

Name:



Mathematik-Dossier

„Wie weit? – Wie schnell? In welcher Zeit?““

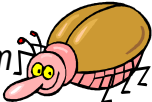
Stoffsicherung und –repetition.

Inhalt:

- Kurze Einführung und Fragestellungen
- Geschwindigkeit, Zeit und Strecke sowie ihre Berechnung
- Das Problem von „Vorbeifahren“, „Überholen“ und „Kreuzen“ (für Fortgeschrittene)

Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem  gekennzeichnet

schwierigere Aufgaben sind mit einem  gekennzeichnet.

Die Aufgaben müssen in der Freizeit (oder in der Hausaufgabenstunde) gelöst werden. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

Wichtig: Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.

1. Einführung und Fragestellung

1. Der Begriff der Geschwindigkeit

Der Begriff „schnell“ begleitet uns eigentlich jeden Tag. Doch was heisst es genau, „schnell“ zu sein? Die meisten Menschen werden dazu sagen, dass man oder etwas „schnell“ ist, wenn es in kurzer Zeit passiert.

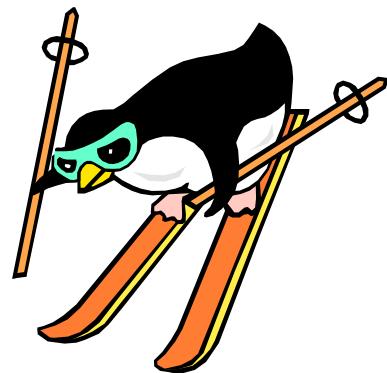
- „Ich gehe schnell nach draussen“ würde dann heissen „Ich gehe *für eine kurze Zeitdauer* nach draussen“
- „Ich muss das noch schnell fertig machen“ bedeutet „Ich brauche nur noch *kurz Zeit*, bis ich fertig bin“

Etwas genauer noch trifft der sportliche Aspekt, weil hier zusätzlich zur Zeit auch die Distanz (Strecke) eine Rolle spielt:

- „Die Schweizer Skifahrer sind nicht so schnell unterwegs“ bedeutet ja eigentlich: „Die Schweizer Skifahrer brauchen *für die gleiche Strecke eine längere Zeit* als andere Athleten“
- „Die Stärke des Stürmers ist seine Schnelligkeit“ bedeutet „Der Stürmer rennt die gleiche Strecke in *kürzerer Zeit* als seine Gegner“.

Diese letzten beiden Sätze zeigen ganz genau, worauf es bei „schnell“ sein (oder eben: Geschwindigkeit) ankommt: Geschwindigkeit bedeutet also eigentlich, einen bestimmten Weg (Strecke) in einer gewissen Zeit (Weg) zurück zu legen.

Zudem begegnen wir dem Begriff „Geschwindigkeit“ auch beim Velo-, Auto- oder Töfflifahren. Dort gibt man die Geschwindigkeit ja auch mit „Kilometer pro Stunde“ oder „Stundenkilometer“ an.



2. Geschwindigkeit – Definition und Einheit

1. Definition von Begriffen rund um die Geschwindigkeit:

Um nicht zu viel Schreibarbeit zu haben, haben sich die Menschen einmal mehr auf eine Verwendung von Abkürzungen geeinigt: Überall verwenden wir die untenstehenden Abkürzungen (Variablen) für den Umgang mit Geschwindigkeit:

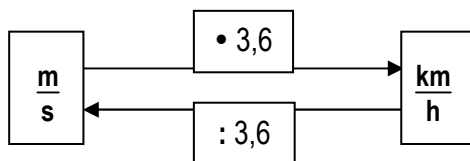
Weg:	s	(abgeleitet von dem Begriff „ St recke“)
Zeit:	t	(abgeleitet vom Begriff „ t ime“)
Geschwindigkeit:	v	(abgeleitet vom Begriff „ v itesse“)

2. Die Einheit der Geschwindigkeit

Wie oben angedeutet, misst man mit der Geschwindigkeit, welche Strecke in welcher Zeit zurückgelegt wird. Um verschiedene Geschwindigkeiten vergleichen zu können. So hat man sich darauf geeinigt die **Anzahl Kilometer zu messen, die in einer Stunde zurückgelegt werden** (Kilometer pro Stunde). Ebenfalls gebräuchlich ist es, die **Anzahl Meter, die in einer Sekunde zurückgelegt werden**, zu messen (Meter pro Sekunde)

