot E_{\mathcal{C}} \quad \text{oraz} \quad E_{\mathcal{C}} = \sqrt{2} \cdot E_{\mathcal{B}} \quad \rightarrow \quad E_{\mathcal{A}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot E_{\mathcal{B}} = 2 \cdot E_{\mathcal{B}}$$

$$\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}} = \frac{1}{2}$$

Zatem:

$$\frac{I_{\mathcal{B}}}{I_{\mathcal{A}}} = \left(\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

## Zadanie 9. (0–3)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników.<br><br>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>VI. 12) [szkoła podstawowa] posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu.<br>VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku;<br>VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa);<br>VIII.12) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle. |

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu opornika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawne zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio obliczyć $R$ po podstawieniu danych (np. zapisania równania 3) albo 4) w sposobie 1. albo równania równoważnego)

*LUB*

– zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu przepływającego przez amperomierz i oporem zastępczym opornika i woltomierza oraz zastosowanie wzoru na opór zastępczy opornika i woltomierza (np. zapisania równań 2) oraz 1) w sposobie 1. albo równań równoważnych).

1 pkt – zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu przepływającego przez amperomierz i oporem zastępczym opornika i woltomierza (np. zapisania równania 2) albo obliczenie $\frac{U_V}{I_A} = \frac{12{,}0\ \text{V}}{215 \cdot 10^{-6}\ \text{A}} \approx 55{,}8\ \text{k}\Omega$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Zasady oceniania**

(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu opornika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawne wyprowadzenie i zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio obliczyć $R$ po podstawieniu danych (np. zapisania równania 6) albo 7) w sposobie 2. albo równania równoważnego)

*LUB*

– zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie I prawa Kirchhoffa oraz II prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 2) i 4) w sposobie 2. albo równań równoważnych).

1 pkt – zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie I prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 2) w sposobie 2. albo równań równoważnych)
*LUB*
– zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie II prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 3) albo równania 4) w sposobie 2. albo równań równoważnych).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Sposób 1. (z wykorzystaniem oporu zastępczego)

Fragment obwodu złożony z opornika i podłączonego do niego woltomierza potraktujemy jako jeden element, przez który płynie prąd o natężeniu $I_\mathrm{A} = 215\ \mu\mathrm{A}$. Wyznaczymy opór tego fragmentu obwodu (opór zastępczy):

$$1)\quad \frac{1}{R_{R\mathrm{V}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_\mathrm{V}}$$

Z drugiej strony, napięcie na tym fragmencie obwodu jest takie jak na woltomierzu i wiąże się ze zmierzonym natężeniem prądu i oporem zastępczym fragmentu obwodu następująco:

$$2)\quad U_V = I_A R_{R\mathrm{V}}$$

Z równań 1) i 2) wyznaczymy $\frac{1}{R}$:

$$3)\quad \frac{I_A}{U_\mathrm{V}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_\mathrm{V}}$$

$$4)\quad \frac{1}{R} = \frac{I_A}{U_\mathrm{V}} - \frac{1}{R_\mathrm{V}}$$

Do równania 4) podstawimy dane z treści zadania i obliczymy $R$:

$$\frac{1}{R} = \frac{215 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{A}}{12{,}0\ \mathrm{V}} - \frac{1}{8 \cdot 10^5\ \Omega} \approx \frac{1{,}667}{10^5\ \Omega}$$

$$R = 0{,}599\ldots \cdot 10^5\ \Omega \approx 0{,}60 \cdot 10^5\ \Omega \approx 60\ \mathrm{k\Omega}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem praw Kirchhoffa)

