RESOLUÇÃO DE EXAME DE ADMISSÃO À UEM:
Matemática - 2016

1. Dados os conjuntos numéricos em $I\!R$, onde $A =]-14; 11]$, $B = \{x : 3 \leq x < 17\}$ e $U =]-18; 18]$. O conjunto complementar da reunião de A com B é dada por:

$A =]-14; 11]$ e $B = [3; 17[$ assim, $A \cup B =]-14; 17[$. Entretanto, $\overline{A \cup B} =]-18; -14] \cup [17; 18]$.

2. Simplificando a expressão $\sqrt{(\sqrt{59} - \sqrt{34})(\sqrt{59} + \sqrt{34})}$ obtém-se:

$\sqrt{(\sqrt{59} - \sqrt{34})(\sqrt{59} + \sqrt{34})}$ $\sqrt{(\sqrt{59})^2 - (\sqrt{34})^2} = \sqrt{59 - 34} = \sqrt{25} = 5$.

3. QUESTÃO ANULADA

4. A negação da proposição $\forall x \in I\!R$, $|x| > 1$ é:

$\forall x \in I\!R : |x| > 1 \Rightarrow \forall x \in I\!R : x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$. Como a negação de $\forall$ é $\exists!$, então teremos: $\exists! x \in I\!R : x \in [-1; 1]$.

5. Sejam dados os números $a = 1,2$; $b = \sqrt{2,25}$ e $c = \frac{615}{500}$. Qual das afirmações é correcta?

$a = 1,2$; $b = \sqrt{2,25} = 1,5$ e $\frac{615}{500} = 1,23$. Entretanto, $a < c < b$.

6. O valor $\sqrt{\frac{25}{4} - 4}$ é igual a:

$\sqrt{\frac{25}{4} - \frac{4 \cdot 4}{4}} = \sqrt{\frac{25-16}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$.

7. Se $x = -3$ e $y = 2$, do gráfico abaixo, o ponto que representa a localização $(-x; -y)$ é:

$(-x; -y) \Rightarrow (-(-3); -2) \Rightarrow (3; -2) \Rightarrow Q$.

8. O gráfico de uma função par definida num intervalo fechado $[-a; a]$ de um sistema de coordenadas cartesianas é:

Simétrico em relação ao eixo das ordenadas. (Ver Resolução do exercicio 29).

9. Qual é o domínio da expressão $\frac{x+1}{x^2-1}$?

Primeiro classificamos a expressão: Racional Fraccionária. O que significa que o denominador deve ser diferente de zero. Assim, $x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{1} \Rightarrow x \neq \pm 1$.
Entretanto, $D : x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$.

10. Sejam definidas as funções $f(x) = 3x - 11$ e $g(x) = 3x + 11$. Então os seus gráficos:

Como os coeficientes angular das duas funções são iguais, então os gráficos delas são duas retas paralelas.

11. Uma mercadoria no valor de $MZN460,00$ sofreu um desconto e teve o seu preço reduzido para $MZN331,20$. A taxa de redução utilizada no desconto é:

Como trata-se de desconto, então o valor descontado é: $460,00 - 331,20 = 128,8$. Assim, o valor inicial de $460,00$ corresponde a 100% e o valor descontado corresponde a x, que é o valor procurado, mas em precisamos converter para percentagem.
Entretanto, $x = \frac{128,8}{460,00} \cdot 100\%\ x = 28\%$.

12. A solução da inequação $\frac{1}{2-x} + \frac{3}{2+x} < 1$ é:

$\frac{1}{2-x} + \frac{3}{2+x} < 1 \Rightarrow \frac{1\cdot(2+x)}{(2-x)(2+x)} + \frac{3\cdot(2-x)}{(2+x)(2-x)} - \frac{(2+x)(2-x)}{(2+x)(2-x)} < 0 \Rightarrow \frac{2+x+6-3x-4+x^2}{(2+x)(2-x)} < 0 \Rightarrow \frac{x^2-2x+4}{-x^2+4} < 0.$
Agora, avaliando o numerador temos que $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -12 < 0$ e como o valor de a é positivo, então a parabola esta voltada para cima e não toca no eixo dos xx, porque não tem zeros($\Delta < 0$). Assim, o numerador é sempre positivo em todo o seu dominio.
Visto que o numerador é sempre positivo, então basta encontrarmos a parte negativa do denominador para termos a solução.
Agora, avaliando o denominador verificamos que ela tem como zeros $x_1 = -2$ e $x_2 = 2$, e sendo o valor de a negativo, a parabola esta virada para baixo. Assim, o denominador é negativo em $]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$.
A parte positiva do denominador não nos interessa.