$\rightarrow \frac{\text{km}}{\text{h}}$ Kilometer pro Stunde	$\rightarrow \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Meter pro Sekunde
---	---

Umrechnung zwischen den Einheiten:



3. Umrechnung von Zeitangaben

1. Zeitangaben in Dezimalschreibweise umrechnen:

Die Zeit ist ja bekanntlich nicht zehn-, sondern sechzig-, bzw. vierundzwanzigteilig. Dennoch lassen sich Zeitangaben von der Zeit- in die Dezimalschreibweise umrechnen und umgekehrt:

a) Zeitschreibweise in Dezimalschreibweis (also z.B. alles in Stunden angeben → Immer in grössten Teilen angeben):

4:36:57.2 entspricht ja 4 Stunden, 36 Minuten, 57.2 Sekunden. Unsere Zieleinheit sind Stunden, also überlegen wir uns: Eine Minute ist der sechzigste Teil einer Stunde, eine Sekunde der 60 Teil einer Minute und somit der 3600 Teil einer Stunde. Entsprechend kann man also schreiben:

$$4:36:57.2 = 4 \text{ h } 36 \text{ min } 57.2 \text{ s} = 4 \text{ h} + \frac{36}{60} \text{ h} + \frac{57.2}{3600} \text{ h} = 4 \text{ h} + 0.6 \text{ h} + 0.01589 \text{ h} = 4.61589 \text{ h}$$

Zeitschreibweise aufsplitten
in h, min, s

Bruchschreibweise für
Minuten und Sekunden

Bruchteile mit dem
Taschenrechner berechnen.

Summe (gerundet)
angeben.

b) Zeitschreibweise in Sekunden umrechnen:

Nehmen wir das gleiche Beispiel: 4:36:57.2 entspricht immer noch 4 Stunden, 36 Minuten, 57.2 Sekunden. Da unsere Zieleinheit diesmal die Sekunden sind, überlegen wir, dass eine Minute sechzig Sekunden hat. Eine Stunden hat 60 Minute und somit 3600 Sekunden. Entsprechend können wir relativ einfach alles in Sekunden umrechnen:

$$4:36:57.2 = 4 \text{ h } 36 \text{ min } 57.2 \text{ s} = 4 \cdot 3600 \text{ s} + 36 \cdot 60 \text{ s} + 57.2 \text{ s} = 14400 \text{ s} + 2160 \text{ s} + 57.2 \text{ s} = 16617.2 \text{ s}$$

Zeitschreibweise aufsplitten
in h, min, s

Multiplikation mit der Anzahl
Sekunden pro Einheit

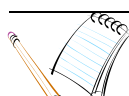
Produkte mit dem TR
ausrechnen

Summe (gerundet)
angeben.

c) Dezimalschreibweise in Zeitschreibweise umrechnen:

Im Prinzip müssen wir jetzt die Rückwärtsrechnung von a) machen. Dies bedarf aber einiger Erklärungen:

$$\begin{aligned} &4.61589 \text{ h} && \text{Stunden in Ganze und „Bruchteile“ auftrennen.} \\ = &4 \text{ h} + 0.61589 && \text{„Bruchteil“-Stunden in Minuten (0.61589} \cdot 60 = 36.9534) \\ = &4 \text{ h} + 36.9534 \text{ min} && \text{Minuten in „Ganze“ und „Bruchteil“ auftrennen} \\ = &4 \text{ h} + 36 \text{ min} + 0.9534 \text{ min} && \text{„Bruchteil-Minuten“ in Sekunden (0.9534} \cdot 60 = 57.2) \\ = &4 \text{ h} + 36 \text{ min} + 57.2 \text{ s} && \text{Diese Angabe noch in die Zeitschreibweise umschreiben.} \\ = &4:36:57.2 \end{aligned}$$



Aufgaben „Umrechnen von Geschwindigkeit und Zeitangaben“

1. Vervollständige die untenstehende Tabelle:



$\frac{\text{km}}{\text{h}}$	36		158	83	60		50	120		
$\frac{\text{m}}{\text{s}}$		2.5				8.6			15	39

2. Notiere die gegebenen Zeiten in dezimaler Schreibweise:



a) 4:33:56.16

.....

b) 2:21:09

.....

c) 23:23.23

.....

d) 8:24:00.45

.....

