

Elektrik Devre Temelleri

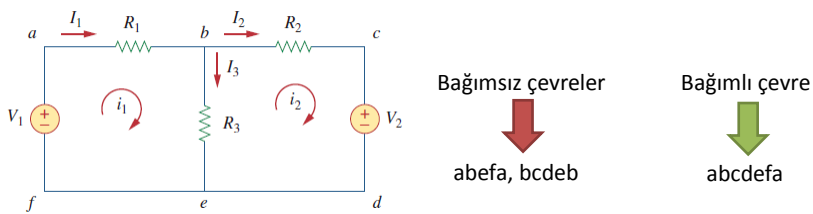
5

ANALİZ YÖNTEMLERİ-2

Doç. Dr. M. Kemal GÜLLÜ
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği
Kocaeli Üniversitesi

3.4. Çevre Akımları Yöntemi (ÇAY)

- Bu yöntemde düğümlerdeki akımlar yerine, çevredeki akımlar ele alınarak devrenin analizi yapılır.
- Yöntemin temel prensibi her bir bağımsız çevrede Kirchoff'un gerilim kanunu uygulanır.

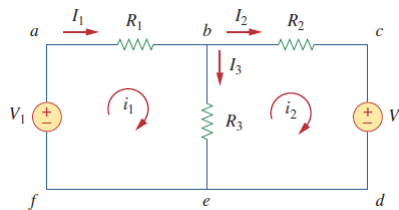


3.4. Çevre Akımları Yöntemi (ÇAY)

- Çevre akımları yöntemi aşağıda verilen üç adım ile uygulanır:
 1. Her bir bağımsız çevre için bir çevre akımı yönü alınır. Bu akımların yönü keyfidir (genel tercih saat yönüdür)
 2. Her çevreye KGK uygulanır. Gerilimler, çevre akımları cinsinden tanımlanır
 3. Bağımsız çevre sayısı kadar akımlara bağlı eşitlik elde edilir ve düzenlenir
 4. Eşitlik sistemi çözülür ve akımlar bulunur

3.4. Çevre Akımları Yöntemi (ÇAY)

- Örneğin; şekildeki devre için 1.adım olarak çevre akım yönleri belirlenir.



- 2.adım olarak çevreye K.G.K. uygulanır.

– 1. Çevre: $-V_1 + R_1 i_1 + R_3(i_1 - i_2) = 0$

$$\downarrow$$

$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 = V_1$$

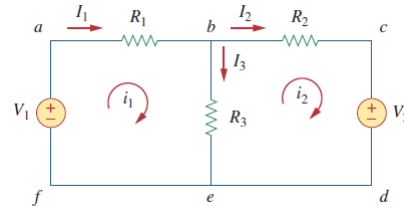
3.4. Çevre Akımları Yöntemi (ÇAY)

– 2. Çevre:

$$R_2 i_2 + V_2 + R_3(i_2 - i_1) = 0$$

$$\downarrow$$

$$-R_3 i_1 + (R_2 + R_3) i_2 = -V_2$$



– Doğrusal eşitlik sistemi:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix}$$

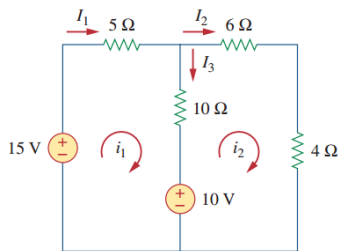
NOT: Çevre akımlarını dal akımlarından ayırmak için çevre akımları i , dal akımları da I ile gösterilmektedir.

Bu devre için;

$$I_1 = i_1, I_2 = i_2, I_3 = i_1 - i_2$$

Örnek 3.5

- Devredeki I_1, I_2 ve I_3 akımlarını bulun.