13. QUESTÃO ANULADA

14. Resolva a inequação $(\frac{2}{3})^{9-x^2} > 1$.

$(\frac{2}{3})^{9-x^2} > 1 \Rightarrow (\frac{2}{3})^{9-x^2} > (\frac{2}{3})^0$, pois $a^0 = 1$, para qualquer $a \neq 0$. Agora, como as bases são iguais, então: $9 - x^2 < 0$, nota que alteramos o sinal de desigualidade pois $0 < \frac{2}{3} < 1$.
Agora, nota que $9 - x^2$ é uma expressão quadratica e cujos zeros são $x = \pm 3$ e a sua parabola do gráfico esta voltada para baixo porque $a < 0$. Entretanto, $9 - x^2$ é negativo ou menor que zero quando $x \in]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$.

15. Qual das proposições propostas é solução da equação $|x-3| = -3$:

Sabendo que o módulo de qualquer número real é um número positivo, então não existe x, tal que $|x-3| = -3$, porque -3 é um número negativo. Entretanto, $x \in \emptyset$.

16. A soma de trinta primeiros termos da sequência $-11; -10; -9; -8; ...$ é igual a:

O primeiro termo é: $a_1 = -11$ e a diferença é: $d = a_2 - a_1 = -10 - (-11) = 1$. Assim, $a_n = a_1 + (n-1)d$ $\Rightarrow a_n = -11 + (n-1) \cdot 1 \Rightarrow a_n = -11 + n - 1 \Rightarrow a_n = n - 12$. Agora teremos que: $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ $\Rightarrow S_{30} = \frac{(-11+a_{30}) \cdot 30}{2} \Rightarrow S_{30} = (-11 + 30 - 12) \cdot 15 \Rightarrow S_{30} = 105$.

17. Seja a inequação $\sqrt{x+5} < 1 - x$. A sua solução corresponde a:

Tratando-se de uma inequação irracional inteira temos que primeiro encontrar o dominio de existência. Sabendo que o radicando deve ser maior ou igual a zero, isto é: $x + 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5$. E $1 - x > 0 \Rightarrow x < 1$. Agora vamos resolver a inequação: $\sqrt{x+5} < 1 - x \Rightarrow (\sqrt{x+5})^2 < (1-x)^2 \Rightarrow x + 5 < 1 - 2x + x^2$ $\Rightarrow x^2 - 3x - 4 > 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) > 0$. Ao esboçar essa expressão quadrática, podemos notar que ela é positiva no intervalo $]-\infty; -1[\cup]4; +\infty[$.
Por ultimo vamos achar a interseção entre os tres conjuntos: $x \in [-5; +\infty[\cap]-\infty; 1[\cap (]-\infty; -1[\cup]4; +\infty[)$ $\Rightarrow x \in]-5; -1[$.

18. Sabendo que $sen 75 \approx 0,97$, o valor de $\cos 15$ é aproximadamente:

Como 75 e 15 são ângulos complementares, então: $senx = cosy$ e $seny = cosx$. Entretanto, $\cos 15 \approx 0,97$.

19. A solução da equação $senx = \frac{\sqrt{3}}{2}$ no intervalo $[0; 2\pi]$ é:

Como $sen60 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ no primeiro quadrante. E tambem é positivo, significa que há um outro ângulo no segundo quadrante que terá o mesmo valor. Então teremos: $sen60 = \frac{\sqrt{3}}{2} \vee sen(180 - 60) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Agora, sabendo que $\pi = 180$, então $60 = \frac{\pi}{3}$ Daí que: $sen\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \vee sen(\pi - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $sen\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \vee sen(\frac{2\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Entretanto, $x = \{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\}$.