Opór opornika obliczymy ze związku między napięciem a natężeniem prądu i oporem:

$$1)\ R = \frac{U_\mathrm{V}}{I_R}$$

gdzie $I_R$ jest natężeniem prądu płynącego przez opornik. Na podstawie I prawa Kirchhoffa mamy:

$$2)\ I_\mathrm{A} = I_R + I_\mathrm{V}$$

gdzie $I_\mathrm{V}$ jest natężeniem prądu płynącego przez woltomierz. Na podstawie II prawa Kirchhoffa mamy:

$$3)\quad U_\mathrm{V} = U_R$$

W równaniu 3) wykorzystamy związek pomiędzy napięciem a natężeniem prądu i oporem:

$$4)\quad I_{\mathrm{V}}R_{\mathrm{V}} = I_R R$$

Z równań 1), 2) i 4) wyznaczymy $\frac{1}{R}$:

$$5)\quad I_{\mathrm{A}} = I_R + \frac{R}{R_{\mathrm{V}}}I_R = \left(1 + \frac{R}{R_{\mathrm{V}}}\right)\cdot\frac{U_{\mathrm{V}}}{R} = \frac{U_{\mathrm{V}}}{R} + \frac{U_{\mathrm{V}}}{R_{\mathrm{V}}}$$

$$6)\quad \frac{I_A}{U_{\mathrm{V}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{\mathrm{V}}} \qquad \rightarrow \qquad 7)\quad \frac{1}{R} = \frac{I_A}{U_{\mathrm{V}}} - \frac{1}{R_{\mathrm{V}}}$$

Do równania 7) podstawimy dane z treści zadania i obliczymy $R$:

$$\frac{1}{R} = \frac{215\cdot 10^{-6}\ \mathrm{A}}{12{,}0\ \mathrm{V}} - \frac{1}{8\cdot 10^{5}\ \Omega} \approx \frac{1{,}667}{10^{5}\ \Omega}$$

$$R = 0{,}599\ldots\cdot 10^{5}\ \Omega \approx 0{,}60\cdot 10^{5}\ \Omega \approx 60\ \mathrm{k\Omega}$$

## Zadanie 10. (0–2)

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników.<br><br>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>VII.1) [szkoła podstawowa] nazywa bieguny magnesów stałych i opisuje oddziaływanie między nimi.<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.<br>IX.1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu magnesów stałych i przewodników z prądem ([…] zwojnica);<br>IX.9) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej; stosuje regułę Lenza […];<br>IX.13) doświadczalnie: b) demonstruje zjawisko indukcji elektromagnetycznej i jego związek ze względnym ruchem magnesu i zwojnicy […]. |

**Zasady oceniania**

2 pkt – prawidłowe zaznaczenie na obu rysunkach kierunku przepływu prądu przez amperomierz oraz prawidłowe wpisanie na obu rysunkach biegunów powstających na końcach rdzenia.

1 pkt – prawidłowe wpisanie na obu rysunkach biegunów magnetycznych powstających na końcach rdzenia

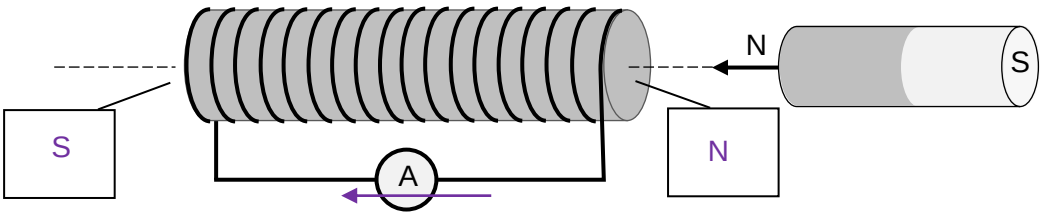
*LUB*

– prawidłowe zaznaczenie na obu rysunkach kierunku przepływu prądu przez amperomierz.