KGK(1):

$$\begin{aligned} -15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 &= 0 \\ 3i_1 - 2i_2 &= 1 \end{aligned}$$

KGK(2):

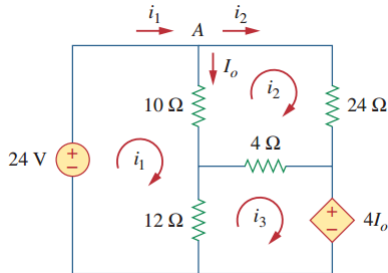
$$\begin{aligned} 6i_2 + 4i_2 + 10(i_2 - i_1) - 10 &= 0 \\ i_1 &= 2i_2 - 1 \end{aligned}$$

$$i_2 = 1 \text{ A}$$

$$I_1 = i_1 = 1 \text{ A}, \quad I_2 = i_2 = 1 \text{ A}, \quad I_3 = i_1 - i_2 = 0$$

Örnek 3.6

- Devredeki I_o akımını ÇAY ile bulun.



$$-24 + 10(i_1 - i_2) + 12(i_1 - i_3) = 0$$

$$11i_1 - 5i_2 - 6i_3 = 12$$

$$24i_2 + 4(i_2 - i_3) + 10(i_2 - i_1) = 0$$

$$-5i_1 + 19i_2 - 2i_3 = 0$$

$$4I_o + 12(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) = 0$$

$$I_o = i_1 - i_2 \rightarrow 4(i_1 - i_2) + 12(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) = 0$$

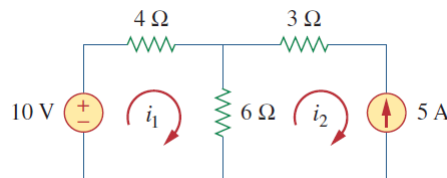
$$\begin{bmatrix} 11 & -5 & -6 \\ -5 & 19 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-i_1 - i_2 + 2i_3 = 0$$

$$I_o = i_1 - i_2 = 1.5 \text{ A}$$

3.5. Bağımlı/Bağımsız Akım Kaynakları Varken ÇAY

- Akım kaynağının bulunduğu çevreye göre iki durumdan söz edilir:
 - Durum1:** Akım kaynağı tek bir çevrede ise: $i_2 = -5 \text{ A}$

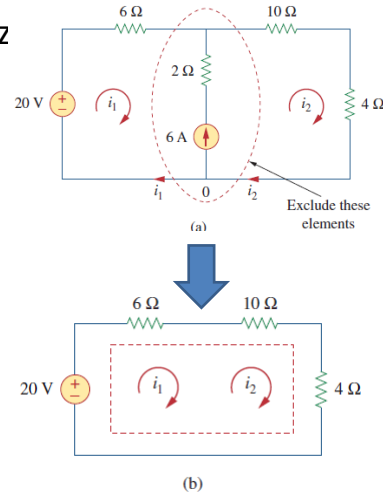


- 1. çevre için:

$$-10 + 4i_1 + 6(i_1 - i_2) = 0 \rightarrow i_1 = -2 \text{ A}$$

3.5. Bağımlı/Bağımsız Akım Kaynakları Varken ÇAY

- **Durum 2:** Eğer bağımlı/bağımsız akım kaynağı iki çevre arasında ise (Şekil a)
- Akım kaynağının bulunduğu dal devreden çıkartılarak **süper çevre** elde edilir (Şekil b)

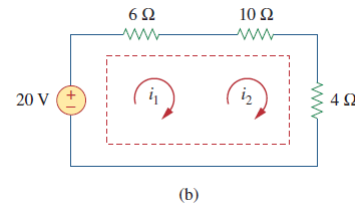


- **Süper çevre özellikleri:**
 - Akım kaynağı çevre akımlarını çözmek için kısıtlı eşitlik verir
 - Kendi akımı yoktur
 - KGK ve KAK uygulanmalıdır

Süper Çevre

- **Adım 1:** süper çevrede KGK uygula

$$-20 + 6i_1 + 10i_2 + 4i_2 = 0$$

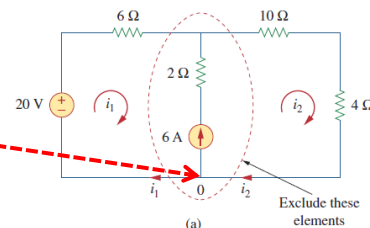


- NOT: Eğer devrede kesişen birden fazla süper çevre var ise bu süper çevreler birleştirilir ve tek bir süper çevre haline getirilir.
- **Adım 2:** yandaki devrede “0” düğümüne KAK uygula