20. A figura ao lado mostra um triângulo ABC com segmento AB prolongado até o ponto D, o ângulo externo CBD medindo 145, e o ângulo C medindo 75. A medica do ângulo CAB é:

Na figura temos quatros (4) ângulos: $\angle CAB =?$; $\angle ABC =?$; $\angle BCA = 75$; $\angle CBD = 145$. Ao analisarmos a figura, podemos notar que: $\angle CBD + \angle ABC = 180$, porque estes dois ñgulos são complimentares entre si. Assim, teremos que $\angle ABC = 180 - \angle CBD \Rightarrow \angle ABC = 180 - 145 \Rightarrow \angle ABC = 35$. Agora, sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180, isto é: $\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180$. Então, $\angle CAB + 35 + 75 = 180 \Rightarrow \angle CAB + 110 = 180 \Rightarrow \angle CAB = 180 - 110 \Rightarrow \angle CAB = 70$.

21. QUESTÃO ANULADA

22. A solução da equação $\sqrt{(3x-5)^2} = |10 - 2x|$ é:

Como $(3x-5)^2$ é sempre positivo em todo o seu dominio, e o segundo membro tambem o é. Assim, sabendo que $\sqrt{a^2} = |a|$ teremos que $\sqrt{(3x-5)^2} = |3x - 5|$. Sendo assim, $\sqrt{(3x-5)^2} = |10 - 2x|$ $\Rightarrow |3x-5| = |10-2x|$. Agora vamos resolver esta equação modular: $3x-5 = 10-2x \wedge 3x-5 = -(10-2x)$
$\Rightarrow 3x + 2x = 10 + 5 \wedge 3x - 5 = -10 + 2x \quad \Rightarrow 5x = 15 \wedge 3x - 2x = -10 + 5 \quad \Rightarrow x = \frac{15}{5} \wedge x = -5$
$x = 3 \wedge x = -5$.
Portanto, a solução da equação é: $x \in \{-5; 3\}$.

23. O dominio de existência da função $y = \ln(|x-1| - 4)$ é:

Para uma função logaritmica a condição de existência é que o logaritmando deve ser positivo, isto é: $|x-1| - 4 > 0| \Rightarrow |x - 1| > 4$. Agora temos uma inequação modular.
Para resolver a inequação modular, vamos aplicar as seguintes condições, considerando k um numero real não negativo.
1) Se $|x| \leq k$ então, $-k \leq x \leq k$.
2) Se $|x| > k$ então, $x < -k \wedge x > k$.
Aplicando a condição 2) na inequação modular acima, teremos: $|x-1| > 4 \Rightarrow x - 1 < -4 \wedge x - 1 > 4$ $\Rightarrow x < -4 + 1 \wedge x > 4 + 1 \Rightarrow x < -3 \wedge x > 5$.
Entretanto, $x \in]-\infty; -3[\cup]5; +\infty[$.

24. As medidas dos lados de um rectângulo $ABCD$ com $AB = 8cm$ e $BC = 5cm$ são aumentados em 50%. Qual será o aumento percentual da área do rectângulo em comparação com o primeiro?

$AB = 8cm \Rightarrow A'B' = 8cm + 8cm \cdot \frac{50}{100} \Rightarrow A'B' = 8cm + 4cm \Rightarrow A'B' = 12cm.$
$BC = 5cm \Rightarrow B'C' = 5cm + 5cm \cdot \frac{50}{100} \Rightarrow B'C' = 5cm + \frac{5}{2}cm \Rightarrow B'C' = \frac{15}{2}cm.$
Agora vamos achar as áreas dos respectivos rectângulos: $A_{\triangle ABCD} = |AB| \cdot |BC| = 8cm \cdot 5cm = 40cm^2$.
$A_{\triangle A'B'C'D'} = |A'B'| \cdot |B'C'| = 12cm \cdot \frac{15}{2}cm = 90cm^2$.
Depois de teremos achado as áreas dos rectângulos, vamos achar a área percentual do rectângulo $A'B'C'D'$ em relação ao rectângulo $ABCD$.
$A_{\triangle ABCD} \longrightarrow 100\%$ e $A_{\triangle A'B'C'D'} \longrightarrow x$, então:
$40cm^2 \longrightarrow 100\%$ e $90cm^2 \longrightarrow x$
Pela regra de tres simples, temos que: $x = \frac{90cm^2 \cdot 100\%}{40cm^2} \Rightarrow x = 225\%$. Agora vamos achar o aumento perceptual: $225\% - 100\% = 125\%$.