3. Notiere die gegebenen Zeiten in Sekunden:



a) 3:31:26.6

b) 0.4564 d

c) 13:13:13.13

d) 8:04.3

4. Notiere die gegebenen Zeiten in Stunden, Minuten und Sekunden (Zeitschreibweise):



a) 12.4521 h

b) 0.5869 d

c) 19.23456 h

d) 0.01679 h

e) 0.435 h

f) 1.2864 d

4. Berechnung von Geschwindigkeit, Zeit und Strecke:

Berechnungen

Wie oben angesprochen, ist die Geschwindigkeit definiert als Quotient von Strecke und Zeiteinheit. Entsprechend lassen sich aus diesem Quotienten auch die beiden anderen Grössen berechnen. Alles in allem ergibt sich ein Dreieck wie in der Vorlage.

Die „gesuchte“ Grösse muss man jeweils mit dem Finger abdecken und schon hat man die Berechnungs-Formel vor sich.

Entsprechend die Berechnungen:

Wie schnell?: $\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Strecke}}{\text{Zeiteinheit}}$

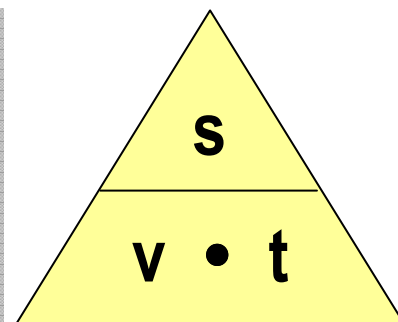
$$\rightarrow v = \frac{s}{t}$$

Wie weit?: $\text{Strecke} = \text{Zeit} \cdot \text{Geschwindigkeit}$

$$\rightarrow s = v \cdot t$$

In welcher Zeit?: $\text{Zeit} = \frac{\text{Strecke}}{\text{Geschwindigkeit}}$

$$\rightarrow t = \frac{s}{v}$$



Vorsicht mit Einheiten:

entweder mit Meter und Sekunden oder mit Kilometer und Stunden rechnen.

Das bedeutet, dass man VOR BEGINN der Rechnerei alle Werte in die entsprechenden Einheiten umrechnet.

Beispiele:

- a) Für die 2'358.9m lange Super-G Strecke braucht Ambrosi Hoffmann 1:38.80. Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit (in m/s und km/h).

→ Gegeben: $s = 2358.9\text{m}$
 $t = 1:38.80$

Gesucht: v

1. Umrechnung in passende Einheiten: $1:38.80 = 1\text{ min } 38.80\text{ s} = 60\text{ s} + 38.8\text{ s} = \underline{98.8\text{ s}}$

(da die Strecke s in Metern gegeben ist, zielen wir auf die Einheit m/s , also muss die Zeit in Sekunden umgerechnet werden):

2. Passende Formel einsetzen: $v = \frac{s}{t} = \frac{2358.9}{98.8} = \underline{23.876\text{ m/s}}$ $(23.875 \cdot 3.6) = \underline{85.95\text{ km/h}}$

- b) Alt-Bundesrätin Ruth Metzler kann die gleiche Strecke mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 58.4 km/h befahren. Berechne ihre Laufzeit.

→ Gegeben: $s = 2358.9\text{m}$
 $v = 58.4\text{ km/h}$

Gesucht: t

1. Umrechnung in passende Einheiten: $58.4\text{ km/h} = 58.4 : 3.6 = \underline{16.22\text{ m/s}}$

(da die Strecke s in Metern gegeben ist, brauchen wir die Geschwindigkeit v in der Einheit m/s):

2. Passende Formel einsetzen: $t = \frac{s}{v} = \frac{2358.9}{16.22} = 145.41\text{ s} = \underline{2:25.41\text{ (Laufzeit)}}$

- c) Hermann Maier fährt mit dem Motorrad während 1:39.57 mit 120 km/h . Wie weit kommt er in dieser Zeit?