$$i_2 = i_1 + 6$$

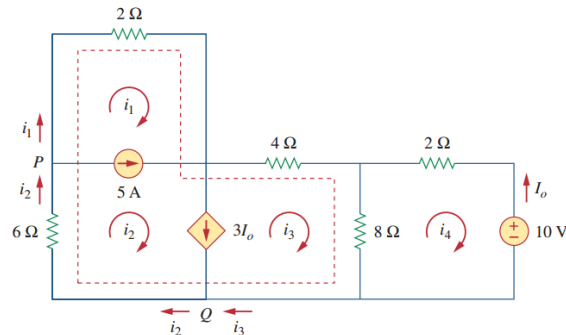
Bulunan iki eşitlik kullanılarak

$$i_1 = -3.2 \text{ A}, \quad i_2 = 2.8 \text{ A}$$



Örnek 3.7

- $i_1, i_4 = ?$



- Akım kaynaklarının bağlı olduğu kollar çıkartıldığında oluşan süper çevre:

$$2i_1 + 4i_3 + 8(i_3 - i_4) + 6i_2 = 0$$

$$2i_1 + 4i_3 + 8(i_3 - i_4) + 6i_2 = 0$$

Örnek 3.7

- Bağımsız akım kaynağı için P noktasına KAK:

$$i_2 = i_1 + 5$$

- Bağımlı akım kaynağı için Q noktasına KAK:

$$i_2 = i_3 + 3I_o$$

$$I_o = -i_4 \rightarrow i_2 = i_3 - 3i_4$$

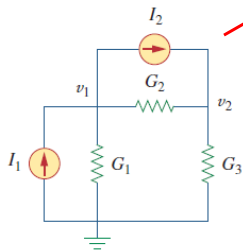
- 4. çevreye KGK: $2i_4 + 8(i_4 - i_3) + 10 = 0$

$$5i_4 - 4i_3 = -5$$

$$i_1 = -7.5 \text{ A}, \quad i_2 = -2.5 \text{ A}, \quad i_3 = 3.93 \text{ A}, \quad i_4 = 2.143 \text{ A}$$

3.6. İnceleme ile Düzüm ve Çevre Analizleri

- Bu yöntem Düzüm ve Çevre analizleri için tanımlanmış kestirme bir yoldur.
- Eğer devre sadece **bağımsız akım kaynaklarından oluşuyorsa**, her bir düğüm için KAK uygulanmasına gerek yoktur.



$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 - I_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

- Köşegen üzerindeki terimler 1. ve 2. düğüme bağlı dirençlerin toplamıdır.
- Köşegen dışındaki terimler 1.ve 2. düğümlerin arasındaki iletkenliğin “-” işaretlisidir.
- Sağ taraftaki terimler ise 1. ve 2. düğüme giren çıkan akımların toplamıdır.

3.6. İnceleme ile Düzüm ve Çevre Analizleri

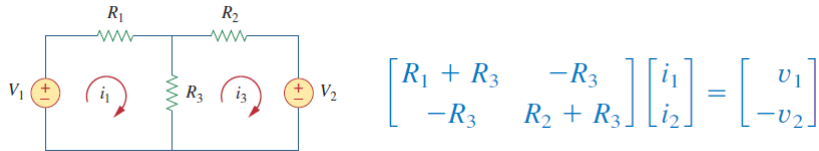
- N adet referans olmayan düğüm için:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1N} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N1} & G_{N2} & \dots & G_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} \quad \boxed{\mathbf{Gv} = \mathbf{i}}$$

- G_{kk} : k. düğüme bağlı iletkenliklerin toplamı
- $G_{kj} = G_{jk}$: k ile j düğümleri arasındaki iletkenliklerin toplamının “-” işaretlisi
- v_k : k düğümündeki bilinmeyen gerilim
- i_k : k düğümüne bağlı bağımsız akım kaynaklarının toplamı (giren akımlar “+”)

3.6. İnceleme ile Düğüm ve Çevre Analizleri

- Benzer şekilde, devrede **sadece bağımsız gerilim kaynakları içeriyor** ise:



- Köşegen üzerindeki terimler 1. ve 2. çevrelere bağlı dirençlerin toplamıdır.
- Köşegenin dışındaki terimler ise 1.ve 2. çevrelerin arasındaki direncin “-” işaretlisidir.
- Sağ taraftaki terimler ise 1. ve 2. çevrede saat yönlü çevre akımına göre yazılan cebirsel toplamıdır.