25. A solução da inequação $\log_2(x+5) - \log_2(x+2) \geq 1$ é:

Primeiro vamos aplicar a seguinte regra de logaritmos: $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
Assim, $\log_2(x+5) - \log_2(x+2) \geq 1 \Rightarrow \log_2 \frac{x+5}{x+2} \geq 1 \Rightarrow \log_2 \frac{x+5}{x+2} \geq \log_2 2 \Rightarrow \frac{x+5}{x+2} \geq 2 \Rightarrow \frac{x+5}{x+2} - 2 \geq 0$
$\Rightarrow \frac{x+5}{x+2} - \frac{2(x+2)}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x+5-2x-4}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x+1}{x+2} \geq 0$
Daí temos que $x = 1$ e $x \neq -2$.
Agora o passo seguinte é elaborar a tabela de variação de sinais de modo a encontrarmos o intervalo que satisfaz a inequação.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$-x+1$		$+$	3	$+$	0	$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$	3	$+$	
y		$-$	$\nexists$	$+$	0	$-$	

Entretanto, $x \in]-2; 1]$.

26. As coordenadas de pontos de interseção de gráficos das funções $y = 2 - 3x$ e $y = 2x^2 + 7x + 14$ são:

Como nos pontos onde os gráficos se interceptam o valor de y deve ser o mesmo para as duas funções, então, podemos concluir que: $2 - 3x = 2x^2 + 7x + 14 \Rightarrow 2x^2 + 7x + 3x + 14 - 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 10x + 12 = 0$
$\Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$
Agora, vamos aplicar a regra do anulamento do produto:
$x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x+2) = 0 \Rightarrow x = -3 \vee x = -2.$
Agora vamos determinar os valores de y.
Para $x = -3$ temos: $y(-3) = 2 - 3 \cdot (-3) = 2 + 9 = 11$
Para $x = -2$ temos: $y(-2) = 2 - 3 \cdot (-2) = 2 + 6 = 8.$

Entretanto, as coordenadas dos pontos são: $(-3; 11)$ e $(-2; 8)$.

27. QUESTÃO ANULADA

28. O vertices $V(x;y)$ da parabola definida por $f(x) = x^2 - 8x + 15$ é o ponto:

Para resolver este exercício vamos aplicar as seguinte as formulas: $X_v = -\frac{b}{2a}$ e $Y_v = -\frac{\Delta}{4a}$
Como, trata-se de uma equação quadratica onde: $a = 1$; $b = -8$; $c = 15$. vamos substituir esses dados nas formulas acima. $X_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2\cdot 1} = -\frac{-8}{2} = -(-4) = 4$
$Y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2-4ac}{4a} = -\frac{(-8)^2-4\cdot 1\cdot 15}{4\cdot 1} = -\frac{64-60}{4} = -\frac{4}{4} = -1$
Entretanto, o ponto que representa o vértice da parabola é $V(4;-1)$.

29. O gráfico da função $y = \frac{1}{x^2-4}$ é:

O exercício na realidade nos pede para determinar o eixo de simetria de y. Como determinar o eixo de simetria dessa função? Primeiro, vamos determinar se a função é par. Porque uma função par é simétria em relação ao eixo das ordenadas(eixo dos yy).
Sabendo que a condiçõ de paridade é $f(x) = f(-x)$, então vamos aplicar esta condição para verificar se a dada função é par ou não: $f(x) = f(-x) \Rightarrow \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{(-x)^2-4} \Rightarrow \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{x^2-4}$.

Assim, chegamos a conclusão de que a função é par. Entretanto, y é simétrica em relação ao eixo das ordenadas.

30. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f de dominio IR. A afirmação verdadeira é:

Se x se aproxima de a através de valores maiores que a ou pela sua direita, escrevemos:

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = b$$

Esse limite é chamado de limite lateral à direita de a.
Se x se aproxima de a através de valores menores que a ou pela sua esquerda, escrevemos:

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = b$$

Esse limite é chamado de limite lateral à esquerda de a.
Assim, com base nessa explicação é facil de observar que quando x se aproxima de 3 pela sua direita, temos: $\lim_{x\to 3^+} f(x) = f(3)$. Enquanto que quando x se aproxima de 3 pela sua esquerda, temos: $\lim_{x\to 3^-} f(x) \neq f(3)$.

