



Adı-Soyadı:
No:

SORU	1	2	3	4	5	TOPLAM
PUAN						

Notlar:

1-Sınav esnasında her türlü (tablo, hesap makinesi, kalem, silgi, ...vb) alış-veriş yasaktır.

2-Standart Formül kağıdı, Tablo ve hesap makinası kullanımı serbesttir.

3-Sınav süresi 50 dakikadır.

SORU 1 (15 Puan): Formula 1 takımlarının pit stopta 4 tekerleği değiştirme süreleri rastgele değişken X (saniye!!) olup aşağıda verilen olasılık yoğunluk fonksiyonu ile tanımlanmaktadır.

$$f(x) = \begin{cases} 0.05 + 0.01x & 0 < x < 10 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Formula 1 takımlarının 4 tekerleği değiştirme süresi ortalama kaçtır?

ÇÖZÜM:

Değiştirme süresinin ortalaması yani beklenen değer:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{10} x \cdot (0.05 + 0.01x) dx = \frac{0.05x^2}{2} \Big|_0^{10} + \frac{0.01x^3}{3} \Big|_0^{10}$$
$$E(x) = 5.83 \text{ saniye}$$

SORU 2 (10 Puan): İstatistik ve Olasılık dersini alan 200 öğrencinin dönem sonu başarı ortalamasının 55 standart sapmasının ise 15 olan normal dağılıma uyduğu belirlenmiştir. Yönetmelik gereği, 85 ve yukarı not alan öğrencilerin harf notu AA olması gerektiğine göre bu sınıfta AA alan öğrencilerin sayısı kaçtır?

CEVAP:

AA alma ihtimali $P(x > 85)$. Normal dağılım olduğundan standart normal dağılıma uyarılır.

$$P(x > 85) = P\left(z > \frac{85 - 55}{15}\right) = P(z > 2) = 0.0228$$

$$\text{AA alma ihtimali olan öğrenci sayısı} = P(z > 2) \times 200 = 4.56 \approx 5 \text{ öğrenci}$$

SORU 3 (15 Puan): Farklı otomobil firmalarına amortisör yayı üreten bir firma yayların kullanım ömürleri ortalamasının 60.000 km ve standart sapmasının 10.000 km olduğunu belirtmektedir. Bu amortisörlerden 35 tanesi alınıp test edildiğinde ortalama ömürlerinin 62.000 ile 65.000 arasında çıkma olasılığı kaçtır?

CEVAP:

Örnek sayısı $n > 30$ olduğundan merkez limit teoremine göre normal dağılım kullanılabilir. İstenilen olasılık

$$P(60.000 < X < 70.000)$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \text{ dönüşümü uygulanırsa;}$$

$$P\left(\frac{62.000 - 60.000}{\frac{10.000}{\sqrt{35}}} < Z < \frac{65.000 - 60.000}{\frac{10.000}{\sqrt{35}}}\right) = P(1.18 < Z < 2.95) = 0.117$$

SORU 4 (30 Puan): Bir otomobilde kullanılan fren sisteminin ömrü ile ilgili yapılan çalışmada 10 numune alınmış ve ortalama ömürleri km olarak aşağıda verilmiştir.

Deney No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ömür (1000 km)	75	78	74	76	73	78	72	79	71	80

%95 güven seviyesinde fren sisteminin ömrünün güven sınırlarını belirleyiniz.

CEVAP:

Ana kütle için varyansı bilinmediğinden ve örnek hacmi 30'dan küçük olduğunda t-dağılımı kullanılır.

$$\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot S_{\bar{X}} < \mu < \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot S_{\bar{X}}$$

$$\alpha = 0.05 \text{ ve } n-1 = 9 \text{ için } t_{\frac{0.05}{2}, 9} = 2.265$$

$$\text{verilen datolarda } \bar{X} = 75600 \text{ km} \quad S = 309838 \text{ km} \rightarrow S_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{S^2}{10}} = 979.79$$

$$75600 - 2.265 \times 979.79 < \mu < 75600 + 2.265 \times 979.79$$

$$73380.76 \text{ km} < \mu < 77819.23 \text{ km}$$

SORU 5 (30 Puan): Bir dik işleme tezgâhında işlenen parçaların çaplarının 12.47 mm ile 12.97 mm arasında olması beklenmektedir. Bunu sağlayabilmek için standart sapmanın maksimum 0.76 mm olması gerekmektedir. Bunu test etmek isteyen üretim mühendisi 15 numune almış ve standart sapmanın 0.88 mm olduğunu belirlemiş ve tezgahın yenilenmesi gerektiğine karar vermiştir. Mühendisin aldığı kararın doğru olup olmadığını %5 hata ile belirleyiniz.

CEVAP:

$$\text{I) } H_0: \sigma = 0.76 \quad \text{II) } \alpha = 0.05; \text{SD} = n-1 = 15-1 = 14; \text{TTT}$$

$$H_1: \sigma > 0.76 \quad \chi_{0.05; 14}^2 = 23.685$$

$$\text{III) } \chi_h^2 = \frac{(n-1) \cdot S^2}{\sigma^2} = \frac{(15-1) \cdot (0.88)^2}{0.76^2} = 18.77$$

$$\text{IV) } \chi_h^2 < \chi_{0.05; 14}^2 \rightarrow H_0 \text{ kabul}$$

V) $\alpha = 0.05$ hata seviyesinde mühendisin aldığı kararın yanlış olduğu söylenir.