3.6. İnceleme ile Düğüm ve Çevre Analizleri

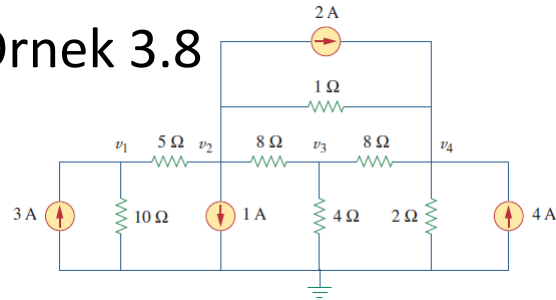
- N adet çevreden oluşan bir devre için:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1N} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{N1} & R_{N2} & \dots & R_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix} \quad \boxed{\mathbf{Ri} = \mathbf{v}}$$

- R_{kk} : k. çevredeki dirençlerin toplamı
- $R_{kj} = R_{jk}$: k ile j çevreleri arasındaki iletkenliklerin toplamının “-” işaretlisi
- i_k : k. çevredeki saat yönünde bilinmeyen akım
- v_k : k. çevredeki bağımsız gerilim kaynaklarının saat yönündeki toplamı

Örnek 3.8

- Devrenin düğüm gerilimleri matrisini yazınız.



$$G_{11} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = 0.3, \quad G_{22} = \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{1} = 1.325$$

$$G_{33} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = 0.5, \quad G_{44} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = 1.625$$

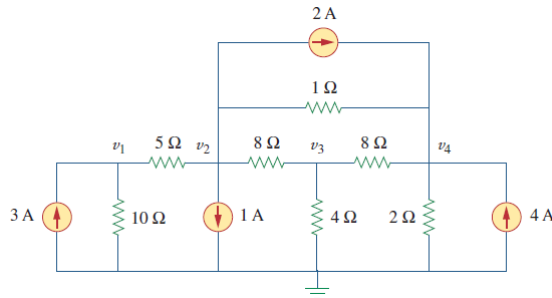
$$G_{12} = -\frac{1}{5} = -0.2, \quad G_{13} = G_{14} = 0$$

$$G_{21} = -0.2, \quad G_{23} = -\frac{1}{8} = -0.125, \quad G_{24} = -\frac{1}{1} = -1$$

$$G_{31} = 0, \quad G_{32} = -0.125, \quad G_{34} = -\frac{1}{8} = -0.125$$

$$G_{41} = 0, \quad G_{42} = -1, \quad G_{43} = -0.125$$

Örnek 3.8

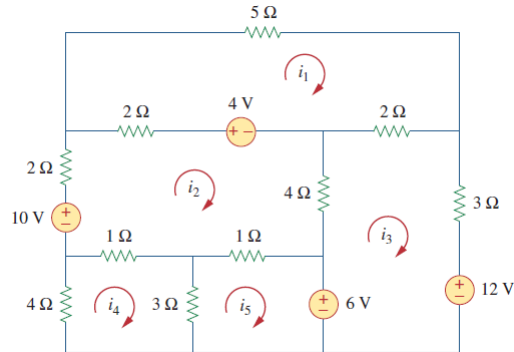


$$i_1 = 3, \quad i_2 = -1 - 2 = -3, \quad i_3 = 0, \quad i_4 = 2 + 4 = 6$$

$$\begin{bmatrix} 0.3 & -0.2 & 0 & 0 \\ -0.2 & 1.325 & -0.125 & -1 \\ 0 & -0.125 & 0.5 & -0.125 \\ 0 & -1 & -0.125 & 1.625 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

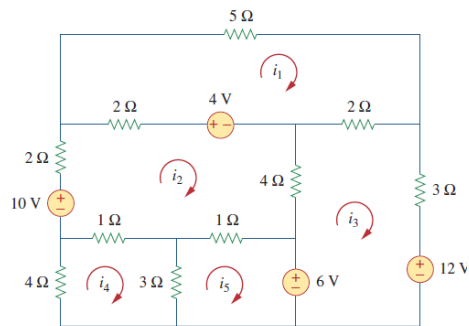
Örnek 3.9

- Devrenin çevre akımları matrisini yazınız.



