TÜREV FORMÜLLERİ

Tanım:

$f:[a,b] \to R, y = f(x)$ *bir fonksiyon ve* $x_0 \epsilon\ (a,b)$ *olsun.* $y = f(x)$ *için*

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

değeri varsa bu değere $y = f(x)$ *fonksiyonunun* $x = x_0$ *noktasındaki türevi denir.*

$x = x_0 + h$ *alındığında* $x \to x_0$ *için* $h \to 0$ *olur.*
O halde f fonksiyonunun x_0 *noktasındaki türevi*

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

şeklinde tanımlanabilir.

- $f'(x_0^-) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ *soldan türev*
  $f'(x_0^+) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ *sağdan türev*
  olmak üzere $f'(x_0^-) = f'(x_0^+)$ *ise*
  $f'(x_0)$ *vardır ve* $f'(x_0) = f'(x_0^-) = f'(x_0^+)$

NOT:

f fonksiyonu x_0 *noktasında türevli ise bu noktada süreklidir. Fakat sürekli olduğu her noktada türevli olmayabilir.*

Türev Alma Kuralları

- $f(x) = c$ *ise* $f'(x) = 0$ *dır.* $(c \in R)$
- $f(x) = x^n$ *ise* $f'(x) = n.x^{n-1}$
- $f(x) = g(x) + h(x)$ *ise* $f'(x) = g'(x) + h'(x)$
- $f(x) = g(x).h(x)$ *ise*
  $f'(x) = g'(x).h(x) + h'(x).g(x)$
- $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ *ise* $f'(x) = \frac{g'(x).h(x)-g(x).h'(x)}{(h(x))^2}$
- $f(x) = \sqrt{g(x)}$ *ise* $f'(x) = \frac{g'(x)}{2.\sqrt{g(x)}}$
- $f(x) = g(ax+b)$ *ise* $f'(x) = a.g'(ax+b)$

Bileşke Fonksiyonun Türevi

- $f(x) = (goh)(x)$ *ise* $f'(x) = g'\big(h(x)\big).h'(x)$

Üstel Fonksiyonun Türevi

- $f(x) = a^{g(x)}$ *ise* $f'(x) = g'(x).a^{g(x)}.\ln a$
- $f(x) = e^{g(x)}$ *ise* $f'(x) = g'(x).e^{g(x)}$

Logaritmik Fonksiyonun Türevi

- $f(x) = \log_a g(x)$ *ise* $f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}.\log_a e$
- $f(x) = \ln g(x)$ *ise* $f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$

Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

- $f(x) = \sin g(x)$ *ise* $f'(x) = g'(x).\cos g(x)$
- $f(x) = \cos g(x)$ *ise* $f'(x) = -g'(x).\sin g(x)$
- $f(x) = \tan g(x)$ *ise* $f'(x) = g'(x).[1 + \tan^2 g(x)]$
- $f(x) = \cot g(x)$ *ise* $f'(x) = -g'(x).[1 + \cot^2 g(x)]$

Ters Fonksiyonun Türevi

$A, B \subset R$ *olmak üzere,* $f : A \longrightarrow B$ *fonksiyonu* $1-1$

ve örten olsun. f fonksiyonu $x_0\ \epsilon\ A$ *noktasında türevli ve*

$f'(x_0) \neq 0$ *ise,* $f^{-1}: B \to A$ *fonksiyonu da* x_0 *ın f*

altındaki görüntüsü olan y_0 *noktasında türevlidir ve*

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ *dır.*

Ters Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

- $f(x) = \arcsin g(x)$ *ise* $f'(x) = \frac{g'(x)}{\sqrt{1-g^2(x)}}$
- $f(x) = \arccos g(x)$ *ise* $f'(x) = -\frac{g'(x)}{\sqrt{1-g^2(x)}}$
- $f(x) = \arctan g(x)$ *ise* $f'(x) = \frac{g'(x)}{1+g^2(x)}$
- $f(x) = \text{arc}\cot g(x)$ *ise* $f'(x) = -\frac{g'(x)}{1+g^2(x)}$

Parametrik Fonksiyonların Türevi

$x = u(t)$, $y = v(t)$ *olmak üzere*

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$ *dir.*

Kapalı Fonksiyonun Türevi

F (x , y) = 0 ise

$$y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$$

NOT:

x e göre türev alırken y sabittir

y ye göre türev alırken x sabittir.