B.Sc. 3rd Semester Pass New Scheme Examination,
November–2017
MATHEMATICS
Paper–BM–232
Partial Differential Equation

Time allowed : 3 hours] *[Maximum marks : 40*

Note : *Attempt **five** questions in all, selecting **one** question from each unit. **Question No. 9 is compulsory.***

नोट : *प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए। **प्रश्न सं. 9 अनिवार्य है।***

Unit–I

इकाई–I

1. (a) Form the partial differential equation by eliminating the arbitrary function from

$$z = f(x \,.\, y) + g\left(\frac{x}{y}\right).$$

(b) Solve the partial differential equation

$$p\,(\cos(x + y)) + q \sin(x + y) = Z.$$

(क) $z = f(x \,.\, y) + g\left(\frac{x}{y}\right)$ से स्वेच्छाचारी फलन के निराकरण द्वारा आंशिक अवकल समीकरण बनाइए।

(ख) आंशिक अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$p(\cos(x+y)) + q \sin(x+y) = Z.$$

2. (a) Find the complete integral of $p_1x + p_2x_2 = p_3^2$ by using Jacobi's method.

(b) Solve the equation $2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$.

(क) जैकोबी की विधि के उपयोग द्वारा $p_1x + p_2x_2 = p_3^2$ के सम्पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए।

(ख) समीकरण $2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$ को हल कीजिए।

Unit–II

इकाई–II

3. (a) Solve the differential equation :

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 3\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + 4\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = e^{x+2y}$$

(b) Find the general solution of the differential equation $(D^2 + D' + 4)\, z = e^{4x-y}$.

(क) अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 3\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + 4\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = e^{x+2y}$$

(ख) अवकल समीकरण $(D^2 + D' + 4)\, z = e^{4x-y}$ का साधारण हल ज्ञात कीजिए।

4. (a) Solve :

$$(x^2D^2 - xy\, DD' - 2y^2 D'^2 + x\, D - 2y\, D')\, z = \log \frac{y}{x} - \frac{1}{2}$$

(b) Solve : $(D^2 - 2DD' + D'^2) = 12\, xy$

(क) हल कीजिए :

$$(x^2D^2 - xy\, DD' - 2y^2 D'^2 + x\, D - 2y\, D')\, z = \log \frac{y}{x} - \frac{1}{2}$$

(ख) हल कीजिए : $(D^2 - 2DD' + D'^2) = 12\, xy$

Unit–III

इकाई–III

5. (a) Classify and reduce the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = y$$ to canonical form.

(b) Solve the equation : $t - r \sec^4 y = 2q \tan y$.

(क) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = y$ को नियमाधीन रूप में वर्गीकृत तथा समानयित कीजिए।

(ख) समीकरण को हल कीजिए :

$$t - r \sec^4 y = 2q \tan y.$$

6. (a) Solve :

$$3s + (rt - s^2) = z.$$

(b) Find the solution of the differential equation

$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{1}{x+y}$ such that $z = 0$, $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2y}{x+y}$ on $y = x$.

(क) हल कीजिए :

$$3s + (rt - s^2) = z.$$

(ख) अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए

$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{1}{x+y}$ इस प्रकार से कि $y = x$ पर $z = 0$, $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2y}{x+y}$

Unit–IV

इकाई–IV

7. Find the solution of $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial u}{\partial t}$, $0 < x < 1, t > 0$ for which $u(0, t) = u(1, t) = 0$ and $u(x, 0) = k \sin 2\pi x$.

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial u}{\partial t}$, $0 < x < 1, t > 0$ जिसके लिए

$u(0, t) = u(1, t) = 0$ तथा $u(x, 0) = k \sin 2\pi x$, का हल ज्ञात कीजिए।

8. Find the solution of two dimensional Laplace equation $\nabla^2 \mu = 0$ in Cartesian coordinates in the region $0 \le x \le a$, $0 \le y \le b$ satisfying the conditions

$$u(0, y) = u(a, y) = u(x, b) = 0$$

and $u(x, 0) = x(a - x)$, $0 < x < a$.

कार्टेसियन निर्देशांकों में दो आयामी लाप्लास समीकरण $\nabla^2 \mu = 0$ का क्षेत्र $0 \le x \le a, 0 \le y \le b$ में शर्तों

$$u(0, y) = u(a, y) = u(x, b) = 0$$

तथा $u(x, 0) = x(a - x)$, $0 < x < a$

को परितुष्ट करते हुए हल ज्ञात कीजिए।

Unit–V

इकाई–V

9. (a) Define a Partial Differential equation and its order and degree.

(b) Define complete integral and particular integral.

(c) Solve $p - 3x^2 = q^2 - y$.

(d) Solve $(D^2 + D + D')\, z = 0$

(e) Write two dimensional heat equation.

(f) Classify the differential equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

(क) एक आंशिक अवकल समीकरण तथा इसके क्रम व कोटि को परिभाषित कीजिए।

(ख) सम्पूर्ण समाकल तथा विशिष्ट समाकल को परिभाषित कीजिए।

(ग) हल कीजिए $p - 3x^2 = q^2 - y$

(घ) हल कीजिए $(D^2 + D + D')\, z = 0$

(ङ) दो आयामी ऊष्मा समीकरण लिखिए।

(च) अवकल समीकरण का वर्गीकरण कीजिए

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$