31. O limite da expressão $\frac{x^4-5x^2+4}{x^2+x-2}$ quando $x \to 1$ é:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^4-5x^2+4}{x^2+x-2} = \lim_{x\to 1} \frac{(x^2-4)(x^2-1)}{(x+2)(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{(x^2-4)(x+1)(x-1)}{(x+2)(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{(x^2-4)(x+1)\cancel{(x-1)}}{(x+2)\cancel{(x-1)}} =$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{(x^2-4)(x+1)}{x+2} = \lim_{x\to 1} \frac{(1^2-4)(1+1)}{1+2} = \lim_{x\to 1} \frac{(1-4)\cdot 2}{3} = \lim_{x\to 1} \frac{-3\cdot 2}{3} = -2.$$

32. Para que valor do argumento x a função não é contínua, sendo $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 1|, & se \quad x \neq 1 \\ 1, & se \quad x = 1 \end{cases}$

Diz-se que uma função f é contínua no ponto $x = a$ se a é um ponto isolado do domínio ou, caso seja ponto de acumulação de x, se existir o limite de $f(x)$ com x tendendo a a e esse limite for igual a $f(a)$.
Assim, deve se verificar a seguinte condição:

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$$

Agora vamos achar os limites: $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} |(1^-)^2 - 1| = 0$ $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} |(1^+)^2 - 1| = 0$
$f(1) = 1$
Então, a função não é contínua para $x = 1$.

33. Simplificando a expressão $\frac{senx}{1+cosx} + \frac{1+cosx}{senx}$ obtém-se:

$$\frac{senx}{1 + cosx} + \frac{1 + cosx}{senx} = \frac{senx \cdot senx + (1 + cosx)(1 + cosx)}{senx(1 + cosx)} = \frac{sen^2x + 1^2 + 2cosx + cos^2x}{senx(1 + cosx)} =$$
$$= \frac{sen^2x + cos^2x + 1 + 2cosx}{senx(1 + cosx)} = \frac{1 + 1 + 2cosx}{senx(1 + cosx)} = \frac{2 + 2cosx}{senx(1 + cosx)} = \frac{2 \cdot (1 + cosx}{senx(1 + cosx)} =$$
$$= \frac{2 \cdot (1 + cosx)}{senx(1 + cosx)} = \frac{2}{senx}.$$

34. As assimptotas verticais A_v e horizontais A_h da função $f(x) = \frac{x^2-2}{(x-\sqrt{2})(x+1)}$ são:

Visto que a expressão da função é fraccionaria, então o denominador deve ser diferente de zero.
Assim, $(x-\sqrt{2})(x+1) \neq 0 \Longrightarrow x-\sqrt{2} \neq 0 \vee x+1 \neq 0 \Longrightarrow x = \sqrt{2} \vee x = -1$**.**
Agora, vamos verificar se esses dois valores obedecem a seguinte condição:
Uma recta de equação $x = a$ **é uma Assímptota vertical do gráfico de uma função** f**, se algum dos limites**

$$\lim_{x\to a^{\pm}} f(x) = \pm\infty$$

se verifica.
1) Para $x = \sqrt{2}$
Temos, $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}} f(x) = \lim\limits_{x\to\sqrt{2}} \dfrac{x^2-2}{(x-\sqrt{2})(x+1)} = \lim\limits_{x\to\sqrt{2}} \dfrac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{(x-\sqrt{2})(x+1)} = \lim\limits_{x\to\sqrt{2}} \dfrac{\cancel{(x-\sqrt{2})}(x+\sqrt{2})}{\cancel{(x-\sqrt{2})}(x+1)}$
$= \lim\limits_{x\to\sqrt{2}} \dfrac{x+\sqrt{2}}{x+1} = \lim\limits_{x\to\sqrt{2}} \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \neq \infty$ **Então,** $\sqrt{2}$ **não é assimptota vertical.**
2) Para, $x = -1$
Temos, $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2-2}{(x-\sqrt{2})(x+1)} = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{(x-\sqrt{2})(x+1)} = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{\cancel{(x-\sqrt{2})}(x+\sqrt{2})}{\cancel{(x-\sqrt{2})}(x+1)}$
$= \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x+\sqrt{2}}{x+1} = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{-1+\sqrt{2}}{-1+1} = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{-1+\sqrt{2}}{0}$
$= \infty$ **Então,** $x = -1$ **é assimptota vertical. Para achar a assimptota horizontal basta achar o seguinte limite:**

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = c$$

Assim, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-2}{(x-\sqrt{2})(x+1)} = 1$
Então, y=1 é assimptota horizontal.