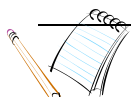
→ Gegeben: $t = 1:39.57$
 $v = 120\text{ km/h}$

Gesucht: s

1. Umrechnung in passende Einheiten: $1:39.57 = 99.57\text{ s}$ und $120\text{ km/h} = 33.33\text{ m/s}$

(da die Zeit am Einfachsten in Sekunden umgerechnet werden kann, bleiben wir in der Einheit m/s):

2. Passende Formel einsetzen: $s = v \cdot t = 99.57 \cdot 33.33 = 3319\text{ m} = \underline{3.319\text{ km}}$



Aufgaben „Berechnungen mit s , v und t “

1. Vervollständige die Tabelle (Auf 3 Kommastellen genau):

	Strecke / Weglänge	Zeitdauer	Geschwindigkeit in km/h	Geschwindigkeit in m/s
a)	12258.25 km	3:45:54		
b)	156m	1.34 min		
c)	1686km		123 km/h	
d)		6:45:23.2		120 m/s
e)	979.34 km	3:35:23.2		
f)	186 km		80 km/h	

2. Berechne die folgenden Aufgaben:

- a) Wie weit kommt ein Velofahrer in 1min 56s (bei einer Geschwindigkeit von 45 km/h)



.....

.....

.....

.....

.....

- b) Wie schnell fährt ein Zug, der für 340km 2h 45min braucht?



.....

.....

.....

- c) Wie lange braucht ein Rollerblader, der mit 12km/h von Wetzikon nach Pfäffikon (7.2 km) fährt?



.....

.....

.....

- d) Mit welcher durchschnittlichen Reisegeschwindigkeit ist ein Flugzeug unterwegs, dass für eine 4500km lange Strecke eine Zeit von 11:34:43 braucht?



.....

.....

.....

- e) Wie lange hat ein Skifahrer für die 3400m lange Abfahrtsstrecke, wenn er durchschnittlich eine Geschwindigkeit von 95km/h erreicht?



.....

.....

.....

- f) Wie weit kommt eine kleine Feldmaus, die während 2min 35s vor der bösen Katze flüchtet wenn sie mit einer Geschwindigkeit von 5.2m/s unterwegs ist?



.....

.....

- g) Du zelest gemütlich in einem Bergtal. Plötzlich kommt ein Gewitter auf und du hörst den Donner 9 Sekunden nach dem Blitz. Wie weit weg befindet sich das Gewitter? (Schallgeschwindigkeit 330m/s)



.....

.....

.....

- h) Du stehst auf einer Aussichtsplattform und schreist „HALLO“ in die Bergwelt, genau in Richtung einer grossen Felswand. Das Echo kommt nach rund 15 Sekunden zu dir zurück. (Schallgeschwindigkeit 330m/s). Wie weit ist die grosse Felswand von dir entfernt?



.....

.....

.....

.....

- i) Ein erfolgreicher Velofahrer fährt an einem Rundrennen dreizehn Runden à 3240m mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 41 km/h. Wie lautet seine Siegerzeit?



- k) Bei einer Filmvorführung werden pro Sekunde 22 Bilder projiziert. Die Filmvorführung dauert 15.2 Minuten. Berechne die Länge der Filmrolle, wenn jedes Bildchen eine Filmlänge von 7mm ausmacht



- l) Heinz rennt um den Pfäffikersee. Er rennt die 12.2 km mit einer Geschwindigkeit von 24.4 km/h. Nun möchte er seine Laufzeit um einen Zehntel verbessern. Berechne, wie lange er dann braucht und welche Geschwindigkeit er dabei einhalten muss.



- m) Hannelore rennt an einem Sponsorenlauf während 15 Minuten auf einer Rundbahn. Sie möchte am Schluss mindestens 5 km zurückgelegt haben. Nach 9 Minuten hat sie aber erst 2.5 km hinter sich. Berechne, mit welcher Geschwindigkeit sie den Rest der Strecke zurücklegen muss, um ihr Ziel zu erreichen.



- n) Am 30km Langlaufrennen startet Hanspeter genau 1 Minute nach Jakob. Im Ziel aber kommt Hanspeter ganze 3:45 Minuten früher an als Jakob. Du weißt, dass Jakob eine durchschnittliche Geschwindigkeit von 3.2 m/s erreicht hat. Berechne jetzt die Laufzeiten für beide Athleten.