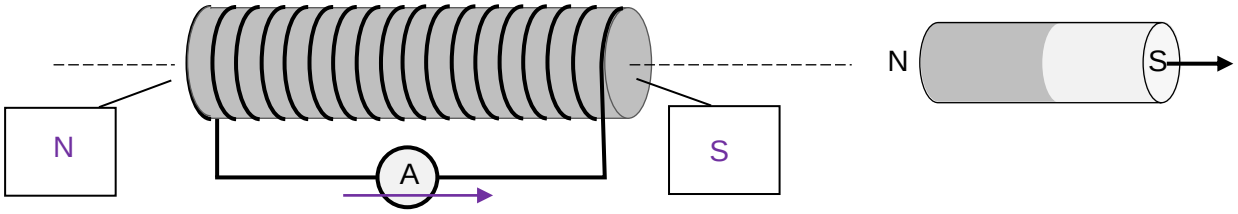
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

**Pełne rozwiązanie**

Rysunek 1.




Rysunek 2.




**Zadanie 11.1. (0–1)**

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.<br><br>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.<br>XI.1) […] stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii;<br>XI.4) […] stosuje zasadę zachowania energii […] do opisu emisji […] przez swobodne atomy […]. |

**Zasady oceniania**

1 pkt – rozwiązanie poprawne.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

**Pełne rozwiązanie**

$f_{43}$ < $f_{32}$ < $f_{42}$ < $f_{21}$ < $f_{31}$ < $f_{41}$

**Zadanie 11.2. (0–3)**

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.<br><br>IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. | Zdający:<br>I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych;<br>I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.<br>XI.1) […] stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii;<br>XI.2) […] interpretuje linie widmowe jako skutek przejść między poziomami energetycznymi w atomach z emisją lub absorpcją kwantu światła; rozróżnia stan podstawowy i stany wzbudzone atomu;<br>XI.4) […] stosuje zasadę zachowania energii […] do opisu emisji […] przez swobodne atomy […];<br>*ALBO*<br>XI.3) analizuje seryjny układ linii widmowych na przykładzie widma atomu wodoru; oblicza różnice energii pomiędzy poziomami energetycznymi w atomie wodoru. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda ustalenia przejścia dla linii widmowej $L_3$ (tzn. wykonanie obliczeń prowadzących do identyfikacji przejścia poprzez równanie $E_{fot3} = E_b - E_a$), prawidłowe obliczenia oraz zapisanie poprawnej odpowiedzi: linia $L_3$ odpowiada przejściu $4 \rightarrow 2$.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia energii fotonu odpowiadającej linii widmowej $L_3$ (tzn. zastosowanie wzoru Plancka i związku falowego), prawidłowy wynik liczbowy z jednostką oraz poprawne obliczenie energii elektronów na poziomach energetycznych do czwartego włącznie.

1 pkt – opisanie strategii rozwiązania
*LUB*
– wykorzystanie wzoru Plancka i związku falowego do obliczenia energii fotonu odpowiadającej linii widmowej $L_3$
*LUB*
– poprawne obliczenie energii elektronów na poziomach energetycznych do czwartego włącznie.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

*Strategia rozwiązania*. Obliczymy energię fotonu $E_{fot3}$ odpowiadającą linii widmowej $L_3$ oraz obliczymy wszystkie różnice $E_b - E_a$ pomiędzy energiami elektronu w atomie wodoru na

poziomach $b \in \{4,3,2\}$ oraz $a \in \{3,2,1\}$. Dla przejścia $a \to b$, któremu odpowiada linia $L_3$, spełnione będzie równanie wynikające z zasady zachowania energii (przy pominięciu odrzutu atomu):

$$E_{fot3} = E_b - E_a$$

*Krok 1.* Energię fotonu odpowiadającą linii L3 obliczymy ze wzoru Plancka z wykorzystaniem związku falowego:

$$E_{fot3} = hf \quad c = \lambda f \quad \to \quad E_{fot3} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{fot3} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{486 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = \frac{19{,}89 \cdot 10^{-26}\ \mathrm{J \cdot m}}{4{,}86 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}} \approx 4{,}09 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Ponieważ $1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \approx 1\ \mathrm{eV}$, zatem:

$$E_{fot3} \approx 4{,}09 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \cdot \frac{1\ \mathrm{eV}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}} \approx 2{,}55\ \mathrm{eV}$$