35. QUESTÃO ANULADA

36. A derivada da função $f(x) = \ln(1-\cos x)$ é:

Como a função $f(x)$ **é composta, devemos aplicar a seguinte regra:**

$$f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Assim, $f'(x) = \frac{1}{1-\cos x} \cdot (1-\cos x)' = \frac{1}{1-\cos x} \cdot [0-(-senx)] = \frac{1}{1-\cos x} \cdot senx = \frac{senx}{1-\cos x}$**.**

37. As rectas no plano $r_1 = \frac{1}{2}x - 3$ e $r_2 = ax + 5$ são perpendiculares quando:

A característica mais conhecida de duas retas perpendiculares é que no ponto de intersecção delas é formado um ângulo reto (de medida igual a 90), mas com o estudo da geometria analítica e o estudo da reta é possível dizer que duas retas perpendiculares terão os seus coeficientes angulares opostos e inversos.
Dessa forma, temos a seguinte condição de perpendicularidade:

$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

Agora, como $a_1 = \frac{1}{2}$ e $a_2 = a$ Então, $\frac{1}{2} \cdot a = -1 \Rightarrow a = -1 \cdot 2 \Rightarrow a = -2$.

38. O declive da recta tangente à uma curva da função $f(x)$ num ponto $(a, f(a))$ é igual à $1,5$. Então neste ponto a função dada:

O que o enunciado quer dizer é que, $f'(a) = 1,5$.
Assim, com $f'(a) = 1,5 > 0$, entretanto $f(x)$ é *crescente*.

39. A função $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3$ tem o seu mínimo no ponto:

Para obter pontos de màximo ou de mínimo de uma função, basta construir o gráfico da função e identificar tais pontos. O difícil é construir os gráficos de muitas funções, razão pela qual, utilizamos as derivadas das funções para facilitar a nossa vida.
Assim, basta resolvermos a seguinte equação,

$$f'(x) = 0$$

para obtermos os pontos extremos, i.é; maximos ou minimos.
Assim, $f'(x) = 0 \Longrightarrow (-\frac{1}{3}x^3 + 3)' = 0 \Longrightarrow -\frac{3}{3}x^2 + 0 = 0 \Longrightarrow -x^2 = 0 \Longrightarrow x = 0$
Daí que, para $x = 0$ termos um ponto extremo. Mas ainda não sabemos se é maximo ou minimo.
Para tal devemos achar a segunda derivada.
Assim, $(-x^2)' = -2x$
Agora para que $x = 0$, seja o minimo é necessario que $f''(0) < 0$.
Como, $f''(0) = -2 \cdot 0 = 0$
Entretanto, a função não tem minimo nem maximo.

40. A função $y = senx - 1$ é monotona crescente no intervalos:

Primeiro vamos esboçar o gráfico de $y = senx$ (na figura abaixo o grafico de cor branca).
Em seguida, fazemos a transladação em uma unidade para baixo para obtermos o gráfico de $y = senx - 1$ (na figura abaixo o grafico de cor amarela).
Agora é facil observar que no $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ a função $y = senx - 1$ é crescente.

41. A função inversa de $f(x) = e^{x-1}$ é:

Primeiro trocamos as variavais: $x = e^{y-1}$.
Em seguida vamos isolar o y:
Para tal, vamos logaritmizar ambos membros.
Assim, $\ln x = \ln e^{y-1} = y - 1 \quad \Rightarrow y = \ln x + 1$.

42. A figura ao lado representa a função $y = f(x)$. O valor de $g(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1}{f(x)}$ é:

$g(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1}{f(x)} = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1}{f(1^-)} = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1}{0^-} = -\infty$.

43. Na função ao lado $f[f(1)]$ é igual a:

Como $f(1) = 0$ **então** $f[f(1)] = f(0) = -1$.

