94008 - 44528827
94007 - 44535495
94006 - 43034713

Roll No. .....

94008

B. Sc. (Pass & Hons.) Mathematics

5th Semester (New Scheme)

Examination – May, 2019

NUMERICAL ANALYSIS

(Re-Appear Before Session 2014-15 and w. e. f. Session 2018-19)

Paper : BM-353

Time : Three Hours] *[Maximum Marks : 30*

Before answering the questions, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination.

प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस संबंध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note : Attempt ***five*** questions in all, selecting ***one*** question from each Section. Section - **V** (Q. No. **9**) is ***compulsory***. All questions carry equal marks.

प्रत्येक खण्ड से ***एक*** प्रश्न चुनते हुए, कुल ***पाँच*** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न संख्या 9 (खण्ड – V) ***अनिवार्य*** है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

SECTION – I

खण्ड – I

1. (a) Prove that : 3

$$\Delta^n \cos(x+d) = \left[2\sin c\frac{h}{2}\right]^n . \cos\left[(x+d)+n.\frac{(h+\pi)}{2}\right]$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\Delta^n \cos(x+d) = \left[2\sin c\frac{h}{2}\right]^n . \cos\left[(x+d)+n.\frac{(h+\pi)}{2}\right]$$

(b) If l_x represents the number of living at age x in a life table, find accurately as data with permit l_x for values of $x = 47$; given $l_{20} = 512$, $l_{30} = 439$, $l_{40} = 346$, $l_{50} = 247$. 3

यदि l_x जीवन सारिणी मे उम्र x पर जीवित की संख्या को प्रस्तुत करता है, $x = 47$ के मान हेतु परिमट l_x के साथ डाटा के रूप में ठीक-ठीक पता लगाइए। दिया गया है $l_{20} = 512$, $l_{30} = 439$, $l_{40} = 346$, $l_{50} = 247$.

2. (a) Given $\sum_{1}^{10} f(x) = 500426$, $\sum_{4}^{10} f(x) = 329240$, $\sum_{7}^{10} f(x) = 175212$, and $f(10) = 40365$. Find the values of $f(1)$. 3

दिया गया है $\sum_{1}^{10} f(x) = 500426, \sum_{4}^{10} f(x) = 329240,$

$\sum_{7}^{10} f(x) = 175212,$ तथा $f(10) = 40365$ । $f(1)$ के मान का पता लगाइए।

(b) Derive the relation between Divided Difference (Δ) and ordinary difference (Δ). 3

विभाजित अन्तर (Δ) एवं सामान्य अन्तर (Δ) के बीच संबंध प्राप्त कीजिए।

SECTION – II

खण्ड – II

3. (a) Use Sterling's formula to find the value of $\sqrt{22.2}$, given that : 3

$\sqrt{20} = 4.472, \sqrt{21} = 4.583, \sqrt{22} = 4.69, \sqrt{23} = 4.796, \sqrt{24} = 4.899$

$\sqrt{22.2}$ के मान का पता लगाने के लिए स्टर्लिंग के सूत्र का प्रयोग कीजिए दिया गया है कि :

$\sqrt{20} = 4.472, \sqrt{21} = 4.583, \sqrt{22} = 4.69, \sqrt{23} = 4.796, \sqrt{24} = 4.899$.

(b) Find $f(1.22)$ from the following data by using Bessel's formula : 3

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
f(x)	0.84147	0.89129	0.93204	0.96356	0.98545	0.99749	0.99957

बेसेल के सूत्र का प्रयोग करते हुए, निम्न आँकड़ा से $f(1.22)$ का पता लगाइए :

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
f(x)	0.84147	0.89129	0.93204	0.96356	0.98545	0.99749	0.99957

4. (a) A bag contains 3 white and 4 red ball. Three balls are drawn one by one with replacement. Find the probability distribution of the number of red balls and white ball (separately). 3

एक बैग में 3 सफेद तथा 4 लाल गेंदे हैं। तीन गेंदों को अदला-बदली के साथ एक एक करके निकाला जाता है। लाल गेंद तथा सफेद गेंद (अलग-अलग) की संख्या की प्रायिकता बण्टन का पता लगाइए।

(b) The probability that a patients recovers from a rare blood disease is 0.4 . If 10 people have caught this disease. What is the probability that : 3

प्रायिकता कि दुर्लभ रक्त रोग से ठीक होने वाले रोगी 0.4 है। यदि 10 लोगों को इस रोग ने पकड़ा हो, तो प्रयिकता क्या है कि :

(a) Exactly 3 people recovers.

तथ्यतः 3 लोग ठीक होते हैं।

(b) At least 7 people recovers.

कम से कम 7 लोग ठीक होते हैं।

(c) 3 to 5 people recovers.