5. Das Problem von „Vorbeifahren“, „Überholen“ und „Kreuzen“

Die allgemeinen Berechnungen mit den Formeln rund um s , t und v können wir mit etwas nachdenken gut lösen. Es gibt nun aber einige Spezialüberlegungen, die wir uns natürlich auch noch machen sollten:

1. Vorbeifahren an einem festen Punkt (Ort, z.B. Bahnhofsvorstand, Signal, Tourist...)

Gegeben:

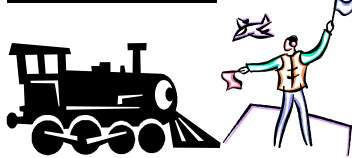
- Länge des vorbeifahrenden Zuges (z.B. $600\text{ m} = 0.6\text{ km}$)
- Geschwindigkeit des Zuges v (z.B. 120 km/h)

Gesucht:

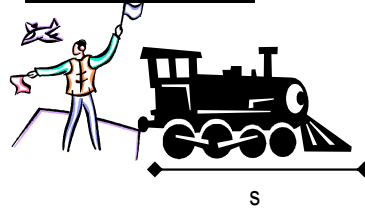
- Zeit der Vorbeifahrt t am Signal P

Situationsskizze:

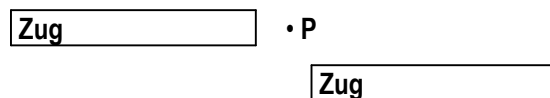
Vor der Vorbeifahrt:



Nach der Vorbeifahrt:



schematisch:



Feststellung: Der Zug hat sich um seine eigene Länge s bewegt
→ Also ist die Strecke s gleich der Zuglänge.

Rechnung: $t = \frac{s}{v}$, also $t = \frac{0.6}{120} = 0.005\text{ h} = \underline{18\text{s}}$

2. Vorbeifahren an einer Strecke (z.B. an der Strecke stehender Zug, Tunneldurchfahrt, ...)

Gegeben:

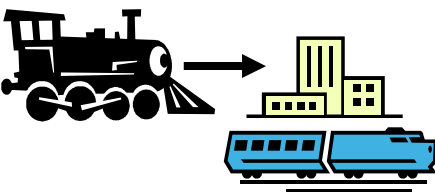
- Länge des fahrenden Zuges s_1 (z.B. $500\text{ m} = 0.5\text{ km}$)
- Länge des stehenden Zuges oder Länge des Tunnels = Strecke s_2 (z.B. $1500\text{ m} = 1.5\text{ km}$)
- Geschwindigkeit des fahrenden Zuges v (z.B. 100 km/h)

Gesucht:

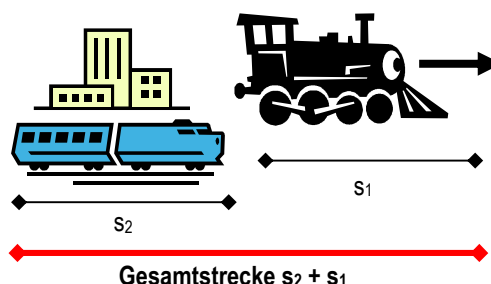
- Zeit der Vorbeifahrt t am stehenden Zug oder Zeit der Durchfahrt durch den Tunnel:

Situationsskizze:

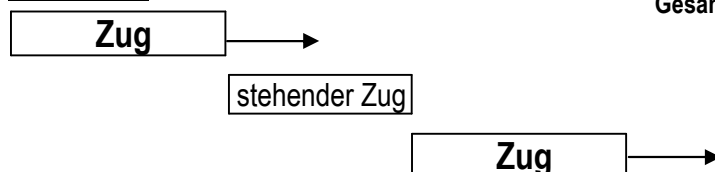
Vor der Vorbeifahrt:



Nach der Vorbeifahrt:



schematisch:



Feststellung: Der fahrende Zug hat sich um seine eigene Länge s_1 und um die Länge des stehenden Zuges s_2 bewegt. **→ $s = s_1 + s_2$**

Rechnung: $t = \frac{(s_1 + s_2)}{v} = \frac{(0.5 + 1.5)}{100} = \frac{2}{100} = 0.02\text{ h} = \underline{1\text{ Minute } 12\text{ Sekunden}}$

3. Überholen / sich in gleiche Richtung bewegen (z.B. zwei Autos auf der Autobahn, zwei Velofahrer, die IN GLEICHE RICHTUNG fahren)

Gegeben:

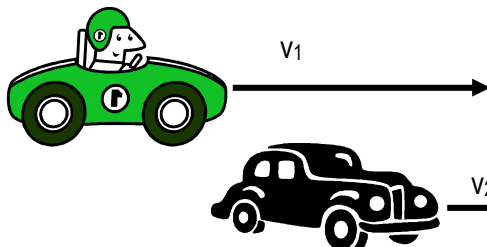
- Länge des überholenden (schnelleren) Fahrzeugs s_1 mit der Geschwindigkeit v_1 (z.B. $4\text{m}=0.004\text{km}$, 80km/h)
- langsames, überholtes Fahrzeug mit der Länge s_2 und der Geschwindigkeit v_2 (z.B. $5\text{m}=0.005\text{km}$, 60km/h)

Gesucht:

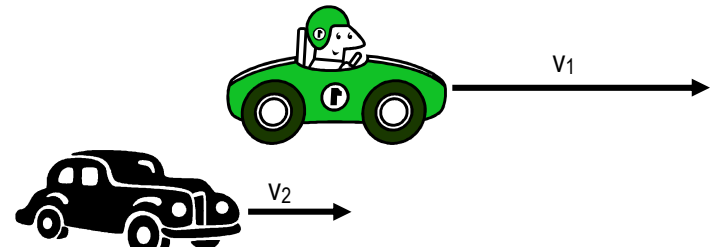
- Zeit des Überholmanövers t

Situationsskizze:

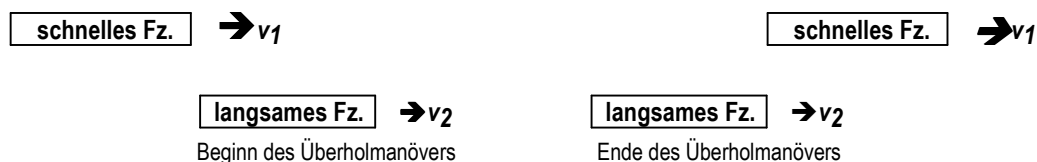
Vor dem Überholen:



Nach dem Überholen:



schematisch:



Um am langsameren Fahrzeug vorbeizufahren, muss das schnelle Fahrzeug zusätzlich zur (gemeinsamen) Fahrstrecke des langsameren Fahrzeuges s_x seine Länge s_1 sowie die Länge s_2 des überholten Fahrzeuges zurücklegen. (Um die Überholzeit t zu bestimmen spielt aber die Länge der Fahrstrecke s_x keine Rolle, weil diese für beide Fahrzeuge gleich lang ist.)

Die **Überholgeschwindigkeit** (= Geschwindigkeit, um welche das schnellere Fahrzeug schneller fährt als das langsamere Fahrzeug) entspricht der **Differenz der beiden Geschwindigkeiten: $v_1 - v_2$** .

→ Beim Überholen/ sich in gleiche Richtung bewegen verwenden wir immer die Differenz der Geschwindigkeiten.

$$(v_1 - v_2) = \frac{(s_1 + s_2)}{t} \quad \text{und entsprechend} \quad t = \frac{(s_1 + s_2)}{(v_1 - v_2)} \quad \text{und ebenso} \quad (s_1 + s_2) = t \cdot (v_1 - v_2)$$

Rechnung: $t = \frac{(s_1 + s_2)}{(v_1 - v_2)} = \frac{(0.004 + 0.005)}{(80 - 60)} = \frac{0.009}{20} = 0.00045 \text{ h} = \underline{\underline{1.62 \text{ Sekunden}}}$

- [illegible]

- ```
#####
#####
#####
#####
#####
#####
#####
#####
```

- [illegible]

- e) Du fährst um 14 Uhr mit dem Velo nach Zürich (18 km) mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Deine Kollegin fährt mit dem Töffli zehn Minuten später ab, trifft aber gleichzeitig beim Treffpunkt in Zürich ein.
- a) Um welche Zeit trifft ihr in Zürich ein?
  - b) Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit fährt die Kollegin mit dem Töffli?
  - c) In Fehraltorf kontrolliert die Polizei die Geschwindigkeit. Was wird dir die Kollegin in Zürich erzählen?

- f) Wie weit kommt ein Lichtstrahl in 8.4 min, wenn die Lichtgeschwindigkeit  $300'000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  beträgt?

- g) Die NASA zündet von ihrem texanischen Kontrollzentrum aus per Funk auf der Mondstation (384'000 km von der Erde entfernt) einen Laserstrahl. Nach welcher Zeit (auf Hundertstels-sekunden genau) wird das Aufblitzen auf der Erde registriert. (Laser und Funk haben Lichtgeschwindigkeit, siehe Aufgabe f, oben)