44. A primeira derivada é crescente em:

Uma função é crescente se a sua derivada é positiva, i.é; f **é** *crescente* **se** $f' > 0$. **Como a segunda derivada de** f **é a primeira derivada da primeira derivada, então:**
Devemos analisar a concavidade da função f **de modo a termos os intervalos de monótonia.**
Assim, f' **é** *crescente* **onde** f **tem a concavidade voltada para cima.**
Entretanto, f' **é** *crescente* **em** $]-\infty; -2[\cup]0; 2[\cup]2; +\infty[$.

45. A segunda derivada é nula em:

Por definição a segunda derivada de uma função é nula nos seus pontos de inflexão. Em cálculo diferencial , um ponto de inflexão ou simplesmente inflexão ,é um ponto sobre uma curva na qual a curvatura (a derivada de segunda ordem) troca o sinal . A curva muda de ter curvatura côncava para cima (positiva) para concavidade para baixo (curvatura negativa), ou vice-versa. Pode-se comparar com a condução de um veculo ao longo de uma estrada sinuosa, sendo o ponto de inflexão aquele em que o volante momentaneamente "endireitado" quando a curva muda da esquerda para a direita ou vice-versa.
Entretanto, apartir da leitura do gráfico podemos facilmente dizer que é no ponto $x = 0$.

46. O polinomio obtido da divisão de x^3+x^2-3x-3 por $x+1$ para $x=1$ é igual a:

O que o exercício nos pede é o valor de $\dfrac{x^3+x^2-3x-3}{x+1}$ **para** $x=1$.
Assim, $\frac{x^3+x^2-3x-3}{x+1} = \frac{1^3+1^2-3\cdot 1-3}{1+1} = \frac{1+1-3-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$.

47. $x^2+y^2=34$ e $x\cdot y=15$ então $x+y$ é igual a:

Aplicando casos notáveis, temos:
$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2 = x^2+y^2+2xy = 34+2\cdot 15 = 34+30 = 64$
Entretanto, $(x+y)^2 = 64 \Rightarrow \sqrt{(x+y)^2} = |\sqrt{64}| \Rightarrow x+y=8$

48. O modulo da diferença das soluções do sistema $\begin{cases} x+y=-7 \\ x\cdot y=6 \end{cases}$ é igual a:

Primeiro vamos achar as soluções do sistema. $\begin{cases} x+y=-7 \\ x\cdot y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-7-y \\ (-7-y)\cdot y=6 \end{cases} \Rightarrow$
$\begin{cases} ------- \\ -y^2-7y-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ------- \\ y^2+7y+6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ------- \\ (y+6)(y+1)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ------- \\ y_1=-6 \vee y_2=-1 \end{cases} \Rightarrow$
$\begin{cases} x_1=-7-y_1 \vee x_2=-7-y_2 \\ ------- \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-7-(-6) \vee x_2=-7-(-1) \\ ------- \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1 \vee x_2=-6 \\ y_1=-6 \vee y_2=-1 \end{cases}$
Agora, vamos achar o módulo da diferença das soluções. $|x_1-y_1| = |-1-(-6)| = |-1+6| = |5| = 5$ **e** $|x_2-y_2| = |-6-(-1)| = |-6+1| = |-5| = 5$.

49. QUESTÃO ANULADA

50. A função $f(x)$, satisfazendo a condição $f(x)=f''(x)$ para qualquer número real x é:

Vamos analisar cada uma das opções.
A) $[(x^3)']' = (3x^2)' = 6x$. **B)** $[(senx)']' = (cosx)' = -senx$. **C)** $[(cosx)']' = (-senx)' = -cosx$.
D) $[(3e^x)']' = (3e^x)' = 3e^x$. **E)** $[(e^{3x})']' = [(3x)'\cdot e^{3x}\cdot \ln e]' = (3e^{3x})' = 3\cdot(3x)'\cdot e^{3x}\cdot \ln e = 9e^{3x}$.
Entretanto, a função que satisfaz a condição $f(x)=f''(x)$ **é:** $D.3e^x$.

51. No triângulo ABC, o lado $a=5\sqrt{2}cm$, $\angle A=30$, $\angle B=45$. A medida do lado b é igual á:

Pela regra dos senos temos que: $\dfrac{b}{senB} = \dfrac{a}{Sena}$
Assim, $\dfrac{b}{sen45} = \dfrac{5\sqrt{2}}{sen30} \quad \Rightarrow b = \dfrac{5\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 10$.