3 से 5 लोग ठीक होते हैं।

SECTION – III

खण्ड – III

5. (a) Find the value of $f'(x)$ at $x=0.04$ from the table : 3

x	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
$f(x)$	0.1023	0.1047	0.1071	0.1096	0.1122	0.1148

सारिणी से $x = 0.04$ पर $f(x)$ के मान का पता लगाइए :

x	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
$f(x)$	0.1023	0.1047	0.1071	0.1096	0.1122	0.1148

(b) The function $y = \sin x$ is tabulated as :

x	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
y	0.644218	0.717356	0.783327	0.841471	0.891207	0.932039	0.963558

Find the derivative at the point x=1 3

फलन $y = \sin x$ इस प्रकार सारिणी बद्ध है :

x	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
y	0.644218	0.717356	0.783327	0.841471	0.891207	0.932039	0.963558

बिन्दु $x = 1$ पर अवकलज का पता लगाइए।

6. (a) Using Power method, find the largest eigen value and corresponding eigen vector of the matrix. 3

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

घात प्रणाली का प्रयोग करते हुए निम्न आव्यूह के सबसे बड़े आइगेन का मान तथा अनुरूप आइजेन वेक्टर का पता लगाइए।

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(b) Using Jacobi method, find all the eigen values and eigen vectors of the matrices : 3

$$\begin{bmatrix} 2 & \sqrt{2} & 4 \\ \sqrt{2} & 6 & \sqrt{2} \\ 4 & \sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}$$

जैकोबी प्रणाली का प्रयोग करते हुए, निम्न आव्यूहों के आइगेन मान तथा आइगेन वेक्टर का पता लगाइए :

$$\begin{bmatrix} 2 & \sqrt{2} & 4 \\ \sqrt{2} & 6 & \sqrt{2} \\ 4 & \sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}$$

SECTION – IV

खण्ड – IV

7. (a) A curve is drawn to pass through the points given by :

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	2	2.4	2.7	2.8	3	2.6	2.1

Estimate the area bounded by the curve, x - axis and the line $x = 1, x = 4$. 3

नीचे दिये गये बिन्दुओं से होकर वक्र बनाया जाता है। वक्र, x-अक्ष तथा रेखा $x = 1, x = 4$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल का आकलन कीजिए :

x	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	2	2.4	2.7	2.8	3	2.6	2.1

(b) Dedue Simpson's one-third formula, by using Newton- Cotes Quadrature formula. 3

न्यूटन-कोटेस क्षेत्रकलन फार्मूला का प्रयोग करते हुए सिम्पसन के एक-तिहाई फार्मूला का नियमन कीजिए।

8. (a) Apply Euler's method to solve $\frac{dy}{dx} = x + y; y(0) = 0$, Choosing the step length 0.2 Find $y(1.4)$. 3

$\frac{dy}{dx} = x + y; y(0) = 0$, को हल करने के लिए इयूलर के प्रणाली को लागू कीजिए। चरण लम्बाई 0.2 को चुनते हुए $y(1.4)$ को प्राप्त कीजिए।

(b) Evaluate y(0.1) correct of six places of decimal by Taylor's series method from $\frac{dy}{dx} = xy + 1$ with initial condition $y(0) = 1$.

आरंभिक शर्त $y(0) = 1$ से $\frac{dy}{dx} = xy + 1$ से टेलर के श्रेणी प्रणाली द्वारा दशमलव के छह स्थान तक सही $y(0.1)$ का मान निकालिए।

SECTION – V

खण्ड – V

9. (a) Prove that $\nabla \equiv 1 - E^{-1}$. 1

सिद्ध कीजिए कि :

$$\nabla \equiv 1 - E^{-1}$$

(b) Show that $\Delta^2_{y,z} x^3$ is independent of x, y, z. 1

दिखाइए कि $\Delta^2_{y,z} x^3$ x, y, z का स्वतंत्र है।

(c) Find the probability distribution of a random variable as number of tails when two coins are tossed. 1

पट की संख्या के रूप में बेतरतीब चर के प्रायिकता बण्टन का पता लगाइए जब दो सिक्कों को उछाला जाता है।

(d) Find the eigen value of the matrix : 1

$$\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ के आरेख मान का पता लगाइए।

(e) Campare Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule and Simpson's $\frac{3}{8}th$ rule of numerical integration. 1

आंकिक समाकलन के बारे में सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम तथा सिम्पसन के $\frac{3}{8}$ नियम की तुलना कीजिए।

(f) Prove that $\Delta a^{(x+d)} = a^{(x+d)}[a^{ch} - 1]$ 1

सिद्ध कीजिए कि :

$$\Delta a^{(x+d)} = a^{(x+d)}[a^{ch} - 1]$$