$$\begin{aligned}
 R_{11} &= 5 + 2 + 2 = 9, & R_{22} &= 2 + 4 + 1 + 1 + 2 = 10, \\
 R_{33} &= 2 + 3 + 4 = 9, & R_{44} &= 1 + 3 + 4 = 8, & R_{55} &= 1 + 3 = 4 \\
 R_{12} &= -2, & R_{13} &= -2, & R_{14} &= 0 = R_{15}, \\
 R_{21} &= -2, & R_{23} &= -4, & R_{24} &= -1, & R_{25} &= -1, \\
 R_{31} &= -2, & R_{32} &= -4, & R_{34} &= 0 = R_{35}, \\
 R_{41} &= 0, & R_{42} &= -1, & R_{43} &= 0, & R_{45} &= -3, \\
 R_{51} &= 0, & R_{52} &= -1, & R_{53} &= 0, & R_{54} &= -3
 \end{aligned}$$

Örnek 3.9



$$\begin{aligned}
 v_1 &= 4, & v_2 &= 10 - 4 = 6, \\
 v_3 &= -12 + 6 = -6, & v_4 &= 0, & v_5 &= -6
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 10 & -4 & -1 & -1 \\ -2 & -4 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 8 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -6 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix}$$

3.7. Çevre ve Düğüm Yöntemlerinin karşılaştırılması

- Tüm elektrik devreleri Çevre Akımlar ve Düğüm Gerilimleri yöntemleri ile çözülebilir.
- Çözümleme aşamasında bilinmeyen sayısı yani eşitlik sayısı değişiklik gösterir.
- Bu nedenle çözümleme yöntemi seçiminde devredeki bilinmeyen sayısının iyi belirlenmesi gerekmektedir.
- ÇAY ile herhangi bir devrenin çözümünde bilinmeyen sayısı çevre sayısı ile orantılıdır.
- DGY’de devredeki düğüm sayısına bağlı olarak bilinmeyen sayısı değişir.

Çevre Analizini Kullan

- Devrede
 - Çok fazla seri eleman bulunuyor ise
 - Gerilim kaynakları var ise
 - Süper çevreler var ise
 - **Çevre sayısı düğüm sayısından az ise**
ÇAY çözümü daha kolay olandır.
- Ayrıca, Çevre analizi yöntemi transistör devreleri için tek uygun yöntemdir.
- İşlemsel yükselteç (Op-amp) devreleri için aynı şey söz konusu değildir.

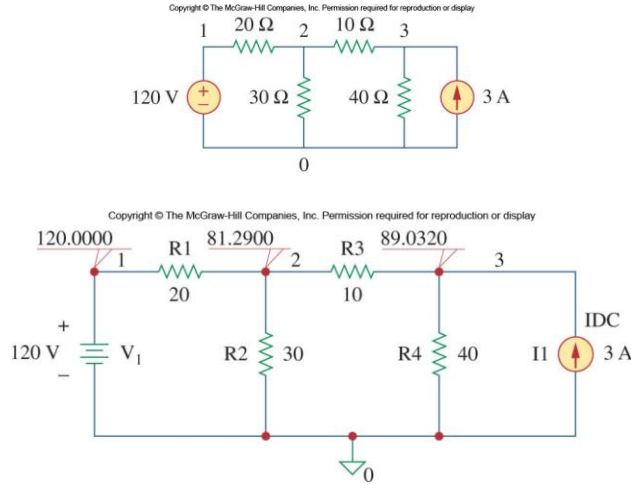
Düğüm Analizini Kullan

- Devrede
 - Çok fazla paralel eleman var ise
 - Akım kaynakları bulunuyor ise
 - Süper düğümler var ise
 - **Düğüm sayısı çevre sayısından az ise** DGY çözümü daha kolay olan yöntemdir.

3.8. Pspice ile Devre Analizi

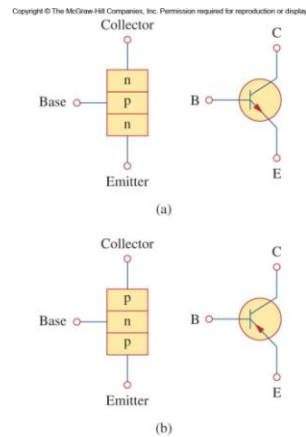
- PSpice devre analizi için kullanılan sıklıkla kullanılan bilgisayar programıdır.
- Eğer devre eleman değerleri girilirse, dallardaki akım ve gerilimleri hesaplar.
- PSpice ile analiz devredeki elemanların şematik çizimi ile başlar.
- Düğüm gerilimleri şematik çizimde ilgili yere 'VIEWPOINTS' komutu konulması ile elde edilir.
- Çalıştırmak için 'Analysis/Simulate' basılır.