*Krok 2.* Zapiszemy energie elektronu w atomie wodoru do czwartego poziomu:

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad \text{oraz} \quad E_1 \approx -13{,}61\ \mathrm{eV} \quad \text{zatem:}$$

$$E_2 = \frac{E_1}{2^2} \approx -3{,}40\ \mathrm{eV} \qquad E_3 = \frac{E_1}{3^2} \approx -1{,}51\ \mathrm{eV} \qquad E_4 = \frac{E_1}{4^2} \approx -0{,}85\ \mathrm{eV}$$

*Krok 3.* Zauważamy, że:

$$E_4 - E_2 \approx 2{,}55\ \mathrm{eV} \quad \text{oraz} \quad E_{fot3} \approx 2{,}55\ \mathrm{eV}$$

*Zapisanie odpowiedzi.* Ponieważ $E_4 - E_2 = E_{fot3}$, to linii widmowej $L_3$ odpowiada przejście elektronu z poziomu energetycznego $n = 4$ na poziom energetyczny $n = 2$.

**Zadanie 12.1. (0–1)**

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.<br><br>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.2) posługuje się […] tablicami fizycznymi i chemicznymi […].<br>XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku;<br>XII.9) […] opisuje rozpady alfa, beta ($\beta^+$, $\beta^-$). |

**Zasady oceniania**

1 pkt – rozwiązanie poprawne.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

**Pełne rozwiązanie**

Sposób 1. (podanie symbolu pierwiastka wraz z liczbami atomową i masową)

Symbol oraz nazwa pierwiastka X: ..... $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ – *rad* .....

Symbol oraz nazwa pierwiastka Y: ..... $^{218}_{84}\mathrm{Po}$ – *polon* .....

Sposób 2. (podanie symbolu pierwiastka bez liczby atomowej i bez liczby masowej)

Symbol oraz nazwa pierwiastka X: ..... $\mathrm{Ra}$ – *rad* .....

Symbol oraz nazwa pierwiastka Y: ..... $\mathrm{Po}$ – *polon* .....

**Zadanie 12.2. (0–3)**

| Wymagania ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.<br><br>V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. | Zdający:<br>I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych;<br>I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem;<br>I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.<br>XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu […]. |

**Zasady oceniania**

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia ułamka z początkowej liczby jąder po $150\ \mathrm{h}$ (tzn. zastosowanie równania prawa połowicznego rozpadu do wyznaczenia czasu połowicznego zaniku oraz do obliczenia ułamka liczby jąder po $150\ \mathrm{h}$) oraz podanie wyniku $\frac{N(t)}{N_0} \approx 0{,}32$ lub wyniku mieszczącego się w przedziale od $0{,}31$ do $0{,}33$.

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia dokładnego czasu połowicznego rozpadu (tzn. zastosowanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego) oraz podanie wyniku $T \approx 92\ \mathrm{h}$ lub wyniku mieszczącego się w przedziale od $90\ \mathrm{h}$ do $94\ \mathrm{h}$

*LUB*

– rozwiązanie niedokładne, tzn.: zastosowanie przybliżenia liniowego zależności $N(t)$ do oszacowania czasu połowicznego rozpadu oraz zastosowanie równania prawa połowicznego rozpadu do wyznaczenia liczby jąder po $150\ \mathrm{h}$ oraz podanie wyniku zgodnego z oszacowanym $T$ (np. $\frac{N(150\ \mathrm{h})}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150}{76}} \approx 0{,}25$).

1 pkt – poprawne zapisanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego oraz poprawne podstawienie do tego równania współrzędnych punktu należącego do wykresu (np. zapisanie równań równoważnych 1) i 2) w sposobie 1. albo 2.)
*LUB*
– zapisanie, że dla połowy czasu połowicznego rozpadu w próbce pozostaje około 0,71 z początkowej liczby jąder (np. zapisanie równania: $\frac{N\left(\frac{T}{2}\right)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 0{,}71$ lub równania równoważnego – podobnie jak w sposobie 3.)
*LUB*
– niedokładne wyznaczenie czasu połowicznego rozpadu, tzn.: zastosowanie przybliżenia liniowego zależności $N(t)$ do wyznaczenia czasu połowicznego rozpadu, np. odczytanie i podanie $t = \frac{T}{2} \approx 38\ \text{h}$ czyli $T \approx 76\ \text{h}$ dla wartości $\frac{N(t)}{N_0} = 0{,}75$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Uwaga dodatkowa**

Warunki określone w zasadach oceniania za 1 pkt (trzeci warunek) i 2 pkt (drugi warunek) uwzględniają rozwiązanie metodą przybliżoną, która w tym przypadku prowadzi do wyniku np. $76\ \text{h}$ – zbyt odbiegającego od rzeczywistego (o ponad 17%). Za rozwiązanie taką metodą zdający może uzyskać co najwyżej 2 pkt.

**Przykładowe pełne rozwiązania**

Sposób 1. (z równania prawa rozpadu promieniotwórczego)

Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$1)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Do równania podstawimy współrzędne punktu wykresu, np. $(t = 40\ \text{h},\ N(t)/N_0 = 0{,}74)$:

$$2)\quad 0{,}74 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40\ \text{h}}{T}}$$

Wykładnik potęgi liczby ½ oznaczymy jako $x$, następnie do obliczenia $x$ zastosujemy definicję logarytmu. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$3)\quad x = \frac{40\ \text{h}}{T} \qquad \rightarrow \qquad 0{,}74 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$$

$$4)\quad x = \log_{\frac{1}{2}} 0{,}74 \approx 0{,}434 \qquad \rightarrow \qquad \frac{40\ \text{h}}{T} \approx 0{,}434$$

$$5)\quad T \approx 92\ \text{h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby $N_0$ jąder izotopu radonu $^{222}\text{Rn}$ pozostanie w próbce po $150\ \text{h}$ licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$6)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150\ \text{h}}{92\ \text{h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1{,}63} \approx 0{,}32$$

Sposób 2. (z równania prawa rozpadu promieniotwórczego)

Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$1)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Do równania podstawimy współrzędne punktu wykresu, np. $(t = 68\ \text{h},\ N(t)/N_0 = 0{,}60)$:

$$2)\quad 0{,}60 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{68\ \text{h}}{T}}$$

Wykładnik potęgi liczby ½ oznaczymy jako $x$, następnie do obliczenia $x$ zastosujemy definicję logarytmu. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$3)\quad x = \frac{68\ \text{h}}{T} \quad \rightarrow \quad 0{,}60 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$$

$$4)\quad x = \log_{\frac{1}{2}} 0{,}60 \approx 0{,}737 \quad \rightarrow \quad \frac{68\ \text{h}}{T} \approx 0{,}737$$

$$5)\quad T \approx 92\ \text{h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby $N_0$ jąder izotopu radonu $^{222}\text{Rn}$ pozostanie w próbce po $150\ \text{h}$, licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$6)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150\ \text{h}}{92\ \text{h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1{,}63} \approx 0{,}32$$

Sposób 3. (z obliczeniem $T/2$)

Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Obliczymy, jaki ułamek liczby jąder pozostanie po czasie $t = \frac{T}{2}$:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0{,}707$$

Odczytamy z wykresu $t$, dla którego $\frac{N(t)}{N_0} \approx 0{,}71$:

$$\frac{N(t)}{N_0} \approx 0{,}71 \quad \text{dla} \quad t \approx 46\ \text{h}$$

Skoro:

$$t = \frac{T}{2} \approx 46\ \text{h} \quad \rightarrow \quad T \approx 92\ \text{h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby $N_0$ jąder izotopu radonu $^{222}\text{Rn}$ pozostanie w próbce po $150\ \text{h}$ licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150\ \text{h}}{92\ \text{h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1{,}63} \approx 0{,}32$$