3.8. Pspice ile Devre Analizi



Transistör Devresinin DC Modeli

- Transistör devresinin analiz yönteminden bahsedilecek.
- Genel olarak kullanılan iki tip transistör vardır. 1)Field Effect (FET) ve 2)Bipolar Junction (BJT).
- Bu derste yalnızca BJT ele alınacaktır.
- Bir BJT elemanın 3 çıkışı vardır.
- Bunlar gelen akım için **base**, çıkan akım için **collector** ve tüm akımlar için ortak çıkış olan **emitter** olarak adlandırılır.



Transistör Devresinin DC Modeli

- Bütün çıkışlardaki akımlar bir biri ile ilişkilidir:

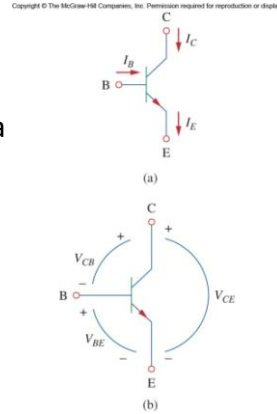
$$I_E = I_B + I_C$$

- Base akımı ile collector akımları arasında β parametresi ile ilişkilidir. β değeri genelde 50-1000 arasında değişir.

$$I_C = \beta I_B$$

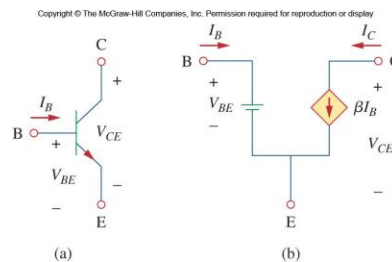
- KGK BJT uygularsak:

$$V_{CE} + V_{EB} + V_{BC} = 0$$



Transistör Devresinin DC Modeli

- Bir transistör devresinin eklenen gerilim/akıma bağlı olarak bir çok modu vardır.
- Bu derste sadece aktif mod çalışımı ele alınacaktır.
- Bu mod gelen işareti yükseltmek için kullanılır.
- Aşağıdaki şekil aktif modda çalışan BJT nin DC modelidir.

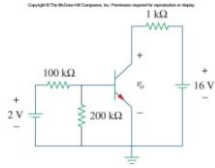


BJT ye düğüm gerilimi çözümü yalnızca DC modeli elde edilince uygulanabilir.

Transistör Devresinin DC Modeli

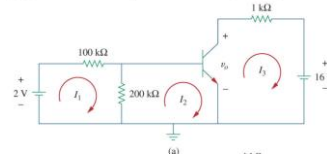
- Çözüm için üç yol vardır:

Orijinal devre

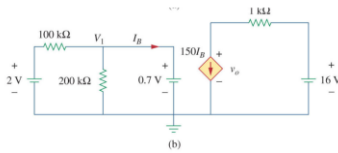


1) Çevre analizi çözümü

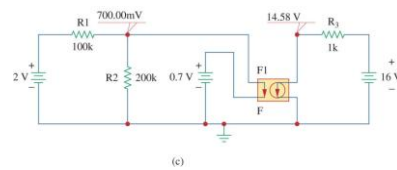
Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display



2) Düğüm analizi çözümü



3) Pspice çözümü



ÖRNEK

- I_B, I_C ve v_o değerlerini devrenin aktif modda çalıştığını, $\beta=50$ ise hesaplayınız.

ÇÖZÜM:

Giriş çevresinde KCK;

$$-4 + I_B(20 \times 10^3) + V_{BE} = 0$$

$V_{BE} = 0.7 \text{ V}$ ise

$$I_B = \frac{4 - 0.7}{20 \times 10^3} = 165 \mu\text{A}$$

I_C ve I_B arasındaki ilişki ile;

$$I_C = \beta I_B = 50 \times 165 \mu\text{A} = 8.25 \text{ mA}$$

Çıkış çevresinde KCK;

$$v_o = 6 - 100I_C = 6 - 0.825 = 5.175 \text{ V}$$

